গণিতপ্রভা

অষ্টম শ্রেণি

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

ভারতের সংবিধান

<u>প্রস্তাবনা</u>

আমরা, ভারতের জনগণ, ভারতকে একটি **সার্বভৌম সমাজতান্ত্রিক ধর্মনিরপেক্ষ গণতান্ত্রিক সাধারণতন্ত্র** রূপে গড়ে তুলতে সত্যনিষ্ঠার সঙ্গে শপথ গ্রহণ করছি এবং তার সকল নাগরিক যাতে: সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক **ন্যায়বিচার**; চিন্তা, মতপ্রকাশ, বিশ্বাস, ধর্ম এবং উপাসনার **স্বাধীনতা**; সামাজিক প্রতিষ্ঠা অর্জন ও সুযোগের **সমতা** প্রতিষ্ঠা করতে পারে এবং তাদের সকলের মধ্যে ব্যক্তি-সম্ভ্রম ও জাতীয় ঐক্য এবং সংহতি সুনিশ্চিত করে **সৌভ্রাতৃত্ব** গড়ে তুলতে; **আমাদের গণপরিষদে**, আজ, 1949 সালের 26 নভেম্বর, **এতদ্বারা এই সংবিধান গ্রহণ করছি, বিধিবদ্ধ করছি** এবং **নিজেদের অর্পণ করছি**।

THE CONSTITUTION OF INDIA

<u>PREAMBLE</u>

WE, THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC and to secure to all its citizens : JUSTICE, social, economic and political; LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship; EQUALITY of status and of opportunity and to promote among them all – FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation; IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

ভূমিকা

জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষা অধিকার আইন ২০০৯ দলিল দুটিকে গুরুত্ব দিয়ে ২০১১ সালে পশ্চিমবঙ্গ সরকার কর্তৃক গঠিত 'বিশেষজ্ঞ কমিটি'কে বিদ্যালয়স্তরের পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তকগুলির সমীক্ষা ও পুনর্বিবেচনার দায়িত্ব দেওয়া হয়েছিল। এই কমিটির বিষয় বিশেষজ্ঞদের আন্তরিক চেষ্টা ও নিরলস পরিশ্রমের ফসল হলো এই বইটি।

এই গণিত বইটি অষ্টম শ্রেণির পাঠ্যসূচি অনুযায়ী প্রণয়ন করা হয়েছে ও নামকরণ করা হয়েছে 'গণিতপ্রভা'। এই বইটিতে গণিতকে ভাষা হিসাবে চর্চা করার প্রতিষ্ঠিত ধারা অনুসৃত হয়েছে যাতে করে গণিতের ভাষায় ভাষান্তরিত সমস্যাটি দেখে শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারে সংশ্লিষ্ট সমস্যায় কোন গাণিতিক প্রক্রিয়া, সূত্র বা পদ্ধতি প্রয়োগের প্রয়োজন।

পাটীগণিত, বীজগণিত ও জ্যামিতি বিষয়গুলিকে সুন্দর ও সহজভাষায় এমনভাবে বর্ণনা করা হয়েছে যাতে করে সমস্ত শিক্ষার্থী ভালোভাবে বিষয়টি আয়ত্ত করতে পারে। গণিতকে শিক্ষার্থীর ব্যক্তি জীবন, পরিবার ও সমাজের নানা সমস্যা সমাধানের সফল হাতিয়ার হিসাবে প্রতিষ্ঠিত করার চেষ্টাকে অধিকতর ভালোভাবে প্রসারিত করা হয়েছে।

প্রথিতযশা শিক্ষক, শিক্ষাপ্রেমী শিক্ষাবিদ, বিষয় বিশেষজ্ঞ ও অলংকরণের জন্য বিখ্যাত শিল্পীবৃন্দ — যাঁদের ঐকান্তিক চেষ্টায় ও নিরলস পরিশ্রমের ফলে এই সর্বাঙ্গসুন্দর গুরুত্বপূর্ণ বইটির প্রকাশ সম্ভব হয়েছে তাঁদের সকলকে পর্ষদের পক্ষ থেকে আন্তরিক ধন্যবাদ ও কৃতজ্ঞতা জানাই।

পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশনের সহায়তায় বইটি ছাত্রছাত্রীদের মধ্যে বিনামূল্যে বিতরণ করা হয়। এই প্রকল্পকে কার্যকরী করার জন্য মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী, পশ্চিমবঙ্গ সরকার, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের বিদ্যালয় শিক্ষাদপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ বিদ্যালয় শিক্ষা অধিকার এবং পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশন সাহায্য করে পর্ষদকে কৃতজ্ঞতাপাশে আবদ্ধ করেছেন।

আশা করি পর্ষদ প্রকাশিত এই 'গণিতপ্রভা' বইটি শিক্ষার্থীদের কাছে বিজ্ঞানের বিষয়গুলি আকর্ষণীয় করে তুলতে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করবে এবং মাধ্যমিকস্তরে গণিতচর্চার মান উন্নততর করতে সহায়ক হবে। ছাত্রছাত্রীরা ও উদ্বুদ্ধ হবে। এইভাবে সার্থক হবে পর্ষদের সামাজিক দায়বদ্ধতা।

সমস্ত শিক্ষাপ্রেমী, শিক্ষক শিক্ষিকা ও সংশ্লিষ্ট সকলের কাছে আমার সনির্বন্ধ অনুরোধ তাঁরা যেন বিনা দ্বিধায় বইটির ত্রুটি-বিচ্যুতি পর্ষদের নজরে আনেন যাতে করে পরবর্তী সংস্করণে সংশোধনের সুযোগ পাওয়া যায়। এতে বইটির মান উন্নত হবে এবং ছাত্রসমাজ উপকৃত হবে। ইংরেজিতে একটি আপ্তবাক্য আছে যে, 'even the best can be bettered'। বইটির উৎকর্ষ বৃদ্ধির জন্য শিক্ষক সমাজের ও বিদ্যোৎসাহী ব্যক্তিদের গঠনমূলক মতামত ও সুপরামর্শ সাদরে গৃহীত হবে।

ডিসেম্বর, ২০১৭
৭৭/২ পার্ক স্ট্রিট
কলকাতা-৭০০ ০১৬

কল্যাণময় গঙ্গোপাধ্যায়
প্রশাসক
পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

প্রাক্‌কথন

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয়া মুখ্যমন্ত্রী শ্রীমতী মমতা বন্দ্যোপাধ্যায় ২০১১ সালে বিদ্যালয় শিক্ষার ক্ষেত্রে একটি 'বিশেষজ্ঞ কমিটি' গঠন করেন। এই বিশেষজ্ঞ কমিটির ওপর দায়িত্ব ছিল বিদ্যালয় স্তরের সমস্ত পাঠক্রম, প্যঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক-এর পর্যালোচনা, পুনর্বিবেচনা এবং পুনর্বিন্যাসের প্রক্রিয়া পরিচালনা করা। সেই কমিটির সুপারিশ অনুযায়ী নতুন পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক নির্মিত হলো। পুরো প্রক্রিয়ার ক্ষেত্রেই জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ (RTE Act, 2009) নথিদুটিকে আমরা অনুসরণ করেছি। পাশাপাশি সমগ্র পরিকল্পনার ভিত্তি হিসেবে আমরা গ্রহণ করেছি রবীন্দ্রনাথ ঠাকুরের শিক্ষাদর্শের রূপরেখাকে।

উচ্চ-প্রাথমিক স্তরের গণিত বইয়ের নাম 'গণিতপ্রভা'। বইটিতে ধাপে ধাপে গাণিতিক সমস্যাবলি সমাধানের পদ্ধতি শেখানো হয়েছে। শিক্ষার্থীর সুবিধার জন্য প্রতিটি ক্ষেত্রেই সযত্নে মৌল ধারণাগুলিকে প্রাঞ্জল ভাষায় এবং হাতেকলমে পদ্ধতিতে উপস্থাপন করা হয়েছে। 'গণিত' বিষয়টিকে বৈচিত্র্যময় এবং আকর্ষণীয় করে তোলার সযত্ন প্রয়াস বইটিতে সহজেই লক্ষ করা যাবে। শিক্ষার্থীর প্রায়োগিক সামর্থ্যবৃদ্ধির দিকেও আমরা তীক্ষ্ণ নজর রেখেছি। আশা করা যায় শিক্ষার্থীমহলে বইটি সমাদৃত হবে। এই 'গণিতপ্রভা' পুস্তকটি নতুন শিক্ষাবর্ষে (২০১৮) পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশনের সহায়তায় রাজ্যের শিক্ষার্থীদের হাতে বিনামূল্যে বিতরণ করা হবে।

নির্বাচিত শিক্ষাবিদ, শিক্ষক-শিক্ষিকা এবং বিষয়-বিশেষজ্ঞবৃন্দ অল্প সময়ের মধ্যে বইটি প্রস্তুত করেছেন। পশ্চিমবঙ্গের মাধ্যমিক শিক্ষার সারস্বত নিয়ামক পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ পাঠ্যপুস্তকটিকে অনুমোদন করে আমাদের বাধিত করেছেন। বিভিন্ন সময়ে পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ, পশ্চিমবঙ্গ সরকারের শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সর্বশিক্ষা মিশন, পশ্চিমবঙ্গ শিক্ষা অধিকার প্রভূত সহায়তা প্রদান করেছেন। তাঁদের ধন্যবাদ।

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী প্রয়োজনীয় মতামত এবং পরামর্শ দিয়ে আমাদের বাধিত করেছেন। তাঁকে আমাদের কৃতজ্ঞতা জানাই।

বইটির উৎকর্ষবৃদ্ধির জন্য শিক্ষাপ্রেমী মানুষের মতামত, পরামর্শ আমরা সাদরে গ্রহণ করব।

ডিসেম্বর, ২০১৭
নিবেদিতা ভবন, পঞ্চমতল
বিধাননগর, কলকাতা - ৭০০ ০৯১

অভীক মজুমদার
চেয়ারম্যান
'বিশেষজ্ঞ কমিটি'
বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সরকার

বিশেষজ্ঞ কমিটি পরিচালিত পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন পর্ষদ

নির্মাণ ও বিন্যাস

অভীক মজুমদার (চেয়ারম্যান, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

রথীন্দ্রনাথ দে (সদস্য সচিব, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

শংকরনাথ ভট্টাচার্য

সুমনা সোম

তপসুন্দর বন্দ্যোপাধ্যায়

মলয় কৃষ্ণ মজুমদার

পার্থ দাস

প্রদ্যুৎ পাল

প্রচ্ছদ ও অলংকরণ

শংকর বসাক

রূপায়ণ

বিপ্লব মণ্ডল

সহায়তা

অনুপম দত্ত, পিনাকী দে

সূ চি প ত্র

অধ্যায়	বিষয়	পৃষ্ঠা

1. পূর্বপাঠের পুনরালোচনা

আমাদের আসাদপুর গ্রামের স্কুল বাড়ি মেরামত করা হবে। এবছরে আমরা কিছু প্রাক্তন ছাত্র-ছাত্রীরা এই কাজের দায়িত্ব নিয়েছি। এই স্কুলবাড়িতে ছোটো-বড়ো দুটি ঘর আছে।

আমি ও তথাগত প্রথম শ্রেণির ঘর মেরামত করতে কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

1 মেপে দেখছি প্রথম শ্রেণির ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 5 মিটার, 4 মিটার ও 3 মিটার। প্রতি বর্গমিটারে 55 টাকা হিসাবে ওই ঘরের মেঝে সিমেন্ট করতে কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করি।

প্রথম শ্রেণির ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল কত হবে দেখি।

ওই ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল (□ × □) বর্গমিটার

= □ বর্গমিটার

∴ ওই ঘরের মেঝে সিমেন্ট করতে খরচ পড়বে (□ × □) টাকা

= □ টাকা।

2 ওই প্রথম শ্রেণির ঘরে 2 মিটার × 1.4 মিটার মাপের একটি দরজা এবং 1.3 মিটার ×1.2 মিটার মাপের 2টি জানালা আছে। প্রতি বর্গমিটারে 42 টাকা হিসাবে ওই ঘরের 2 টি জানালা ও 1 টি দরজা রং করতে কত খরচ পড়বে দেখি।

প্রথমে ওই ঘরের 1টি দরজা ও 1টি জানালার ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

ওই ঘরের দরজার ক্ষেত্রফল 2 মিটার × 1.4 মিটার = 2.8 বর্গমিটার।

ওই ঘরের একটি জানালার ক্ষেত্রফল = 1.3 মিটার × 1.2 মিটার = □ বর্গমিটার।

∴ দুটি জানালার ক্ষেত্রফল 2 × 1.56 বর্গমিটার = 3.12 বর্গমিটার।

∴ 1টি দরজা ও 2 টি জানালার মোট ক্ষেত্রফল = (2.8 + 3.12) বর্গমিটার = 5.92 বর্গমিটার।

∴ প্রতি বর্গমিটারে 42 টাকা হিসাবে দরজা ও জানালাগুলি রং করতে মোট খরচ হবে = □ × □ টাকা = □ টাকা।

3 এবার যদি ঘরের চার দেয়াল ও ছাদ চুনকাম করি তবে প্রতি বর্গমিটারে 6 টাকা হিসাবে মোট কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

দরজা ও জানালা সমেত চার দেয়াল এবং ছাদের ক্ষেত্রফল

= 2 × দৈর্ঘ্য × উচ্চতা + 2 × প্রস্থ × উচ্চতা + দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= (2 × 5 × 3 + 2 × 4 × 3 + 5 × 4) বর্গমিটার

= (30 + 24 + 20) বর্গমিটার

= □ বর্গমিটার

∴ দরজা ও জানালা বাদ দিয়ে চার দেয়াল ও ছাদের ক্ষেত্রফল = □ বর্গমি. – □ বর্গমি. = □ বর্গমি.

∴ চার দেয়াল ও ছাদ চুনকাম করতে মোট খরচ পড়বে = □ × □ টাকা = □ টাকা

মোট খরচ পড়ল = □ টাকা + □ টাকা + □ টাকা = □ টাকা

4 দ্বিতীয় শ্রেণির ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 6 মিটার, 4 মিটার ও 3 মিটার। 2 মিটার × 1.3 মিটার মাপের 1টি দরজা ও 1.4 মিটার × 1.2 মিটার মাপের দুটি জানালা আছে। একই হিসাবে দ্বিতীয় শ্রেণির ঘরের মেঝে সিমেন্ট করতে, জানালা ও দরজা রং করতে এবং ছাদ ও দেয়াল চুনকাম করতে মোট কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করি। [নিজে করি]

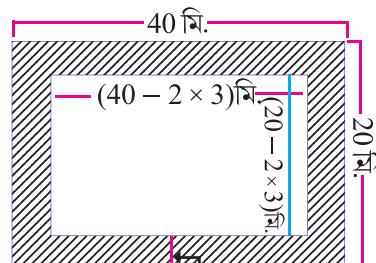
5 আমাদের স্কুলের পিছনের দিকে আয়তক্ষেত্রাকার খেলার মাঠ আছে। এই খেলার মাঠের দৈর্ঘ্য 40 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার। ওই খেলার মাঠের ভিতরের চারদিকে 3 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। প্রতি বর্গমিটারে 95 টাকা হিসাবে রাস্তা বাঁধাই করতে মোট কত খরচ পড়বে হিসাব করি।

রাস্তা সমেত আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের ক্ষেত্রফল (40 × 20) বর্গমিটার

= □ বর্গমিটার

রাস্তা বাদে আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের দৈর্ঘ্য = 40 মিটার – 2 × 3 মিটার

= (40 – 6) মিটার

= 34 মিটার

রাস্তা বাদে আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের প্রস্থ = 20 মিটার – 2 × 3 মিটার

= (20 – 6) মিটার

= 14 মিটার

∴ রাস্তা বাদে আয়তক্ষেত্রাকার জমির ক্ষেত্রফল = 34 মিটার × 14 মিটার

= 476 বর্গমিটার।

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = 800 বর্গমিটার – ☐ বর্গমিটার

= ☐ বর্গমিটার

∴ প্রতি বর্গমিটারে 95 টাকা হিসাবে এই রাস্তা তৈরি করতে খরচ পড়বে

= ☐ × ☐ টাকা = ☐ টাকা

6 যদি এই খেলার মাঠের বাইরের চারদিকে 3 মিটার চওড়া রাস্তা থাকত তখন ওই একই হিসাবে রাস্তা তৈরি করতে কত টাকা খরচ হবে হিসাব করি [নিজে করি]

রঙিন কাগজের মজার খেলা

আজ আমরা অনেকে মিলে ঠিক করেছি যে নানা আকারের ছোটো বড়ো আয়তক্ষেত্রাকার ও বর্গক্ষেত্রাকার রঙিন কাগজ কাটব ও তাতে কিছু কালো রঙের কাগজ কেটে সমান চওড়া রাস্তা তৈরি করে ওই রঙিন কাগজে আটকাব।

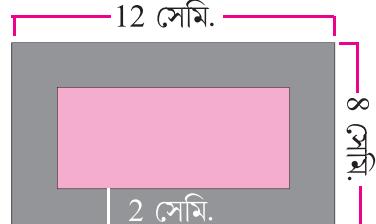
7 প্রতিটি রঙিন কাগজে কালো রং কতটা জায়গা জুড়ে আছে দেখি।

তীর্থঙ্কর আঁকল —

কালো রঙের রাস্তা সমেত কাগজের ক্ষেত্রফল ☐ × ☐ বর্গসেমি.

= ☐ বর্গসেমি.

কালো রঙের রাস্তা বাদে কাগজের ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গসেমি.

∴ কালো রঙের রাস্তার ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গসেমি.

তিতলি আঁকল —

কালো রঙের রাস্তা দুটি সবুজ রঙের কাগজের একেবারে মাঝখান দিয়ে আটকেছি। তাই চারটি সবুজ রঙের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট আয়তক্ষেত্র পেয়েছি।

∴ 1টি সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = $\frac{28-4}{2}$ সেমি.

= ☐ সেমি.

1টি সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = $\frac{18-4}{2}$ সেমি.

= ☐ সেমি.

∴ 1টি সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ☐ × ☐ বর্গসেমি.

= ☐ বর্গসেমি.

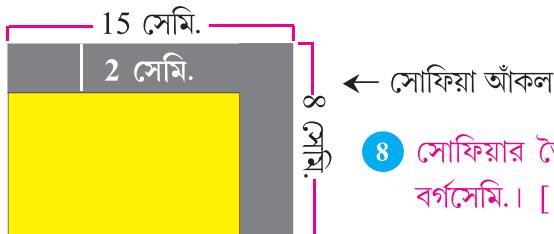
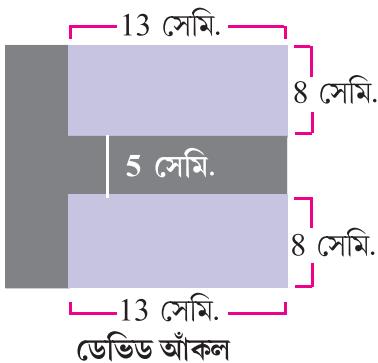
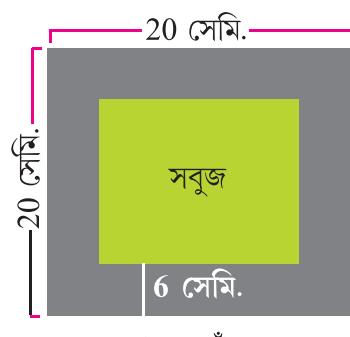
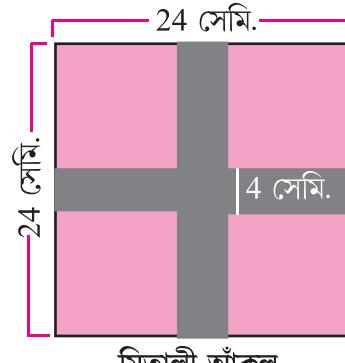
∴ 4টি সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 4 × ☐ বর্গসেমি.

= ☐ বর্গসেমি.

কালো রঙের রাস্তা সমেত বড়ো আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ☐ × ☐ বর্গসেমি.

= ☐ বর্গসেমি.

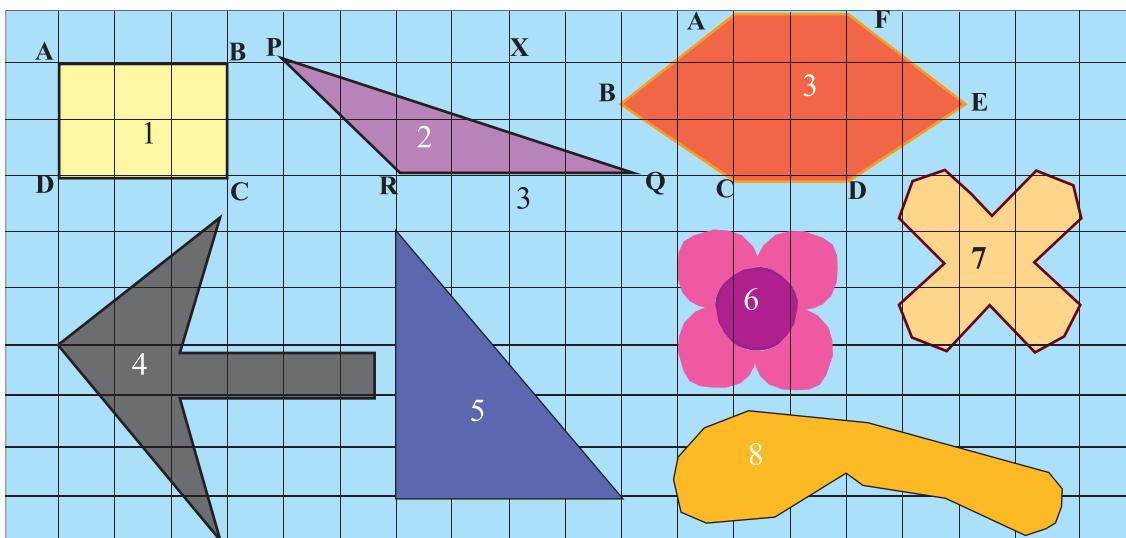
∴ তিতলির আঁকা কালো রঙের রাস্তার ক্ষেত্রফল = (☐ – ☐) বর্গসেমি.

= ☐ বর্গসেমি.।

8 সোফিয়ার তৈরি ছবির কালো রঙের রাস্তার ক্ষেত্রফল ☐ বর্গসেমি.। [নিজে করি]

অন্য বন্ধুরা আঁকল —

দেখছি কালো রাস্তাটি বর্গক্ষেত্রকে 4 টি সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রে ভাগ করেছে।

9 ডেভিড , ফারুক ও মিতালীর আঁকা ছবি দেখি ও কালো রঙের রাস্তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

কষে দেখি — 1.1

1. নীচের ছক কাগজে ছবি দেখি ও ছবিগুলি কতটা জায়গা জুড়ে আছে লিখি —

আকার	অধিকৃত সম্পূর্ণ ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	অধিকৃত অর্ধেক ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	অধিকৃত অর্ধেকের বেশি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	অধিকৃত অর্ধেকের কম ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের সংখ্যা	মোট ক্ষেত্রফল (1টি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রাকার ঘরের ক্ষেত্রফল=1বর্গসেমি.)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

2. আমিনাদের বাড়ির আয়তক্ষেত্রাকার উঠানের দৈর্ঘ্য 6 মিটার এবং প্রস্থ 4.2 মিটার। ওই উঠানের মাঝখানে 3.5 মিটার × 2.5 মিটার মাপের একটি আয়তক্ষেত্রাকার শতরঞ্চি পাতলাম। শতরঞ্চি বাদে বাকি উঠানের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

3. অজন্তা হাউসিং কমপ্লেক্সের বর্গক্ষেত্রাকার পার্কের বাইরের চারদিকে 3 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাসমেত পার্কের পরিসীমা 484 মিটার হলে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

4. মিহিরদের আয়তক্ষেত্রাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 30 মিটার। ওই বাগানের মাঝবরাবর দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল 4 মিটার চওড়া একটি রাস্তা বাগানটিকে দুটি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট আয়তক্ষেত্রাকার খণ্ডে ভাগ করেছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নিজে এঁকে হিসাব করে লিখি।

    a) যদি 4 মিটার চওড়া রাস্তাটি বাগানের মাঝবরাবর প্রস্থের সমান্তরালে হতো এবং বাগানটিকে দুটি সমান খণ্ডে ভাগ করত তবে রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কী হতো তা নিজে এঁকে হিসাব করে লিখি।

    b) যদি মিহিরদের বাগানের মাঝবরাবর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমান্তরাল দুটি রাস্তা থাকত এবং মিহিরদের বাগানকে 4 টি সমান খণ্ডে ভাগ করত তখন রাস্তার ক্ষেত্রফল কী হতো নিজে এঁকে হিসাব করে লিখি।

5. আমাদের বাড়ির পাশে পাপিয়াদের আয়তক্ষেত্রাকার জমি আছে। এই আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য 48 মিটার এবং প্রস্থ 26 মিটার। পাপিয়ারা তাদের জমির চারদিকে 4 মিটার ছেড়ে বাড়ি তৈরি করবে। হিসাব করে দেখি পাপিয়ারা কত বর্গমিটারে তাদের বাড়ি তৈরি করবে।

6. আমার ভাই দীপু একটি আয়তক্ষেত্রাকার কাগজের পুরোটায় ছবি এঁকেছে যার দৈর্ঘ্য 15 সেমি. এবং প্রস্থ 8 সেমি.।

    a) যদি দীপু আয়তক্ষেত্রাকার কাগজের প্রস্থ একই রেখে দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করত তবে তার ছবির কাগজের ক্ষেত্রফলের কী পরিবর্তন হতো হিসাব করে লিখি।

    (b) যদি দীপু তার ছবির কাগজের দৈর্ঘ্য একই রেখে প্রস্থ দ্বিগুণ করত তখন তার ছবির কাগজের ক্ষেত্রফলের কী পরিবর্তন হতো হিসাব করি।

    (c) যদি দীপু তার ছবির কাগজের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কেই দ্বিগুণ করত তখন তার ছবির কাগজের ক্ষেত্রফল (a) নং ছবির কাগজের ক্ষেত্রফলের কতগুণ হতে পারে হিসাব করি।

    (d) কিন্তু দীপু যদি তার ছবির কাগজের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়কেই অর্ধেক করত তখন তার ছবির কাগজের ক্ষেত্রফলের কী পরিবর্তন হতো হিসাব করে দেখি।

7. আমি তিনটি বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ কাটি এবং ক্ষেত্রফলের কীরূপ পরিবর্তন হবে দেখি।

    যদি, (a) দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হয়,

    (b) দৈর্ঘ্য অর্ধেক করা হয়।

8. আমাদের পাড়ার ক্লাবঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 7.2 মিটার, 5.5 মিটার ও 4.2 মিটার। ঘরে 3 মিটার লম্বা ও 1.8 মিটার চওড়া 1 টি দরজা এবং 2.25 মিটার লম্বা ও 1.8 মিটার চওড়া মাপের 2টি জানালা আছে।

    (a) ক্লাবঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল কত হিসাব করি। মেঝে সিমেন্ট করতে প্রতি বর্গমিটারে 62 টাকা হিসাবে কত খরচ পড়বে তা হিসাব করে দেখি।

    (b) দরজা ও জানালা বাদে ভিতরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

    (c) ঘরের ভিতরের ছাদের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

    (d) প্রতি বর্গমিটার 12 টাকা হিসাবে দরজা ও জানালা বাদে ঘরের ভিতরের দিকের চার দেয়াল ও ছাদ চুনকাম করতে কত খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি।

রঙিন কাঠি নানানভাবে সাজাই

আমি, সাত্যকী, অমিতা ও অয়ন অনেকগুলি রঙিন দেশলাই কাঠি একটি সাদা কাগজের উপর নানান সজ্জায় আঠা দিয়ে আটকাচ্ছি। এই রঙিন কাঠির সজ্জা আমরা আমাদের শ্রেণিকক্ষে টাঙিয়ে রাখব।

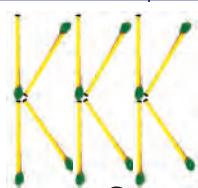
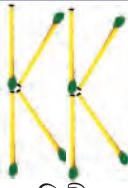
সাত্যকী ঠিক করল আমাদের প্রত্যেকের সজ্জায় কতগুলি কাঠি লাগছে সে গুনে লিখবে।

আমি সাজালাম → ....

প্রথম দ্বিতীয় তৃতীয়

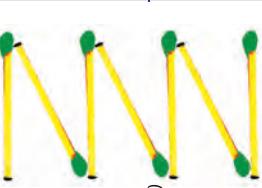
সাত্যকী লিখল—

সজ্জার স্থান	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ	পঞ্চম	....	n-তম
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	5	8	☐	☐	☐	....	☐

অয়ন সাজাল → ....

প্রথম দ্বিতীয় তৃতীয়

সাত্যকী লিখল—

সজ্জার স্থান	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ	পঞ্চম	....	n-তম
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	4	8	☐	☐	☐	....	☐

অমিতা সাজাল → ....

প্রথম দ্বিতীয় তৃতীয়

সাত্যকী লিখল—

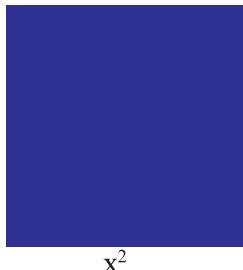
সজ্জার স্থান	প্রথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুর্থ	পঞ্চম	....	n-তম
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	3	5	☐	☐	☐	....	☐

নিজে করি — 1.1

1) এই তিনরকম n-তম সজ্জায় মোট কতগুলি কাঠি লাগল হিসাব করি।

2) আমি নিজে একইরকম রঙিন কাঠি দিয়ে একটি সজ্জা তৈরি করি ও তার n-তম সজ্জার কাঠির সংখ্যা লিখি।

হাতেকলমে

অনেকগুলি আয়তক্ষেত্রাকার ও বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করি যার এক দিক নীল ও অন্যদিক লাল রং।

উপরের মতো

ধরি, নীল (4 সেমি. × 4 সেমি.) বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ → x^2

নীল (4 সেমি. × 1সেমি.) আয়তক্ষেত্রাকার কাগজ → x

নীল (1সেমি. × 1সেমি.) বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ → 1

এবং লাল (4 সেমি. × 4 সেমি.) বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ → $-x^2$

লাল (4 সেমি. × 1সেমি.) আয়তক্ষেত্রাকার কাগজ → – x

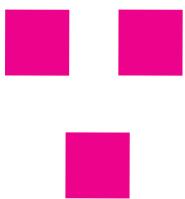
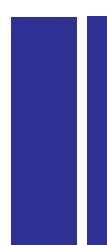
লাল (1সেমি. × 1সেমি.) বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ → – 1 নিলাম।

নীচের সংখ্যামালাগুলি নীল ও লাল রঙের কার্ডের সাহায্যে প্রকাশ করি :

(i) $2x^2 + 4x - 3$ **(ii)** $-2x^2 + 2x - 1$ **(iii)** $2x^2 - 3x + 5$ **(iv)** $-x^2 - 8x + 6$ **(v)** $4x^2 - 2x - 3$

(vi) $-4x^2 + 7x - 4$ **(vii)** $(x^2 + 2x + 5) + (2x^2 + 2x + 1)$ **(viii)** $(3x^2 - 5x + 6) + (2x^2 + 8x - 4)$

(ix) $(8x^2 - 2x - 4) - (3x^2 + 4x + 2)$ **(x)** $(-2x^2 + 5x + 3) - (-4x^2 + 2x - 2)$

সংকেত: $2x^2 + 4x - 3$ →

মজার কার্ডের নতুন খেলা

আমি, উমা, সমীর ও সুবীর ঠিক করেছি অনেকগুলি নানা আকারের বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করে তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কার্ডে লিখে উলটে রাখব। কিছু কার্ডে ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্য অথবা ক্ষেত্রফল ও প্রস্থ লিখে রাখব। আমরা একে একে কার্ড তুলে সেই কার্ডের ক্ষেত্রফল অথবা দৈর্ঘ্য অথবা প্রস্থ লিখব।

আমি যে কার্ড তুললাম তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দেখছি—

কার্ডটির ক্ষেত্রফল = $(2x + 4)$মিটার $\times (x - 5)$ মিটার

= $(2x + 4)(x - 5)$ বর্গমিটার

= $(2x^2+4x-10x-20)$ বর্গমিটার = $(2x^2 - 6x - 20)$ বর্গমিটার

উমা যে কার্ড তুলল তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দেখছি—

(5x – 7) মিটার

$(\frac{x}{5} + 2)$ মিটার

উমার তোলা কার্ডটির ক্ষেত্রফল = ☐ মিটার × ☐ মিটার

= ☐ বর্গমিটার

কিন্তু সমীর যে কার্ড তুলল তার ক্ষেত্রফল ($7a^2b - 35ab^2 + 14abc$) বর্গমিটার এবং প্রস্থ $7ab$ মিটার।

∴ সমীর যে কার্ড তুলল তার দৈর্ঘ্য = $(7a^2b - 35ab^2 + 14abc)$ বর্গমিটার ÷ $7ab$ মিটার

$$= \frac{7a^2b - 35ab^2 + 14abc}{7ab} \text{ মিটার}$$

$$= \left(\frac{\overset{a}{\cancel{7a^2b}}}{\cancel{7ab}} - \frac{\overset{5b}{\cancel{35ab^2}}}{\cancel{7ab}} + \frac{\overset{2c}{\cancel{14abc}}}{\cancel{7ab}} \right) \text{ মিটার}$$

= $(a - 5b + 2c)$ মিটার

সুবীর যে কার্ড তুলল তার ক্ষেত্রফল ($6x^4y^2 - 12x^2y^2 + 30x^2y^4$) বর্গমিটার এবং দৈর্ঘ্য $6x^2y^2$ মিটার।

∴ কার্ডটির প্রস্থ = ☐ বর্গমিটার ÷ ☐ মিটার

= ☐ মিটার।

10 একটি আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল $(9p^2 - 4q^2)$ বর্গমিটার এবং প্রস্থ $(3p - 2q)$ মিটার। তার দৈর্ঘ্য কত হবে দেখি।

এখানে, দৈর্ঘ্য = ক্ষেত্রফল ÷ প্রস্থ

$$= \frac{9p^2 - 4q^2}{3p - 2q}$$

$9p^2 - 4q^2$ -কে দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গুণফল হিসাবে প্রকাশ করি অর্থাৎ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$$9p^2 - 4q^2 = (3p)^2 - (2q)^2$$
$$= (3p + 2q)(3p - 2q)$$

$$\therefore \text{ দৈর্ঘ্য} = \frac{9p^2 - 4q^2}{3p - 2q} \text{ মিটার}$$
$$= \frac{(3p + 2q)(3p - 2q)}{(3p - 2q)} \text{ মিটার}$$
$$= (3p + 2q) \text{ মিটার}$$

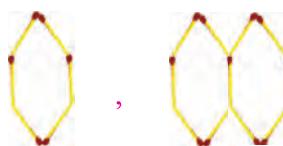
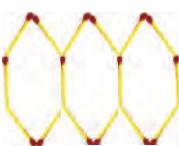
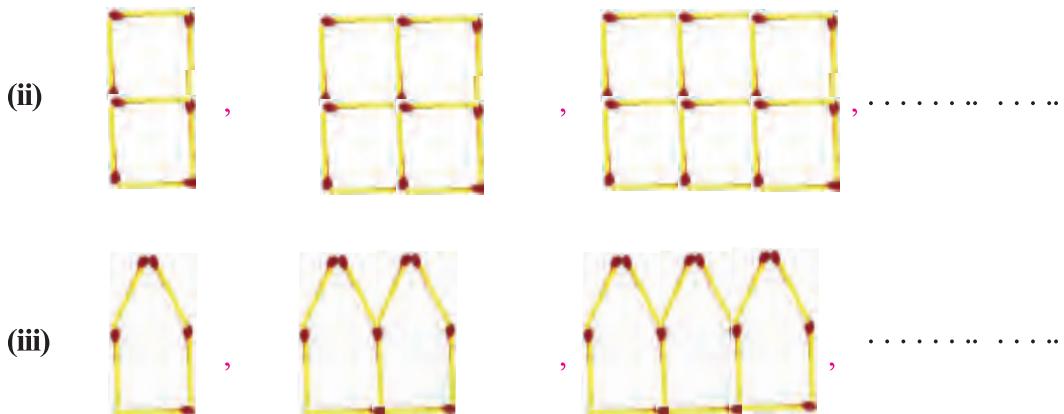
নিজে করি —1.2

নীচের ছকটি পূরণ করি :

আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের দৈর্ঘ্য	আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের প্রস্থ	আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল
$(9x^2 + 2)$ মি.	$(3 - x)$মি.	
$(8 - y^2)$মি.	$(5x + 2)$ মি.	
	$4x$ সেমি.	$(8x^3 - 4x^2 + 16x)$ বর্গসেমি.
$3x^2y^2$ মি.		$(9x^4y^4 - 27x^3y^2 + 18x^2y^3)$ বর্গমি.
$(2 + 5x)$ মি.	$(2 - 5x)$ মি.	
	$(4 + 10p)$ মি.	$(16 - 100p^2)$ বর্গমি.
$(11m - 13n)$ মি.		$(121m^2 - 169n^2)$ বর্গমি.
$(9x - y)$ সেমি.	$(9x + y)$ সেমি.	

কষে দেখি — 1.2

1. নীচের প্রত্যেকটির n-তম (n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা) সজ্জায় প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা লিখি :

(i)   , ...

2. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ($4y + 2$) সেমি. হলে ত্রিভুজটির পরিসীমা লিখি।

3. একটি আয়তাকারক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ($8x + 3y$) সেমি. এবং প্রস্থ ($8x - 3y$) সেমি.। ওই আয়তাকারক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল লিখি।

4. বর্গাকারক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ($3m - 4$) মিটার হলে ক্ষেত্রফল কত হবে m-এর মাধ্যমে লিখি। m-এর মান কত হলে এই বর্গাকারক্ষেত্রের পরিসীমা 8 মিটার হবে হিসাব করে লিখি।

5. নীচের ছক পূরণ করি :

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	যোগ করি	বিয়োগ করি
(a) (i) x^2+2y^2 (ii) $(-8y^2+6x^2+z^2)$	(i) + (ii) x^2+2y^2 $+(-8y^2+6x^2+z^2)$ $= x^2+2y^2-8y^2+6x^2+z^2$ $= 7x^2-6y^2+z^2$	(i)–(ii) $x^2+2y^2-(-8y^2$ $+6x^2+z^2)$ $= x^2+2y^2+8y^2-6x^2-z^2$ $= 10y^2-5x^2-z^2$
(b) (i) $6a^2+2$, (ii) $-3a^2+3a$, (iii) $-2a+3$	(i) + (ii) + (iii) [ ]	(ii) – (i) [ ] (iii) – (i) [ ]
(c) (i) $9m^2-2mn+n^2$ (ii) m^2+n^2 (iii) $m^2-3mn-2n^2$	(i) + (ii) + (iii) [ ]	(i) – (ii) [ ] (ii) – (iii) [ ]

6. নীচের ছক দেখি ও লিখি :

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	গুণ করি	ভাগ করি
(a) (i) $9a^3b^2 - 15a^2b^3$ (ii) $3ab$	(i) × (ii) $(9a^3b^2 - 15a^2b^3) \times 3ab$ $= 27a^{3+1}b^{2+1} - 45a^{2+1}b^{3+1}$ $= 27a^4b^3 - 45a^3b^4$	(i) ÷ (ii) $\frac{9a^3b^2 - 15a^2b^3}{3ab}$ $= \frac{9a^3b^2}{3ab} - \frac{15a^2b^3}{3ab}$ $= 3a^{3-1}b^{2-1} - 5a^{2-1}b^{3-1}$ $= 3a^2b - 5ab^2$
(b) (i) $x^4 - 4x^3 + 6x^2$ (ii) x^2	(i) × (ii) ☐ ☐	(i) ÷ (ii) ☐ ☐
(i) $3m^2n^3+40m^3n^4-5m^4n^5$ (ii) $10m^2n^2$	(i) × (ii) ☐	(i) ÷ (ii) ☐
(c) (i) $(49l^2 - 100m^2)$ (ii) $(7l + 10m)$	(i) × (ii) ☐	(i) ÷ (ii) ☐ [$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ সূত্রের সাহায্যে]
(d) (i) $625a^4 - 81b^4$ (ii) $5a + 3b$	(i) × (ii) ☐	(i) ÷ (ii) ☐ [$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ সূত্রের সাহায্যে]

7. সরল করি :

(i) $(a - b) + (b - c) + (c - a)$

(ii) $(a + b)(a - b) + (b + c)(b - c) + (c + a)(c - a)$

(iii) $x^2 \times \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) \times \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y}\right) \times y^2$

(iv) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$

(v) $x^2(y^2 - z^2) + y^2(z^2 - x^2) + z^2(x^2 - y^2)$

(vi) $(x^3 + y^3)(x^3 - y^3) + (y^3 + z^3)(y^3 - z^3) + (z^3 + x^3)(z^3 - x^3)$

8. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ এবং $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

— এই অভেদগুলি ব্যবহার করে নীচের সংখ্যামালাগুলির বর্গ করি-

(i) $5x - 2y$ (ii) $7 + 2m$ (iii) $x + y + z$ (iv) $a + b - c - d$

9. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ এবং $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

— এই অভেদগুলি ব্যবহার করে নীচের সংখ্যামালাগুলি পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করি-

(i) $9x^2 + \frac{9}{25y^2} - \frac{18x}{5y}$ (ii) $25m^2 - 70mn + 49n^2$

(iii) $(2a - b)^2 + (4a - 2b)(a + b) + (a + b)^2$ (iv) $\frac{p^2}{q^2} + \frac{q^2}{p^2} - 2$

10. নীচের সংখ্যামালাকে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি :

(i) 391×409 (ii) $(4x+3y)(2x-3y)$ (iii) x

11. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি :

(i) $225m^2 - 100n^2$ (ii) $25x^2 - \frac{1}{9}y^2z^2$ (iii) $7ax^2 + 14ax + 7a$ (iv) $3x^4 - 6x^2a^2 + 3a^4$
(v) $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ (vi) $64ax^2 - 49a(x-2y)^2$ (vii) $x^2 - 9 - 4xy + 4y^2$
(viii) $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ (ix) $3 + 2a - a^2$ (x) $x^4 - 1$ (xi) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$
(xii) $ac + bc + a + b$ (xiii) $x^4 + x^2y^2 + y^4$

12. সূত্রের সাহায্যে গুণ করি : (i) $(xy+pq)(xy-pq)$ (ii) 49×51
(iii) $(2x-y+3z)(2x+y+3z)$ (iv) 1511×1489
(v) $(a-2)(a+2)(a^2+4)$ (vi) $(a+b-c)(b+c-a)$

13. (a) $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে দেখাই যে $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$ ও $x^4 + \frac{1}{x^4} = 194$

(b) $m + \frac{1}{m} = -5$ হলে দেখাই যে $m^2 + \frac{1}{m^2} = 23$

(c) $p - \frac{1}{p} = m$ হলে দেখাই যে (i) $p^2 + \frac{1}{p^2} = m^2 + 2$ এবং (ii) $(p + \frac{1}{p})^2 = m^2 + 4$

(d) $a + b = 5$, $a - b = 1$ হলে সূত্রের সাহায্যে দেখাই যে $8ab(a^2 + b^2) = 624$

(e) $x - y = 3$, $xy = 28$ হলে $(x^2 + y^2)$-এর মান হিসাব করে লিখি।

14. দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করি :

(a) $2(a^2 + b^2)$ (b) $50x^2 + 18y^2$ (c) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2(ac - bd)$

15. (i) t -এর কোন মানগুলির জন্য $x^2 - tx + \frac{1}{4}$ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যামালা হবে তা লিখি।

(ii) $a^2 + 4$ -এর সঙ্গে কত যোগ করলে তা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যামালা হবে লিখি।

(iii) a ও b ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $a^2 - b^2 = 9 \times 11$ হলে a ও b-এর মান লিখি।

(iv) $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$ অভেদটি কি সমীকরণ? যুক্তিসহ লিখি।

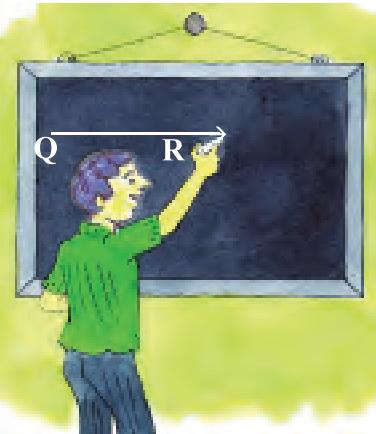
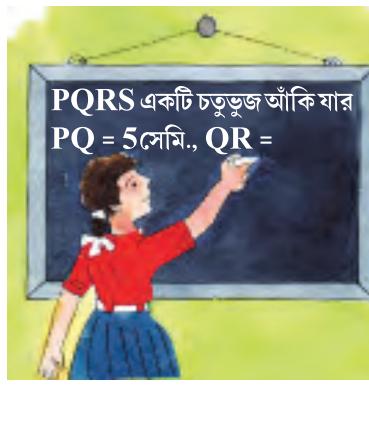
(v) শূন্য ছাড়া x ও y এর যেকোনো ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মানের জন্য $(x^2 + y^2)$ -এর মান সর্বদাই ☐ হবে [ধনাত্মক/ঋণাত্মক]

16. সমাধান করি :

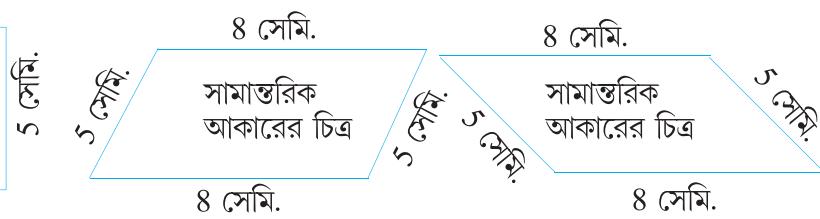
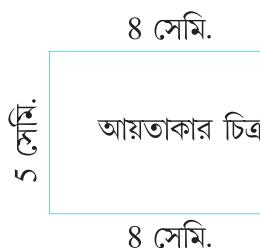
(i) $6x = 72$ (ii) $9x + 2 = 20$ (iii) $4x - 2x + 3 = 9 - 4x$

(iv) $\frac{x}{4} - \frac{x}{2} = 3\frac{1}{2} - \frac{x}{3}$ (v) $2x - 5\{7 - (x-6) + 3x\} - 28 = 39$

(vi) $\frac{1}{3}(x-2) + \frac{1}{4}(x+3) = \frac{1}{5}(x+4) + 15$

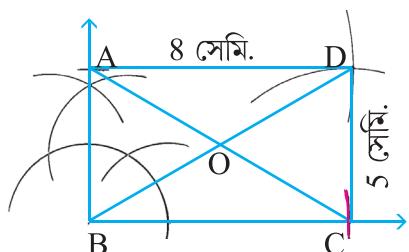
জ্যামিতিক চিত্র আঁকি

আজ আমরা একটি মজার খেলা খেলব। আমরা কিছু বন্ধুরা মিলে দুটি ব্ল্যাকবোর্ড জোগাড় করেছি। আমাদের মধ্যে কেউ একটি বোর্ডে নানান শর্ত লিখে দেবে। অন্যরা সেই শর্ত অনুযায়ী আঁকার চেষ্টা করবে।

শিউলি লিখল, 'এমন একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5সেমি., 8সেমি., 5সেমি. ও 8সেমি. অর্থাৎ বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান।'

আমি 5সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি ও 8সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠি নিয়ে দেখি কী কী ধরনের চতুর্ভুজ হয়।

কাঠি বসিয়ে দেখছি কোনো নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ পাচ্ছি না। তাই নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকার জন্য আরও একটি শর্তের প্রয়োজন।

এবার শিউলি লিখল, 'এমন একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকি যার বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান এবং একটি কোণ 90° অর্থাৎ ☐ (আয়তাকার/ বর্গাকার) চিত্র আঁকি যার দৈর্ঘ্য 8 সেমি. এবং প্রস্থ 5সেমি.।'

11 অনিতা অন্য ব্ল্যাকবোর্ডে ABCD একটি আয়তাকার চিত্র আঁকল যার দৈর্ঘ্য 8 সেমি. এবং প্রস্থ 5 সেমি.

A 8 সেমি. D 5 সেমি. O B C

ABCD আয়তাকার চিত্রের প্রতিটি কোণ ☐ এবং চারটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি ☐।

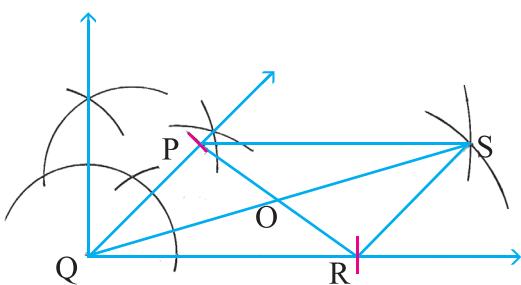
স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি,

AC = ☐ সেমি. ও BD = ☐ সেমি., তাই AC ☐ BD [=/≠ বসাই]এবং AO ☐ OC [=/≠বসাই], BO ☐ OD [=/≠বসাই]। চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, ∠AOD ☐ 90° [=/≠বসাই]

∴ ABCD আয়তাকার চিত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে কিন্তু সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে না।

12 শিউলি এবার লিখল, 'PQRS একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার PQ = 5সেমি., QR = 8সেমি., RS = 5সেমি., PS = 8সেমি. এবং ∠PQR = 45°; অর্থাৎ PQRS একটি ☐ (সামান্তরিক/ আয়তাকার চিত্র)।'

তুহিন অন্য ব্ল্যাকবোর্ডে PQRS একটি সামান্তরিক আঁকল যার PQ = 5সেমি., QR = 8সেমি., RS = 5সেমি., PS = 8 সেমি. এবং ∠PQR = 45^0

P S O Q R

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি ∠PQR = ☐, ∠QRS = ☐, ∠RSP = ☐, ∠SPQ = ☐,

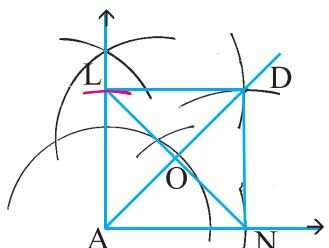
∴ চারটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি = ☐

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি,

PR = ☐ সেমি., QS = ☐ সেমি., PO ☐ OR [=/≠বসাই], QO ☐ OS [=/≠বসাই]

∴ কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। [খাতায় আমিও ছবিটি আঁকি ও নিজে মাপ নিয়ে যাচাই করি]।

13 এবার তিথি একটি বর্গক্ষেত্র আঁকল যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4সেমি.

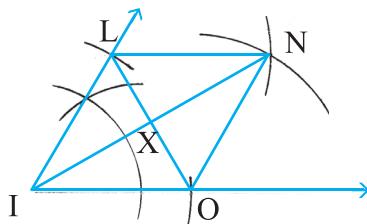
L D O A N

LAND বর্গাকার চিত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ☐ সেমি.,

প্রতিটি কোণের পরিমাণ ☐ এবং LN ও AD কর্ণদ্বয় ☐ [সমান/অসমান]

LO ☐ ON [=/≠বসাই], AO ☐ OD [=/≠বসাই]

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি ∠LOD = ☐

বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

14 আসিফ ইকবাল একটি রম্বস LION আঁকল যাঁর প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি., এবং $\angle LIO = 60^\circ$

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি,

$\angle LIO =$ ☐, $\angle ION =$ ☐,

$\angle ONL =$ ☐, $\angle NLI =$ ☐ এবং $\angle LXN =$ ☐

রম্বসের চারটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি = ☐

স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখছি, LX ☐ XO [=/≠] এবং IX ☐ XN [=/≠]

$\therefore$ রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

কী কী পেলাম দেখি—

চিত্র ও সংজ্ঞা	বৈশিষ্ট্য
সামান্তরিক (PSRQ) যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল	(1) বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য ☐। (2) বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ ☐। (3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সাধারণত ☐। (4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ☐ করে।
রম্বস (LNOI) যে সামান্তরিকের একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান	(1) সকল বাহুর দৈর্ঘ্য ☐। (2) বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ ☐। (3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সাধারণত ☐। (4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ☐ ☐ করে।
আয়তক্ষেত্র (ABCD) যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ	(1) বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য ☐। (2) প্রতিটি কোণের পরিমাপ ☐। (3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐। (4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ☐ করে।
বর্গক্ষেত্র (LAND) যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ এবং একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান	(1) সকল বাহুর দৈর্ঘ্য ☐। (2) প্রতিটি কোণের পরিমাপ ☐। (3) কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ☐। (4) কর্ণদ্বয় পরস্পরকে ☐ ☐ করে।

চতুর্ভুজের শ্রেণিবিভাগ

চতুর্ভুজ

এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল → ট্রাপিজিয়াম

একজোড়া সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্যে সমান এবং বাকী দুটিও দৈর্ঘ্যে সমান → কাইট

ট্রাপিজিয়াম:

তির্যক বাহু দুটি সমান্তরাল → সামান্তরিক

তির্যক বাহু দুটি দৈর্ঘ্যে সমান → সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম

সামান্তরিক:

একটি কোণ সমকোণ → আয়তক্ষেত্র

একজোড়া সন্নিহিত বাহু দৈর্ঘ্যে সমান → রম্বস

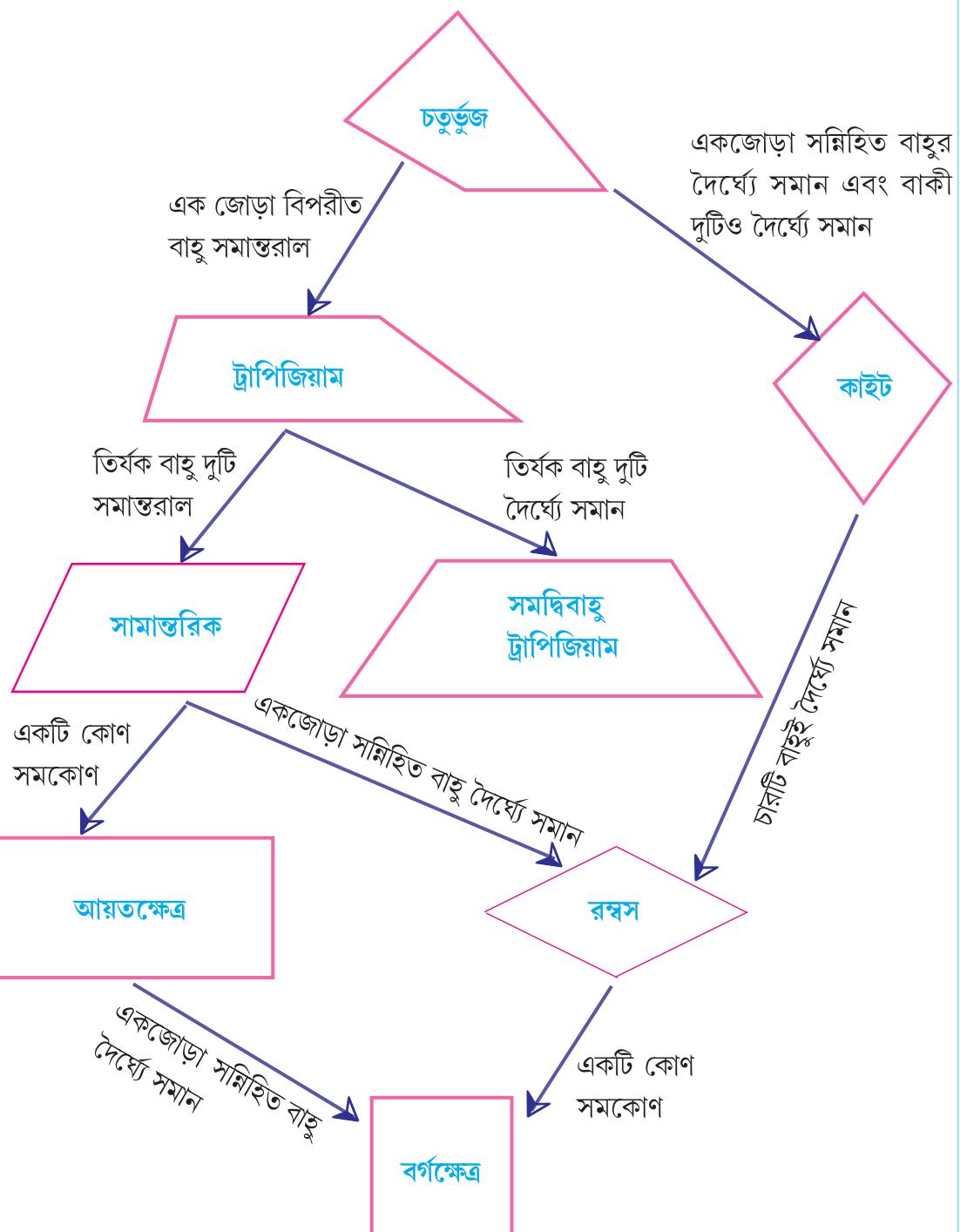
কাইট:

চারটি বাহুই দৈর্ঘ্যে সমান → রম্বস

আয়তক্ষেত্র:

একজোড়া সন্নিহিত বাহু দৈর্ঘ্যে সমান → বর্গক্ষেত্র

রম্বস:

একটি কোণ সমকোণ → বর্গক্ষেত্র

(1) আমি দুটি $45^{\circ}-45^{\circ}-90^{\circ}$ সেটস্কোয়ার দিয়ে ☐ [আয়তাকার চিত্র / বর্গাকার চিত্র] পাব।

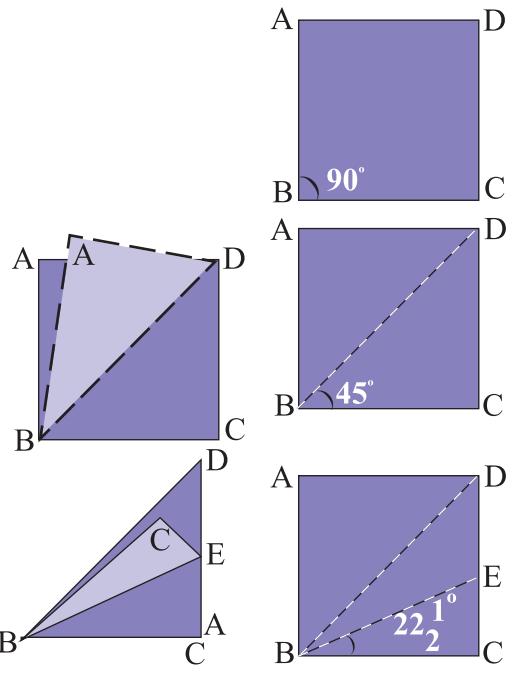
(2) আমি দুটি $30^{\circ}-60^{\circ}-90^{\circ}$ সেটস্কোয়ার দিয়ে ☐ [আয়তাকার চিত্র / বর্গাকার চিত্র] পাব।

(3) আমি দুটি ☐ সেটস্কোয়ার দিয়ে সামান্তরিক পাব।

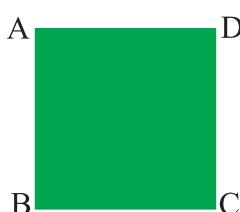
হাতেকলমে

আমরা অনেকে নিজেদের খাতায় নানান মাপের ছোটো বড়ো বর্গাকার চিত্র আঁকলাম। এবার এই বর্গক্ষেত্রাকার কাগজগুলিতে নানান রং দিলাম ও কেটে নিলাম।

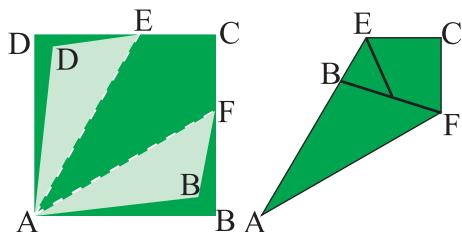
আমি আমার নীল রঙের বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ ভাঁজ করে 90°, 45° ও $22\frac{1}{2}^{\circ}$ কোণ তৈরি করি।

প্রথমে একটি বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ নিলাম→

BD কর্ণ বরাবর ভাঁজ করে ভাঁজ খুলে পেলাম →

BD ও BC ধারদুটি একে অপরের সঙ্গে মিলিয়ে ভাঁজ করে ভাঁজ খুলে পেলাম →

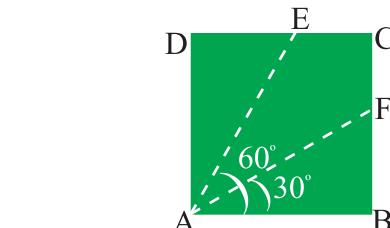
চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি $\angle ABC =$ ☐, $\angle DBC =$ ☐ ও $\angle EBC =$ ☐

আমি আমার সবুজ রঙের বর্গক্ষেত্রাকার কাগজ ভাঁজ করে 15°, 30° ও 60° কোণ তৈরি করার চেষ্টা করি।

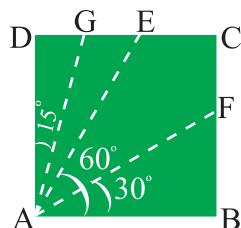
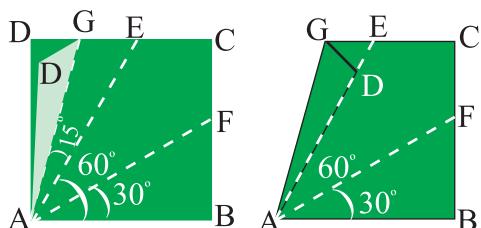
প্রথমে আমি বর্গক্ষেত্রাকার সবুজ কাগজ নিলাম।

এবার এই বর্গক্ষেত্রাকার কাগজের $\angle A$ কে কেন্দ্র করে AB ও AD প্রান্তদুটি পাশের ছবির মতো ভাঁজ করলাম যাতে ভাঁজ করা অংশদুটি একটি আরেকটির উপর সম্পূর্ণভাবে মিশে যায়।

এবার ভাঁজ খুলে পাশের ছবির মতো পেলাম।

ভাঁজ খুলে পেলাম, $\angle DAE = \angle EAF = \angle FAB = 30^\circ$

$$\angle BAE = \angle DAF = 60^\circ$$

এবার $\angle A$ কোণকে কেন্দ্র করে AD কে AE -এর সঙ্গে মিলিয়ে ভাঁজ করলাম।

ভাঁজ খুলে দিয়ে পেলাম,

$\angle DAG = \square$

কষে দেখি — 1.3

1. (i) হাতেকলমে বর্গাকার ক্ষেত্রবিশিষ্ট কাগজ ভাঁজ করে $22\frac{1}{2}^\circ$, 45°, 90° কোণ তৈরি করি।

   (i) আমি সামান্তরিক আঁকি ও কাগজ কেটে কোণগুলি ভাঁজ করে দেখি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে কীভাবে ছেদ করে।

   (iii) আমি বর্গাকার কাগজ ভাঁজ করে বর্গক্ষেত্র, আয়তক্ষেত্র ও রম্বসের কর্ণের ধর্ম যাচাই করি।

   (iv) 4 টি $\square$ সেটস্কোয়ারের সাহায্যে রম্বস তৈরি করি।

(v) আমি সেটস্কোয়ারের সাহায্যে 30°, 45°, 60°, 90°, 105° ও 120° কোণ আঁকি।

2. স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 90°, 45°, $22\frac{1}{2}^\circ$, 60°, 30°, 120°, 75°, 105°, 135°, 150° কোণ আঁকি।

3. PLAN চতুর্ভুজে বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান অর্থাৎ PL = AN = 6সেমি. এবং PN = LA = 5 সেমি.। তিনরকম PLAN চতুর্ভুজ আঁকি এবং কখন PLAN চতুর্ভুজটি আয়তাকার চিত্র হবে দেখি।

4. একটি নির্দিষ্ট বর্গাকার চিত্র আঁকতে হলে কমপক্ষে কী কী তথ্য দরকার লিখি।

5. একটি নির্দিষ্ট সামান্তরিক আঁকতে হলে কমপক্ষে কী কী তথ্য দরকার লিখি।

6. একটি বর্গাকার চিত্র DEAR আঁকি যার DE = 5.6 সেমি.।

7. একটি আয়তাকার চিত্র BEST আঁকি যার BE = 6 সেমি. ও ES = 4.8 সেমি.।

8. একটি রম্বস HOME আঁকি যার $\angle HOM = 60^\circ$ এবং HO = 6 সেমি.।

9. একটি রম্বস ROAD আঁকি যার RA = 8 সেমি ও OD = 6 সেমি.।

10. একটি সামান্তরিক GOLD আঁকি যার GO = 7সেমি., OL = 5.8 সেমি. এবং GL = 5.8 সেমি.।

11. (i) ABCD একটি আয়তক্ষেত্র। AC = 5 সেমি. হলে, BD -এর দৈর্ঘ্য কত হবে লিখি।

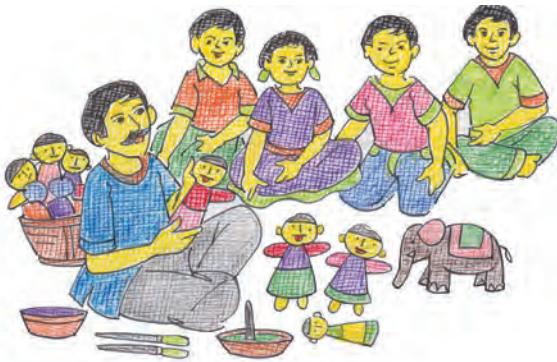
(ii) PQRS একটি বর্গক্ষেত্রের PR ও QS কর্ণ দুটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে। PR = 5 সেমি. হলে QO -এর দৈর্ঘ্য কত হবে লিখি।

(iii) ABCD সামান্তরিকের $\angle ABC = 60^\circ$ হলে $\angle ADC$ -এর মান কত হবে লিখি।

(iv) ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণদুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle AOB$-এর মান কত লিখি।

(v) একটি বর্গক্ষেত্র সর্বদাই রম্বস কিন্তু রম্বস সর্বদাই ☐ নয়।

(vi) একটি বর্গক্ষেত্র সর্বদাই ☐ কিন্তু একটি আয়তক্ষেত্র সর্বদাই ☐ নয়।

2. পাই চিত্র

কৃষ্ণনগরের ফরিদপুর গ্রামে আমার বন্ধুর বাড়ি। শাহনাজের বাবা খুব সুন্দর মাটির পুতুল তৈরি করেন।

আজ আমরা অনেক বন্ধু মিলে শাহনাজের বাড়ি বেড়াতে গেছি। সেখানে আমরা মাটির পুতুল তৈরি করা দেখলাম ও অনেক কিছু জানলাম।

শাহনাজের বাবা নিয়ামতচাচা এই সপ্তাহের প্রথম 4দিনে কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করলেন তার চিত্রলেখ।

বার	তৈরি করা মাটির পুতুলের সংখ্যা
সোমবার	웃 웃 웃 웃
মঙ্গলবার	웃 웃 웃 웃 ½웃
বুধবার	웃 웃 웃 웃 웃
বৃহস্পতিবার	웃 웃 웃

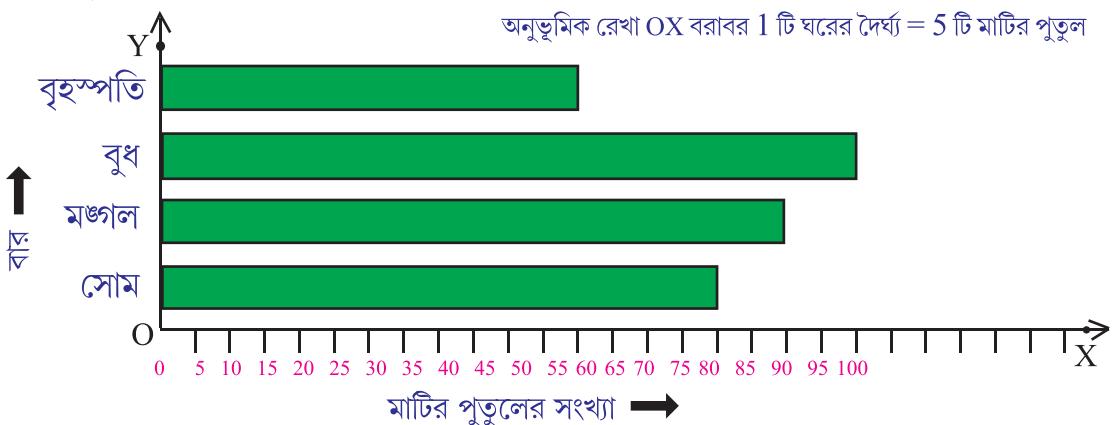
চিত্রলেখ থেকে নীচের প্রশ্নের উত্তর খুঁজি—

(i) নিয়ামতচাচা কবে সবচেয়ে বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(ii) নিয়ামতচাচা মঙ্গলবার কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(iii) তিনি কবে সবচেয়ে কম মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(iv) তিনি সোমবার কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

আমার বন্ধু অমিয় আমার তৈরি তথ্যটি বোঝানোর জন্য স্তম্ভচিত্র তৈরি করল।

অমিয় যে স্তম্ভচিত্র তৈরি করল সেখান থেকে নীচের প্রশ্নর উত্তর খুঁজি —

(i) নিয়ামতচাচা সোমবার কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(ii) তিনি কবে সবচেয়ে কম মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

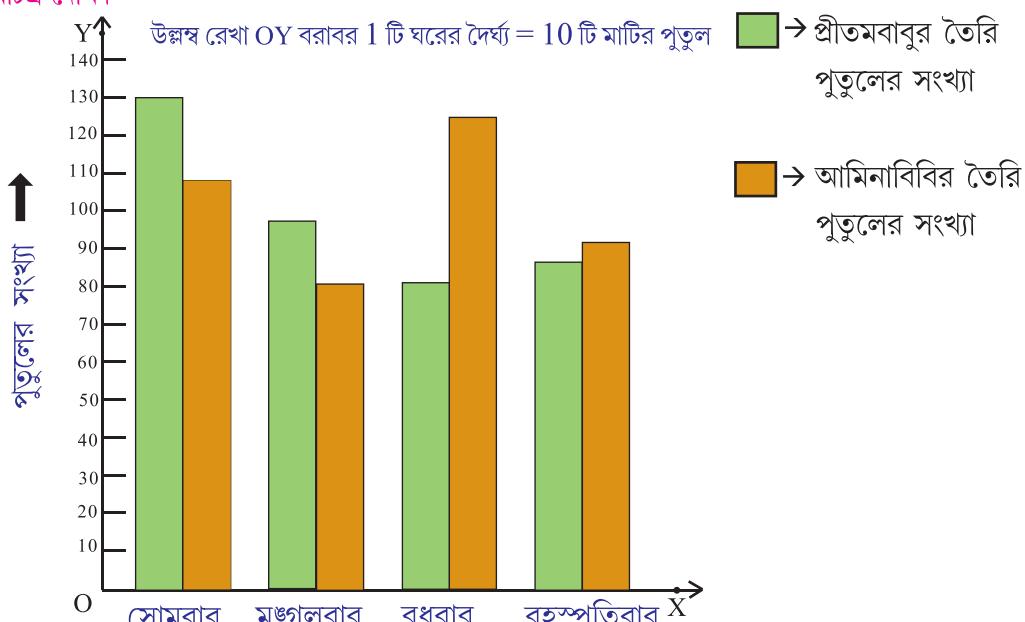
(iii) তিনি সোমবার বৃহস্পতিবারের তুলনায় কতগুলি বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

1 আমরাও নিয়ামতচাচার মতো মাটির পুতুল তৈরির চেষ্টা করলাম। আমরা 20 জন ছাত্রছাত্রী কতগুলি করে মাটির পুতুল তৈরি করলাম লিখি—

4, 1, 3, 2, 4, 4, 3, 3, 1, 2, 3, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 3, 3, 4

দেখছি তথ্যটি কাঁচাতথ্য হিসাবে আছে। এগুলি ট্যালি মার্ক দিয়ে সাজিয়ে লিখি —

মাটির পুতুলের সংখ্যা	ট্যালি মার্ক	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (জন)
1	||	2
2	||||	4
3	卌 |||	8
4	卌 |	6

2 ওই গ্রামের প্রীতমবাবু ও আমিনাবিবি গত সপ্তাহের প্রথম চারদিনে কতগুলি মাটির পুতুল তৈরি করেছেন তার স্তম্ভলেখচিত্র দেখি।

দ্বিস্তম্ভ লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নের উত্তর খুঁজি —

(i) প্রীতমবাবু ও আমিনাবিবির মধ্যে সোমবার কে বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন এবং কতগুলি বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন লিখি।

(ii) কোন কোন বারে আমিনাবিবি প্রীতমবাবুর থেকে বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন এবং কতগুলি বেশি মাটির পুতুল তৈরি করেছিলেন তা লিখি।

নিজে করি—2

এ বছরে আমাদের স্কুলের বিজ্ঞান-প্রদর্শনী অনুষ্ঠানে নানারকম বিজ্ঞানের মডেল তৈরি করে ব্যাখ্যার আয়োজন করেছি। প্রতিদিন অনেক স্কুলের ছেলে মেয়ে ও অভিভাবকেরা লাইন দিয়ে দেখতে আসছেন। আজ রবিবার সকাল 10 টা থেকে দুপুর 12 টা পর্যন্ত যারা প্রদর্শনীতে এসেছেন তাদের তালিকা তৈরি করি —

ধরি, | মহিলা | W | | পুরুষ | M | | বালক | B | | বালিকা | G |

[B, G, B, M, G, G, M, B, W, B, W, G, W, G, G, M, M, W, B, B, B, W, W, G, G, W, B, M, M, B, G, G, B, W, M, M, W, M, M, G, G, W, M]

উপরের কাঁচা তথ্যকে ট্যালি মার্ক দিয়ে পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি এবং একটি স্তম্ভচিত্র তৈরি করি।

অন্যভাবে চিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলি লিখি

আজ আমাদের শ্রেণিতে 30 জন ছাত্রছাত্রী এসেছে। আমরা ঠিক করেছি প্রত্যেকের হবি [শখ অর্থাৎ অবসর সময়ে কী করতে ভালোলাগে] জানব ও সংগ্রহ করা তথ্য লেখচিত্রে প্রতিস্থাপন করব।

অয়ন আমাদের শ্রেণির 30 জন ছাত্রছাত্রীর হবির তালিকা তৈরি করল—

হবি	গান করা	নাচ করা	গল্পের বই পড়া	নাটক করা	ছবি আঁকা
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	7	6	5	5	7

মেহের উপরের তথ্যের স্তম্ভচিত্র তৈরি করল। [নিজে করি]

এছাড়া অন্যভাবেও কি চিত্র এঁকে এই তথ্য প্রতিস্থাপন করা যায় যেখান থেকে খুব সহজেই এই তথ্যের ব্যাখ্যা পাওয়া যাবে?

বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্রের মাধ্যমে তথ্য প্রকাশ করা যায় যেখানে অনেকগুলি বৃত্তকলা থাকে। এক একটি বৃত্তকলা তথ্যের এক একটি অংশকে বোঝায় এবং বৃত্তকলার মাপ ওই তথ্যের অংশের পরিমাণের সমানুপাতী হয়।

পাশের বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলি প্রকাশ করা যায়—

দেখছি, গান করা ও ছবি আঁকার বৃত্তকলাগুলি সবচেয়ে বড়ো এবং একই মাপের।

আবার গল্পের বই পড়া ও নাটক করার বৃত্তকলাগুলি সবচেয়ে ছোটো এবং একই মাপের।

অর্থাৎ এক একটি বৃত্তকলা তথ্যের এক একটি অংশকে বোঝায় এবং এক একটি বৃত্তকলার মাপ তথ্যের এক একটি অংশের পরিমাণের সাথে ☐।

অবসর সময়ে গান করছে মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{7 \text{ জন}}{30 \text{ জন}} = \frac{7}{30}$

অবসর সময়ে ছবি আঁকছে মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{7}{30}$

কিন্তু অবসর সময়ে গল্পের বই পড়া মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{5 \text{ জন}}{30 \text{ জন}} = \frac{1}{6}$

কিন্তু অবসর সময়ে নাটক করা মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{1}{6}$

এবং অবসর সময়ে নাচ করা মোট ছাত্রছাত্রীর অংশ = $\frac{\square}{\square}$

তাই গান করা ও ছবি আঁকার বৃত্তকলা সমগ্র বৃত্তাকার ক্ষেত্রের $\frac{\square}{\square}$ অংশ জুড়ে আছে।

অবসর সময়ে নাচ করা বৃত্তকলা সমগ্র বৃত্তাকার ক্ষেত্রের $\frac{\square}{\square}$ অংশ জুড়ে আছে।

এইভাবে বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্রের মাধ্যমে তথ্যকে লেখার পদ্ধতিকে কী বলা হয়?

একে **বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্র** বা **পাই চিত্র** বলা হয়।

বিভিন্ন অংশের সমানুপাতে বৃত্তকলাগুলি তৈরির চেষ্টা করি

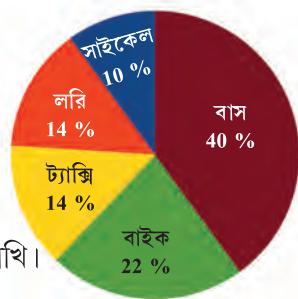
নীচের পাই চিত্র দেখি ও তথ্যটি বুঝি —

আজ সকাল 11টা থেকে 12টা পর্যন্ত রাস্তায় যানবাহন চলার পাই চিত্র।

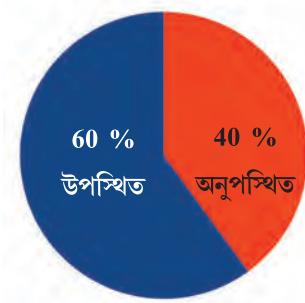
দেখছি — 1) সবচেয়ে বেশি চলেছে ☐।

2) সবচেয়ে কম চলেছে ☐।

3) কোন দুটি গাড়ি সমান সংখ্যায় চলেছে লিখি।

4) ট্যাক্সি যাওয়ার বৃত্তকলাটি সম্পূর্ণ বৃত্তাকারক্ষেত্রের কত অংশ লিখি।

আজ সকাল থেকে খুব বৃষ্টি হচ্ছে তাই অনেকে স্কুলে আসতে পারেনি। তথাগত তার শ্রেণির উপস্থিত ও অনুপস্থিতের সংখ্যার পাই চিত্র তৈরি করল।

দেখছি, তথাগতর শ্রেণিতে অর্ধেকের বেশি ছাত্রছাত্রী ☐।
[উপস্থিত / অনুপস্থিত]

অনুপস্থিত বৃত্তকলাটি সম্পূর্ণ বৃত্তকারক্ষেত্রের কত অংশ লিখি।

কিন্তু কীভাবে পাই চিত্র তৈরি করব দেখি

আমাদের ক্লাসের ছাত্রছাত্রীরা কোন কোন খেলা কতজন করে পছন্দ করে শতকরায় তার তালিকা তৈরি করলাম (একজন একটিই খেলা পছন্দ করতে পারবে)।

খেলা	খেলা পছন্দ করা ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (শতকরায়)
ক্রিকেট	50
ফুটবল	30
ব্যাডমিন্টন	20

আমি এই তালিকার তথ্যটির পাই চিত্র তৈরি করি

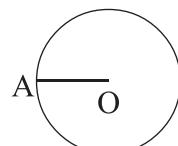
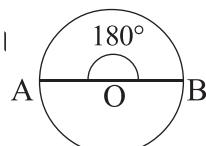
একটি বৃত্তের কেন্দ্রে সম্পূর্ণ কোণ = 360^0

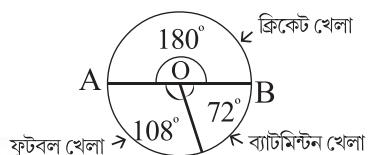
তাই পাইচিত্রে যে বৃত্তকলাগুলি তথ্যটির অংশগুলিকে বোঝাবে মোট বৃত্তাকারক্ষেত্রে তাদের মাপ তথ্যটির অংশগুলির পরিমাপের সমানুপাতী হবে। অর্থাৎ বৃত্তকলাগুলির কেন্দ্রীয় কোণ (Central Angle) $360°$-এর ভগ্নাংশ হবে।

আমরা বৃত্তকলাগুলির কেন্দ্রীয় কোণ কী হবে হিসাব করে লিখি।

খেলা	খেলা পছন্দ করা (শতকরায়)	খেলা পছন্দ করা (ভগ্নাংশে)	কেন্দ্রীয় কোণ (360°-এর অংশ)
ক্রিকেট খেলা	50	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$
ফুটবল খেলা	30	$\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$	$\frac{3}{10} \times 360^\circ = 108^\circ$
ব্যাডমিন্টন খেলা	20	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} \times 360^\circ = 72^\circ$

1) এবার প্রথমে যেকোনো দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করলাম।

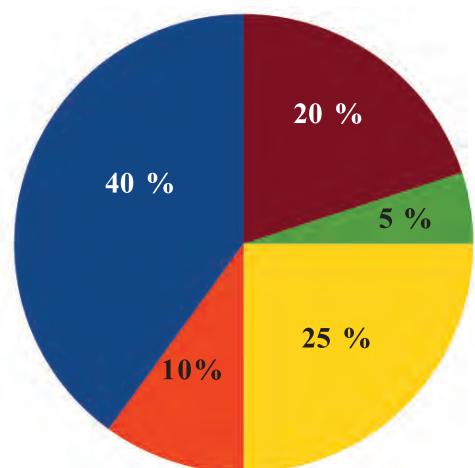
A O

2) এবার ক্রিকেট খেলা পছন্দকারীদের বোঝায় যে বৃত্তকলা তার কেন্দ্রীয় কোণ 180°; তাই চাঁদা বসিয়ে $\angle AOB = 180^\circ$ অঙ্কন করলাম।

3) এবার উল্টোদিকে চাঁদা বসিয়ে দুটি বৃত্তকলা তৈরি করলাম যাদের কেন্দ্রীয় কোণ যথাক্রমে 108° ও 72°

আমি এইভাবে তালিকার তথ্যটির পাই চিত্র তৈরি করলাম।

আমাদের পাড়ায় গ্রন্থাগারে নানা ধরনের পড়ার বই আছে।
আমি তার তালিকা তৈরি করে লিখি।

বইয়ের প্রকারভেদ	ছোটো গল্প	উপন্যাস	ভ্রমণ	ছোটোদের কমিক্স	জীবনী
বই আছে (শতকরায়)	40	20	5	25	10

তালিকায় দেওয়া তথ্যটির পাই চিত্র তৈরি করি। প্রথমে শতকরাকে ভগ্নাংশে প্রকাশ করি।

বইয়ের প্রকারভেদ	ছোটো গল্প	উপন্যাস	ভ্রমণ	ছোটোদের কমিক্স	জীবনী
বই আছে (শতকরায়)	40	20	5	25	10
বহ আছে (ভগ্নাংশে)	$\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$	$\frac{20}{100}=\frac{\square}{5}$	$\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$	$\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$	$\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$
কেন্দ্রীয় কোণ (360° - এর অংশ)	$360^\circ \times \frac{2}{5} = \square$	$360^\circ \times \frac{1}{5} = \square$	$360^\circ \times \frac{\square}{\square} = \square$	$360^\circ \times \frac{\square}{\square} = \square$	$360^\circ = \square$

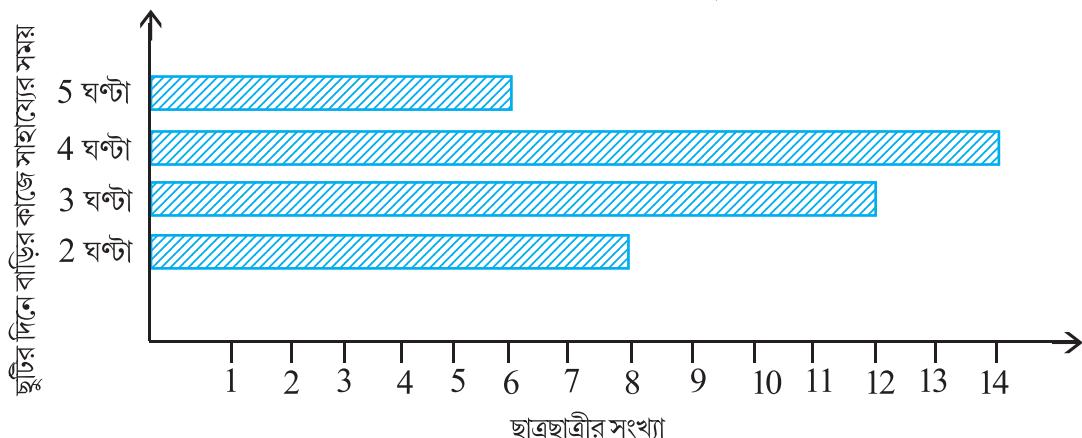
এবার আমি একটি বৃত্তাকারক্ষেত্রকে কতকগুলি বৃত্তকলায় ভাগ করলাম যাদের কেন্দ্রীয় কোণ যথাক্রমে 144°, 72°, 18°, 90° ও 36°

কষে দেখি— 2

1. গতবছরের এপ্রিল মাসে রোহিতদের স্কুলে 23 দিনের পঠন-পাঠন হয়েছিল। রোহিত ওই 23 দিনে তাদের শ্রেণিতে ছাত্রছাত্রীদের উপস্থিতি সংখ্যা লিখে রেখেছে।

সেগুলি হলো —

		15	43	51	47	43	5
51	47	38	51	47	51	47	51
47	51	51	43	47	43	51	42

আমি এই কাঁচা তথ্যটি ট্যালি মার্ক দিয়ে সাজিয়ে পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করি ও সেই তালিকা থেকে স্তম্ভচিত্র তৈরি করি।

2. আমাদের শ্রেণির 40 জন ছাত্রছাত্রীর মধ্যে প্রতি ছুটির দিনে কতজন বাড়ির কাজে কতঘণ্টা সাহায্য করে তার স্তম্ভচিত্র তৈরি করলাম। এই স্তম্ভচিত্র দেখি ও নানা প্রশ্নের উত্তর খুঁজি।

i) স্তম্ভচিত্র থেকে আমাদের শ্রেণির কতজন করে ছাত্রছাত্রী প্রতি ছুটির দিনে কতক্ষণ বাড়ির কাজ করে লিখি।

ii) কতজন ছাত্রছাত্রী ছুটির দিনে সবচেয়ে বেশি সময় বাড়ির কাজে সাহায্য করে লিখি।

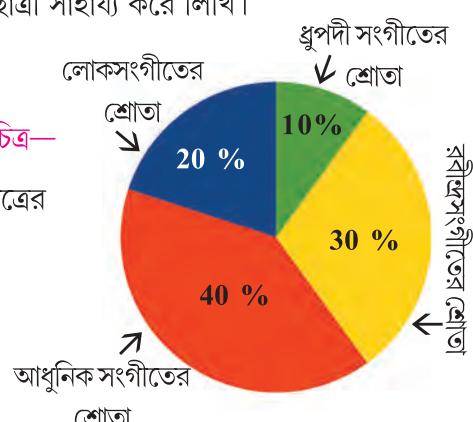
iii) প্রতি ছুটির দিনে 2 ঘণ্টা করে বাড়ির কাজে কতজন ছাত্রছাত্রী সাহায্য করে লিখি।

3. নীচের পাই চিত্র দেখি ও প্রশ্নের উত্তর খুঁজি —

a) শ্রোতারা কোন কোন ধরনের গান পছন্দ করেন তার পাই চিত্র—

(i) লোকসংগীতের শ্রোতার বৃত্তকলাটি সম্পূর্ণ বৃত্তাকারক্ষেত্রের কত অংশ লিখি।

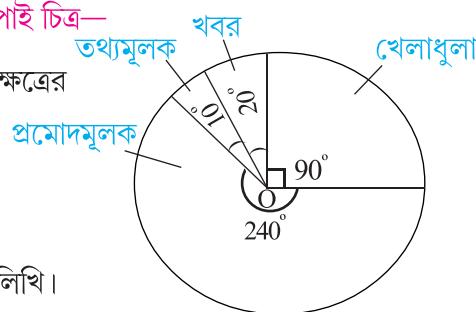
(ii) পাই চিত্র থেকে কোন ধরনের গানের শ্রোতা সবচেয়ে বেশি লিখি।

(iii) কোন ধরনের গানের শ্রোতা সবচেয়ে কম লিখি।

b) দর্শকরা টিভিতে কোন ধরনের অনুষ্ঠান পছন্দ করেন তার পাই চিত্র—

(i) পাই চিত্রে খবরের দর্শকের বৃত্তকলাটি সম্পূর্ণ বৃত্তাকারক্ষেত্রের কত অংশ লিখি।

(ii)কোন ধরনের অনুষ্ঠানের দর্শক সবচেয়ে বেশি লিখি।

(iii) কোন ধরনের অনুষ্ঠানের দর্শক সবচেয়ে কম লিখি।

(iv) মোট দর্শকের কত অংশ খেলাধুলার অনুষ্ঠান দেখেন লিখি।

4. পঞ্চম শ্রেণির বার্ষিক মূল্যায়নে শুভম বিভিন্ন বিষয়ে যে যে নম্বর পেয়েছে তার মোট নম্বরের উপর শতকরা হিসাব নীচের তালিকায় লিখলাম।

বিষয়	বাংলা	ইংরেজি	অঙ্ক	পরিবেশ	শারীর শিক্ষা ও হাতের কাজ
প্রাপ্ত নম্বর (শতকরায়)	15	20	30	15	20

এই তথ্যটির পাইচিত্র তৈরি করি ও প্রতিটি বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ লিখি।

5. আমাদের পাড়ায় মধুবাবুর দোকান আছে। আমি মধুবাবুর দোকানের একদিনের বিভিন্ন ধরনের জিনিস বিক্রির তালিকা তৈরি করলাম।

জিনিস	সাধারণ পাঁউরুটি	স্লাইস পাঁউরুটি	কেক	বিস্কুট
মূল্য (₹)	320	100	160	140

আমি এই তথ্যটির পাই চিত্র তৈরির চেষ্টা করি।

সংকেত : প্রথমে ভগ্নাংশে নিয়ে যাই।

ওই দিনে মোট বিক্রি হয়েছে = ₹ (320 + 100 + 160 + 140) = ₹ ☐

∴ সাধারণ পাঁউরুটি বিক্রি হয়েছে = $\frac{320}{720}$ অংশ = $\frac{\square}{\square}$ অংশ

আমার পাই চিত্রে বৃত্তাকারক্ষেত্রে সাধারণ পাঁউরুটি বিক্রির বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ $360^\circ \times \frac{4}{9} = 4 \times 40^\circ = 160^\circ$

একইভাবে স্লাইস পাঁউরুটি বিক্রির বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ ☐

কেক বিক্রির বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ ☐

বিস্কুট বিক্রির বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ ☐

এবার নিজে পাই চিত্র আঁকি।

6. অষ্টম শ্রেণির দুটি বিভাগের ছাত্রছাত্রীরা অবসর সময়ে কী কী বিষয় পছন্দ করে তার একটি তালিকা তৈরি করেছি। (এক একজন একটিই বিষয় পছন্দ করবে)।

পছন্দের বিষয়	গান	কবিতা	নাচ	নাটক	ছবি আঁকা
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (জন)	20	25	27	28	20

এই তথ্য থেকে মোট ছাত্রছাত্রীর কত অংশ কোন কোন বিষয় পছন্দ করে হিসাব করি । প্রতিটি বৃত্তকলার কেন্দ্রীয় কোণ খুঁজি ও সেই অনুযায়ী পাই চিত্র তৈরি করি।

7. আমি একটি মডেল তৈরি করেছি। উপকরণ কেনার খরচের একটি তালিকা তৈরি করলাম।

উপকরণ	আর্ট পেপার	স্কেচ পেন	কাঁচি	রঙিন ফিতে	পিচবোর্ড
খরচ ₹	9	12	25	6	8

তথ্যগুলির বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্র বা পাই চিত্র তৈরি করি।

8. একদিন একটি চিত্রপ্রদর্শনীতে আসা 450 জন দর্শকের পছন্দের চিত্রশিল্পীর তালিকা তৈরি করলাম।

চিত্রশিল্পীর নাম	যামিনী রায়	নন্দলাল বসু	চিন্তামণি কর	গণেশ পাইন
পছন্দের দর্শক সংখ্যা	150	120	80	100

এই তথ্য নিয়ে একটি পাই চিত্র তৈরি করি ও বৃত্তকলাগুলির কেন্দ্রীয় কোণ লিখি।

9. 180 জনের একটি দলকে পছন্দের ঋতু জিজ্ঞাসা করে প্রাপ্ত তথ্য দিয়ে নীচের পাই চিত্র বানানো হলো—

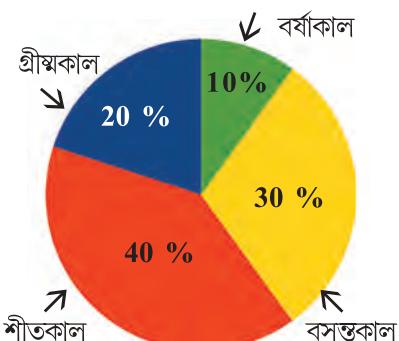
নীচের পাই চিত্র থেকে প্রশ্নগুলির উত্তর খোঁজার চেষ্টা করি —

i) সবচেয়ে বেশি জন কোন ঋতু পছন্দ করে এবং কত জন লিখি।

ii) সবচেয়ে কম জন কোন ঋতু পছন্দ করে এবং কতজন লিখি।

iii) কতজন গ্রীষ্মকাল পছন্দ করে লিখি।

iv) সবচেয়ে ছোটো বৃত্তকলা দ্বারা কোন ঋতু বোঝানো হয়েছে।

v) নিজে পাই চিত্র দেখি ও আরও দুটি নতুন প্রশ্ন তৈরি করে উত্তর খুঁজি।

3. মূলদ সংখ্যার ধারণা

আজ রবিবার। আমাদের স্কুল ছুটি। আমরা বন্ধুরা মিলে মধুমিতার বাড়ি যাচ্ছি। মধুমিতার বাড়ি ব্যান্ডেলের কাছে। ঠিক করেছি সারাদিন ওখানে খুব আনন্দ করব ও ওখানকার চাষবাস, জনসংখ্যা ও বেশিরভাগ মানুষের জীবিকা সম্বন্ধে জানব।

সকাল 8 টায় বাস ছাড়ল। তখন আমরা বন্ধুরা 15 জন বাসে বসে আছি। কিন্তু কিছু পরে বাসটায় খুব ভিড় হয়ে গেল।

আমরা ঠিক করেছি সমীকরণ তৈরি করে কতজন লোক বাসে উঠছে ও নামছে হিসাব করব। তমাল সমীকরণের বীজগুলি একটি কার্ডে লেখার চেষ্টা করবে।

ধরি, আমরা ছাড়া বাসে আরও x জন যাত্রী উঠেছে। এখন যদি বাসে 32 জন যাত্রী থাকে ,

তাহলে পাই $x + 15 = 32$ ...... (i)

বা, $x = 32 - 15$

$\therefore x = 17$

সুতরাং, বাসে আরও 17 জন যাত্রী উঠেছে ।

তমাল একটি কাগজে লিখল, **(i) নং সমীকরণের বীজটি স্বাভাবিক সংখ্যা।**

কিন্তু যদি বাসে 15 জন যাত্রী থাকত,

অর্থাৎ $x + 15 = 15$ .... (ii) হলে $x =$ ☐ পাই।

$\therefore$ সেক্ষেত্রে (ii) নং সমীকরণের বীজটি ☐ (স্বাভাবিক সংখ্যা/অখণ্ড সংখ্যা)

কিন্তু আয়েষা ভুল করে $x + 35 = 32$ লিখেছে,

$x + 35 = 32$ .... (iii) সমাধান করে কী বীজ পাই দেখি।

$x + 35 = 32$

$x =$ ☐ [নিজে করি] (iii) নং সমীকরণের বীজ -3.

তমাল লিখল (iii) নং সমীকরণের বীজটি ☐ [পূর্ণসংখ্যা/অখণ্ড সংখ্যা]

নাসিরও ভুল করে লিখল $2x + 15 = 32$

উষাও ভুল করে লিখল $3x + 40 = 32$

আমি $2x + 15 = 32$ .... (iv) সমীকরণটি সমাধান করি ও এর বীজ খুঁজি।

$2x + 15 = 32$

বা, $2x = 32 - 15$

বা, $2x = 17$

$\therefore\ x = \frac{17}{2}$

$\frac{17}{2}$, স্বাভাবিক সংখ্যাও নয়, অখণ্ড সংখ্যাও নয়, আবার পূর্ণসংখ্যাও নয়। তাহলে এই সংখ্যাকে কী বলব?

$\frac{17}{2}$ — একটি মূলদ সংখ্যা।

যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায়, যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, তাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়।

কিন্তু দেখছি, 17, 0, –3 -এদেরও $\frac{17}{1}$, $\frac{0}{q}$ $(q \neq 0)$ এবং $\frac{-3}{1}$ আকারে প্রকাশ করা যাচ্ছে। তাহলে এরাও কি মূলদ সংখ্যা?

স্বাভাবিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা ও পূর্ণসংখ্যা মূলদ সংখ্যা।

2 $3x + 40 = 32$ -এর সমাধান করি।

বা, $3x = 32 - 40$

বা, $3x = -8$

$\therefore\ x = \frac{-8}{3}$

দেখছি সমীকরণের বীজটি হলো $\frac{-8}{3}$

$\frac{-8}{3}$ একটি ☐ সংখ্যা।

নিজে করি— 3.1

মধুমিতার বাড়ি পৌঁছোনোর পরে মধুমিতার ভাই রানা তার খাতায় অনেকগুলি সমীকরণ লিখল।

1. নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করি :

(i) $5x = 30$ (ii) $2x + \frac{x-1}{2} = 5$ (iii) $\frac{x}{5} + \frac{2}{7} = \frac{x}{10}$ (iv) $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

দেখছি, প্রতিটি সমীকরণের বীজ ☐ সংখ্যা।

মূলদ সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি

মধুমিতার বাড়িতে গিয়ে আমরা খুব মজা করলাম। মেহের অনেকগুলি কার্ড তৈরি করল। প্রতি কার্ডে সে আলাদা আলাদা মূলদ সংখ্যা লিখল।
এবার টেবিলে সে এই কার্ডগুলি উল্টে রাখল।

আমরা ইচ্ছামতো যেকোনো কার্ড তুলে যোগ, বিয়োগ, গুণ অথবা ভাগ করে দেখব কী ধরনের সংখ্যা পাচ্ছি।

আমি তুললাম $-\frac{2}{3}$ ও $\frac{3}{8}$

কার্ডে লেখা সংখ্যা দুটি যোগ করে দেখি কী পাই $-\frac{2}{3}+\frac{3}{8}=\frac{-16+9}{24}=-\frac{7}{24}$

দেখছি দুটি মূলদ সংখ্যা যোগ করে মূলদ সংখ্যাই পেলাম।

3 কিন্তু আমি যদি মূলদ সংখ্যা দুটি বিয়োগ করি কী পাই দেখি।

$$(-\frac{2}{3})-(\frac{3}{8}) = -\frac{2}{3}-\frac{3}{8}=\frac{-16-9}{24}=-\frac{25}{24}$$

দেখছি, দুটি মূলদ সংখ্যা বিয়োগ করে ☐ সংখ্যাই পেলাম।

4 ওই মূলদ সংখ্যা দুটি গুণ করে কী পাই দেখি।

$$(-\frac{2}{3})\times(\frac{3}{8})=-\frac{1}{4}$$

দেখছি দুটি মূলদ সংখ্যা গুণ করে ☐ সংখ্যা পেলাম।

5 এবার ওই মূলদ সংখ্যা দুটি ভাগ করি কী পাই দেখি।

$$(-\frac{2}{3})\div(\frac{3}{8})=-\frac{2}{3}\times\frac{8}{3}=-\frac{16}{9}$$

দেখছি, এই দুটি মূলদ সংখ্যার ভাগফল ☐ সংখ্যা পেলাম। কিন্তু যদি $(-\frac{2}{3})\div 0$ করি কী পাব দেখি।

$-\frac{2}{3}\div 0$ **অসংজ্ঞাত**

∴ শূন্য দিয়ে ভাগ না করলে দুটি মূলদ সংখ্যার ভাগফল সর্বদা মূলদ সংখ্যা।

সিরাজ তুলল $-\frac{5}{4}$ ও $-\frac{2}{13}$

সিরাজের কার্ডে লেখা মূলদ সংখ্যাগুলি যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করে মূলদ সংখ্যা পেল কিনা হিসাব করে দেখি। (নিজে করি)

সংখ্যাগুলি	যোগফল	বিয়োগফল	গুণফল	ভাগফল	সিদ্ধান্ত
দুটি অখন্ড সংখ্যা 5 ও 8	$5+8=\square$	সংখ্যা দুটি বিয়োগ করি $5-8=\square$ $8-5=\square$	সংখ্যা দুটিগুণ করি $5\times8=\square$	সংখ্যা দুটি ভাগ করি $5\div8=\frac{5}{8}$ $8\div5=\frac{8}{5}$	অখন্ড সংখ্যার বিয়োগফল ও ভাগফল সর্বদা অখন্ড নয়। কিন্তু যোগফল এবং গুণফল সর্বদাই অখন্ড সংখ্যা হয়।
দুটি পূর্ণ সংখ্যা 7 ও -9	$7+(-9)=\square$	$7-(-9)=\square$ $(-9)-(7)=\square$	$7\times(-9)=\square$	$7\div(-9)=\square$ $(-9)\div(7)=\square$	পূর্ণ সংখ্যার যোগফল, বিয়োগফল এবং গুণফল $\square$ সংখ্যা হয়। কিন্তু পূর্ণ সংখ্যার ভাগফল সর্বদা $\square$ সংখ্যা নয়।
যেকোন দুটি মূলদ সংখ্যা নিই। $\square$ ও $\square$	$\square+\square=\square$	$\square-\square=\square$ $\square-\square=\square$	$\square\times\square=\square$	$\square\div\square=\square$ $\square\div\square=\square$	নিজে লিখি

$\therefore$ a ও b মূলদ সংখ্যা হলে (a + b) $\square$ সংখ্যা, (a - b) বা (b - a) $\square$ সংখ্যা। (a × b) $\square$ সংখ্যা। কিন্তু a ÷ b সর্বদা মূলদ সংখ্যা যখন $b \neq 0$

আমি যেকোনো মূলদ সংখ্যার সাথে 0-কে বামদিক থেকে এবং ডানদিক থেকে যোগ করে কী পাই দেখি।

$0+\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$ এবং $\frac{3}{7}+0=\frac{3}{7}$

আবার আমি যেকোনো মূলদ সংখ্যাকে 1 দিয়ে গুণ করি ও কী পাই দেখি।

$1\times\frac{3}{7}=\frac{3}{7}$ এবং $\frac{3}{7}\times1=\frac{3}{7}$

সীমা অন্য যেকোনো একটি মূলদ সংখ্যার সঙ্গে 0-কে ডানদিক থেকে এবং বামদিক থেকে যোগ করে এবং যেকোনো একটি মূলদ সংখ্যার সঙ্গে 1-কে ডানদিক থেকে এবং বামদিক থেকে গুণ করে পেল —

0 + যেকোনো মূলদ সংখ্যা = ওই মূলদ সংখ্যা + 0 = $\square$

1 × যেকোনো মূলদ সংখ্যা = ওই মূলদ সংখ্যা × 1 = $\square$

অর্থাৎ $0+a=a+0=a$ এবং $1\times a=a\times1=a$ [যেখানে a যেকোনো মূলদ সংখ্যা]

আমি যেকোনো মূলদ সংখ্যা ও 0 গুণ করে কী পাই দেখি।

$0\times\frac{14}{19}=\square$, $\frac{14}{19}\times0=\square$

$\therefore$ দীপু অন্য যেকোনো একটি মূলদ সংখ্যাকে 0 দিয়ে গুণ করে পেল

0 × যেকোনো মূলদ সংখ্যা = যেকোনো মূলদ সংখ্যা × 0 = $\square$

[যেকোনো মূলদ সংখ্যা নিই ও নিজে করি]

অর্থাৎ $0 \times a = a \times 0 = 0$ (যেখানে a যেকোনো মূলদ সংখ্যা)।

নীচের ছকে বুঝে লিখি ও কোথায় কোথায় বিনিময় নিয়ম মেনে চলছে দেখি।

মূলদ সংখ্যা	প্রক্রিয়া	সিদ্ধান্ত
$\frac{5}{7}$ ও $\frac{6}{11}$	ওই মূলদ সংখ্যা দুটি যোগ করি $\frac{5}{7}+\frac{6}{11}=\square$ $\frac{6}{11}+\frac{5}{7}=\square$ $\therefore \frac{5}{7}+\frac{6}{11}\square\frac{6}{11}+\frac{5}{7}$ [= / ≠ বসাই] অন্য যেকোনো দুটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি। $\therefore a+b=b+a$ [যেখানে a ও b মূলদ সংখ্যা]	মূলদ সংখ্যার যোগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে
$\frac{7}{8}$ ও $\frac{2}{5}$	ওই মূলদ সংখ্যা দুটি বিয়োগ করি $\frac{7}{8}-\frac{2}{5}=\square$ এবং $\frac{2}{5}-\frac{7}{8}=\square$ $\frac{7}{8}-\frac{2}{5}\ \square\ \frac{2}{5}-\frac{7}{8}$ [= / ≠ বসাই] অন্য যেকোনো দুটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি। সাধারণত $a - b \neq b - a$ [যেখানে a ও b মূলদ সংখ্যা]	মূলদ সংখ্যার বিয়োগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না।
$\frac{5}{6}$ ও $\frac{3}{2}$	মূলদ সংখ্যা দুটি গুণ করি $\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}=\square$ এবং $\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}=\square$ $\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}\ \square\ \frac{3}{2}\times\frac{5}{6}$ [= / ≠ বসাই] অন্য যেকোনো দুটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি। $\therefore a \times b = b \times a$ [যেখানে a ও b মূলদ সংখ্যা]	$\square$
শূন্য ছাড়া যেকোনো মূলদ সংখ্যা নিই, যেমন $\square$ ও $\square$	ওই মূলদ সংখ্যা দুটি ভাগ করি $\square \div \square = \square$ এবং $\square \div \square = \square$ $\square\ \square\ \square$ [= / ≠ বসাই] সাধারণত $a \div b \neq b \div a$ [যেখানে a ও b মূলদ সংখ্যা]	$\square$

6 আমি যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিই ও যোগ করি।

$-\frac{1}{5} + (\frac{2}{5} + \frac{5}{7}) = \square$ [নিজে করি]

এবং $(-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}) + \frac{5}{7} = \square$ [নিজে করি]

$\therefore -\frac{1}{5} + (\frac{2}{5} + \frac{5}{7}) \square (-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}) + \frac{5}{7}$ [= / ≠ বসাই]

$\therefore -\frac{1}{5}, \frac{2}{5}$ ও $\frac{5}{7}$ -এর যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।

7 রোহিত অন্য যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে মূলদসংখ্যা তিনটির যোগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা যাচাই করল।

পেলাম, $a + (b + c) = (a + b) + c$ [যেখানে a, b ও c তিনটি মূলদ সংখ্যা]

8 যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে বিয়োগ করি ও কী পাই দেখি?

$\frac{3}{5} - (\frac{2}{7} - \frac{1}{4}) = \square$ [নিজে করি]

$(\frac{3}{5} - \frac{2}{7}) - \frac{1}{4} = \square$ [নিজে করি]

$\therefore \frac{3}{5} - (\frac{2}{7} - \frac{1}{4}) \square (\frac{3}{5} - \frac{2}{7}) - \frac{1}{4}$ [= / ≠ বসাই]

∴ মূলদ সংখ্যার বিয়োগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

সাধারণত, $a - (b - c) \neq (a - b) - c$ [যেখানে a, b ও c তিনটি মূলদ সংখ্যা]

9 আমি যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে গুণ করি ও মূলদ সংখ্যার গুণ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা দেখি।

$\frac{5}{8} \times (\frac{3}{5} \times \frac{7}{9}) = \square$ এবং $(\frac{5}{8} \times \frac{3}{5}) \times \frac{7}{9} = \square$

$\therefore \frac{5}{8} \times (\frac{3}{5} \times \frac{7}{9}) \square (\frac{5}{8} \times \frac{3}{5}) \times \frac{7}{9}$ [= / ≠ বসাই]

$\frac{5}{8}, \frac{3}{5}, \frac{7}{9}$ — এর গুণ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে।

10 শুভম অন্য যেকোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে মূলদ সংখ্যার গুণ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা যাচাই করল। **[নিজে করি]**

পেলাম, $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$ [যেখানে a, b ও c মূলদ সংখ্যা]

11 আমি তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে ভাগ করে দেখি মূলদ সংখ্যার ভাগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে কিনা।

$$\frac{11}{13} \div \left(\frac{5}{6} \div \frac{3}{8}\right) = \frac{11}{13} \div \left(\frac{5}{6} \times \frac{8}{3}\right) = \frac{11}{13} \div \frac{20}{9} = \frac{11}{13} \times \frac{9}{20} = \frac{99}{260}$$

কিন্তু, $\left(\frac{11}{13} \div \frac{5}{6}\right) \div \frac{3}{8} = \left(\frac{11}{13} \times \frac{6}{5}\right) \div \frac{3}{8} = \frac{66}{65} \times \frac{8}{3} = \square$

$\therefore \frac{11}{13} \div \left(\frac{5}{6} \div \frac{3}{8}\right) \square \left(\frac{11}{13} \div \frac{5}{6}\right) \div \frac{3}{8}$ [= / ≠ বসাই]

মূলদ সংখ্যার ভাগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না।

সাধারণত, $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c$ [যেখানে, a, b ও c মূলদ সংখ্যা এবং $b \neq 0$ ও $c \neq 0$]

12 যোগের বিনিময় ও সংযোগ নিয়ম ব্যবহার করে মূলদ সংখ্যারযোগ করি।

(1) $\frac{5}{14} + \frac{6}{52} + \left(-\frac{3}{28}\right) + \frac{7}{13}$

$= \frac{5}{14} + \left\{\frac{6}{52} + \left(-\frac{3}{28}\right)\right\} + \frac{7}{13}$

$= \frac{5}{14} + \left\{\left(-\frac{3}{28}\right) + \frac{6}{52}\right\} + \frac{7}{13}$

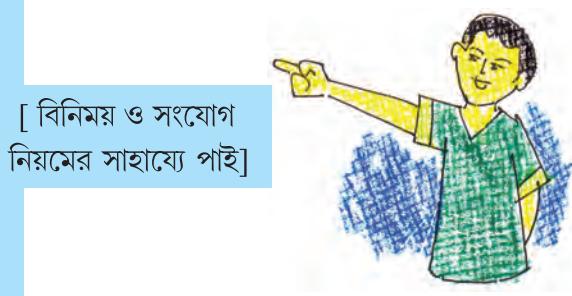
$= \left\{\frac{5}{14} + \left(-\frac{3}{28}\right)\right\} + \left(\frac{6}{52} + \frac{7}{13}\right)$ [বিনিময় ও সংযোগ নিয়মের সাহায্যে পাই]

$= \frac{10-3}{28} + \frac{6+28}{52}$

$= \frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{28}_{4}} + \frac{\cancel{34}^{17}}{\cancel{52}_{26}}$

$= \frac{1}{4} + \frac{17}{26}$

$= \frac{13+34}{52}$

$= \frac{47}{52}$

13 মূলদ সংখ্যার গুণের বিনিময় ও সংযোগ নিয়মের সাহায্যে গুণ করি।

$-\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} \times \frac{15}{16} \times \frac{-14}{9}$

$= \left\{-\frac{3}{5} \times \left(\frac{4}{7} \times \frac{15}{16}\right)\right\} \times \frac{-14}{9}$

$= -\frac{3}{5} \times \left(\frac{15}{16} \times \frac{4}{7}\right) \times \frac{-14}{9}$

$= \left(-\frac{3}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{15}^{3}}{16}\right) \times \left(\frac{4}{7} \times \frac{-14}{9}\right)$ [বিনিময় ও সংযোগ নিয়মের সাহায্যে পাই]

$= \frac{-\cancel{9}}{\cancel{16}_{2}} \times \frac{-\cancel{8}}{\cancel{9}}$

$= \frac{1}{2}$

আমাদের টেবিলে অনেকগুলি মূলদসংখ্যা লেখা কার্ড ছড়ানো আছে।

আমি একটি কার্ড তুললাম। আমি তুললাম $\frac{3}{7}$

আমি আমার কার্ডে লেখা মূলদ সংখ্যার সাথে কত যোগ করলে শূন্য পাব দেখি।

$\frac{3}{7} + \square = 0$ এবং $\square + \frac{3}{7} = 0$ [নিজে করি]

জোসেফ অন্য একটি কার্ড তুলল। জোসেফ তুলল $-\frac{2}{9}$

$-\frac{2}{9} + \{-(-\frac{2}{9})\} = \square$ [নিজে করি]

$-\frac{2}{9}$-এর সাথে $-(-\frac{2}{9})$ যোগ করলে $\square$ পাই।

$\square + (-\frac{2}{9}) = 0$

অর্থাৎ $a + (-a) = (-a) + a = 0$ (যেখানে, a একটি মূলদ সংখ্যা)।

আমি তুললাম → $\frac{9}{13}$

14 কোন মূলদ সংখ্যা দিয়ে $\frac{9}{13}$ -কে গুণ করলে 1 পাব দেখি।

$\frac{9}{13} \times \square = 1$ বা $\square \times \frac{9}{13} = 1$

অর্থাৎ $\frac{9}{13}$ কে $\frac{9}{13}$ -এর অন্যোন্যক বা $\frac{13}{9}$ দিয়ে গুণ করলে $\square$ পাব।

অপু তুলল → $-\frac{11}{7}$, $(-\frac{11}{7})$ -এর সাথে কোন মূলদ সংখ্যা গুণ করলে 1 পাব লিখি।

$(-\frac{11}{7}) \times \square = 1$ বা $\square \times (-\frac{11}{7}) = 1$

$\therefore \quad a \times \frac{1}{a} = \square = \frac{1}{a} \times a$ [যেখানে a একটি মূলদ সংখ্যা এবং $a \neq 0$]

রানা কিন্তু তিনটি কার্ড তুলল → $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{8}$ ও $\frac{11}{12}$

সে লিখল, $\frac{5}{2} \times (\frac{7}{8} + \frac{11}{12}) = \frac{5}{2} \times (\frac{21+22}{24})$

$= \frac{5}{2} \times \frac{43}{24} = \square$

কিন্তু, $\frac{5}{2} \times \frac{7}{8} + \frac{5}{2} \times \frac{11}{12} = \frac{35}{16} + \frac{55}{24} = \square$ [নিজে করি]

দেখছি $\frac{5}{2} \times (\frac{7}{8} + \frac{11}{12}) \square \frac{5}{2} \times \frac{7}{8} + \frac{5}{2} \times \frac{11}{12}$ [= / ≠ বসাই]

আমি অন্য যে কোনো তিনটি মূলদ সংখ্যা নিয়ে মূলদ সংখ্যা বিচ্ছেদ নিয়ম মেনে চলে নাকি যাচাই করি।

পেলাম, $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ [যেখানে a,b ও c মূলদ সংখ্যা]

নিজে করি—3.2

1) $\frac{2}{9}$ -এর সাথে $\square$ যোগ করলে 0 পাব।

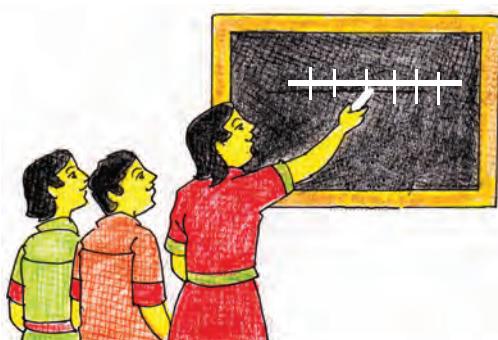
2) $-\frac{9}{8}$ -এর সাথে $\square$ যোগ করলে 0 পাব।

3) $-(-\frac{5}{2})$ -এর সাথে $\square$ যোগ করলে শূন্য পাব।

4) $\frac{5}{8}$ -এর সাথে $\square$ গুণ করলে 1 পাব।

5) $-\frac{3}{9}$ -এর সাথে $\square$ গুণ করলে 1 পাব।

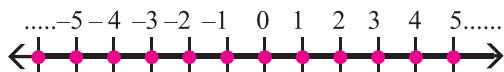
6) $\frac{7}{9} \times (-\frac{11}{25}) \times (-\frac{89}{41}) \times (\frac{5}{121})$ —বিনিময় ও সংযোগের নিয়মের সাহায্যে গুণ করি।

মজার খেলা

আজ কামাল ও রেহানা তাদের মূলদ সংখ্যা লেখা কার্ডগুলো নিয়ে অন্য খেলা খেলবে। তারা মূলদ সংখ্যার যোগ, বিয়োগ গুণ ও ভাগ করেছে।

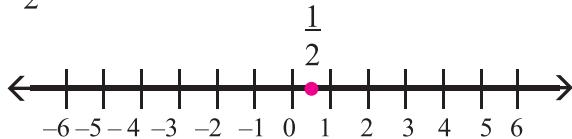
আজ তারা এই মূলদ সংখ্যাগুলি সংখ্যারেখায় বসাতে পারে কিনা চেষ্টা করবে। তাই কামাল একটি করে কার্ড তুলবে এবং রেহানা সংখ্যারেখা এঁকে সেখানে এই মূলদ সংখ্যাটি বসানোর চেষ্টা করবে।

আমি প্রথমে স্বাভাবিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা ও পূর্ণসংখ্যার সংখ্যারেখা আঁকি।

এই সংখ্যারেখার গোলচিহ্নিত সংখ্যাগুলি **স্বাভাবিক সংখ্যা**।

এই সংখ্যারেখার গোলচিহ্নিত সংখ্যাগুলি **অখণ্ড সংখ্যা**।

এই সংখ্যারেখার গোলচিহ্নিত সংখ্যাগুলি **পূর্ণসংখ্যা**।

কামাল তুলল → $\boxed{\frac{1}{2}}$

পূর্ণসংখ্যার সংখ্যারেখায় $\frac{1}{2}$ বসাই। 0 থেকে 1-এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 2 ভাগে ভাগ করে মধ্যবিন্দুতে $\frac{1}{2}$ বসাই।

কামাল তুলল → $\boxed{\frac{1}{5}}$ ও $\boxed{\frac{2}{5}}$

এবার আমি কীভাবে $\frac{1}{5}$ ও $\frac{2}{5}$ কে সংখ্যারেখায় বসাব দেখি?

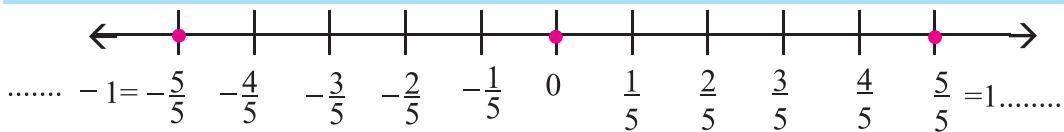
পূর্ণসংখ্যার সংখ্যারেখায় 0 থেকে 1-এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 5 ভাগে ভাগ করে প্রথম ভাগের প্রান্তবিন্দুতে $\frac{1}{5}$ ও দ্বিতীয় ভাগের প্রান্তবিন্দুতে $\frac{2}{5}$ বসাব।

বুঝেছি, 0 থেকে 1-এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 5 ভাগ করে একই দূরত্বে দাগ বসালে পাব→0, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}=1$

আবার 1 থেকে 2-এর মধ্যে দূরত্বকে সমান 5 ভাগ করে সংখ্যা বসালে পাব→ $\frac{6}{5}, \frac{7}{5}, \frac{8}{5}, \frac{9}{5}, \frac{10}{5}=2$

–1 থেকে 0 -এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 5 ভাগ করলে পাব 0, $-\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, -\frac{5}{5}=-1$

আবার –2 থেকে –1 এর মধ্যের দূরত্বকে সমান 5 ভাগ করলে পাব $-\frac{6}{5}, -\frac{7}{5}, -\frac{8}{5}, -\frac{9}{5}, -\frac{10}{5}=-2$

.... $-1=-\frac{5}{5}$ $\quad -\frac{4}{5}$ $\quad -\frac{3}{5}$ $\quad -\frac{2}{5}$ $\quad -\frac{1}{5}$ $\quad 0$ $\quad \frac{1}{5}$ $\quad \frac{2}{5}$ $\quad \frac{3}{5}$ $\quad \frac{4}{5}$ $\quad \frac{5}{5}=1$........

তবে কি $\frac{2}{5}$ ও $\frac{4}{5}$ -এর মধ্যে একটি মূলদ সংখ্যা $\frac{3}{5}$ আছে কিনা দেখি?

$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$ এবং $\frac{4}{5}=\frac{8}{10}$

দেখছি $\frac{4}{10}$ এবং $\frac{8}{10}$ -এর মধ্যে $\frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}$ - মূলদ সংখ্যাগুলি লিখতে পারি,

আবার, $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{40}{100}$ এবং $\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=\frac{80}{100}$

$\therefore$ $\frac{40}{100}$ ও $\frac{80}{100}$ - এর মধ্যে $\frac{41}{100}, \frac{42}{100}, \ldots\ldots, \frac{79}{100}$ মূলদ সংখ্যাগুলি লিখতে পারি।

$\therefore$ $\frac{2}{5}$ ও $\frac{4}{5}$ -এর মধ্যে মূলদ সংখ্যা আছে ☐ [নির্দিষ্ট / অসংখ্য]

পেলাম, দুটি আলাদা মূলদ সংখ্যার মধ্যে ☐ মূলদ সংখ্যা আছে। [নির্দিষ্ট /অসংখ্য]

কষে দেখি— 3

1. নীচের সমীকরণগুলি সমাধান করি ও বীজগুলি $\frac{p}{q}$ [(q ≠ 0) যেখানে p,q পূর্ণসংখ্যা] আকারে প্রকাশ করি

(a) $7x = 14$ (b) $4p + 32 = 0$ (c) $11x = 0$ (d) $5m - 3 = 0$ (e) $9y + 18 = 0$ (f) $t = 8 - 12t$ (g) $6y = 5 + y$

(h) $2x + \square = \square$ [নিজে মূলদ সংখ্যা বসাই]

2. $y = -\frac{5}{4}$ হলে, $-(-y) = y$ যাচাই করি।

3. $x = -\frac{3}{8}$ হলে, মান খুঁজি (a) $2x + 5$ (b) $x + \frac{3}{8}$ (c) $5 - (-x)$ (d) $\square - (-x)$

[নিজে মূলদ সংখ্যা বসাই]

4. নীচের ফাঁকা ঘরে বুঝে সংখ্যা লিখি :

(a) $\frac{9}{11} + \square = 0$ (b) $\square + \left(-\frac{21}{29}\right) = 0$ (c) $\frac{7}{19} \times \square = 1$ (d) $-5 \times \square = 1$

(e) $-\frac{15}{23} \times \square = 1$ (f) $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \left(-\frac{21}{20}\right) = \square$

5. $\frac{7}{18}$ -কে $\left(-\frac{5}{6}\right)$ -এর অন্যোন্যক দিয়ে গুণ করে গুণফল লিখি।

6. বিনিময় ও সংযোগ নিয়মের সাহায্যে মান খুঁজি :

(i) $\frac{5}{8} + \left(-\frac{7}{15}\right) + \left(\frac{3}{32}\right) + \frac{11}{75}$ (ii) $\frac{8}{121} \times \frac{35}{169} \times \frac{55}{36} \times \frac{78}{49}$

7. সংখ্যারেখায় মূলদ সংখ্যাগুলি বসাই : $\frac{1}{4}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{3}$, $\frac{6}{5}$, $-\frac{8}{3}$

8. 4টি মূলদ সংখ্যা লিখি যারা 1-এর থেকে বড়ো কিন্তু 2 -এর থেকে ছোটো।

9. $-\frac{3}{5}$ ও $\frac{1}{2}$ -এর মধ্যে 10 টি মূলদ সংখ্যা খুঁজি :

[সংকেত: $-\frac{3}{5} = -\frac{6}{10}$, $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$]

10. নীচের মূলদ সংখ্যাদুটির মধ্যে পাঁচটি করে মূলদ সংখ্যা লিখি :

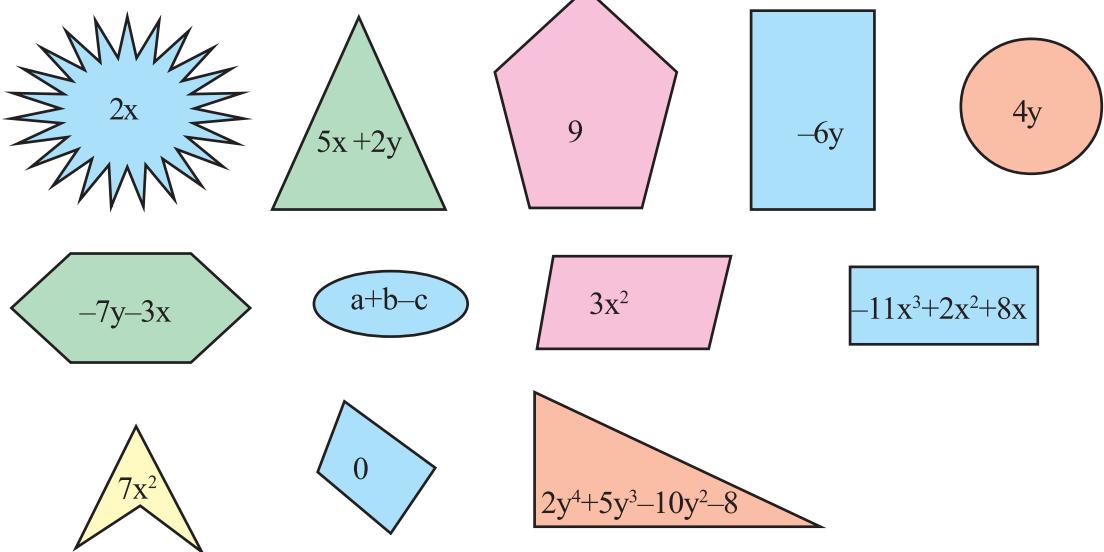
(a) $\frac{1}{3}$ ও $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{1}{4}$ ও $\frac{1}{2}$ (c) $-\frac{4}{3}$ ও $\frac{3}{7}$

[সংকেত: হরগুলি সমান করে নিই, $\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{10}{30}$, $\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{18}{30}$]

4. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গুণ ও ভাগ

আজ আমরা ঠিক করেছি আমাদের শ্রেণিতে কিছু মজার জিনিস তৈরি করে রঙিন চার্টে আটকে ঝুলিয়ে রাখব। তাই আমরা রঙিন কাগজ কেটে নানান রঙের ও নানান আকারের কাগজ তৈরি করেছি। আমার বন্ধু তথাগত অনেকগুলি রঙিন কাগজের মাঝে বিভিন্ন সংখ্যা ও সংখ্যামালা লিখেছে ও রঙিন কাগজগুলি চার্টে আটকিয়েছে।

আমরা এই নানা আকারের রঙিন কার্ডগুলি দেখি।

$2x$, $5x+2y$, 9, $-6y$, $4y$, $-7y-3x$, $a+b-c$, $3x^2$, $-11x^3+2x^2+8x$, $7x^2$, 0, $2y^4+5y^3-10y^2-8$

উপরের ছবিগুলি দেখে প্রয়োজনমতো চিত্র আঁকি।

ধ্রুবক লেখা কার্ড আঁকি → ☐

উপরের ছবির একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি লিখি ও সেই কার্ডগুলি আঁকি → ☐

একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি যোগ করি ও যোগফল ফাঁকা ঘরে লিখি → ☐

উপরের ছবির দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি লিখি ও সেই কার্ডগুলি আঁকি → ☐

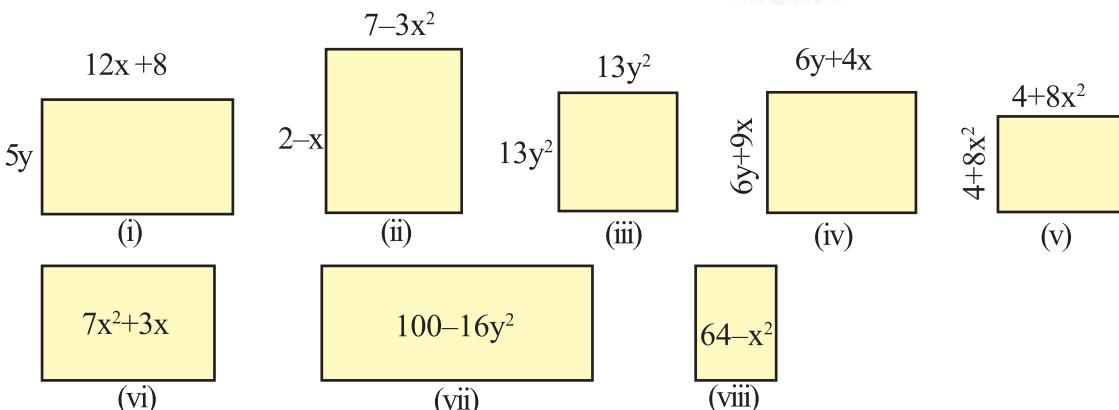
দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি যোগ করি ও যোগফল ফাঁকা ঘরে লিখি → ☐

(a+b–c) এর ☐ টি পদ। ∴ এটি ত্রিপদী সংখ্যামালা। কিন্তু $(2x^4+5y^3-10y^2-8)$-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার পদ ☐ টি। এটি চারপদী সংখ্যামালা।

এরকম একটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার অনেকগুলি পদ থাকলে তাকে কী বলব?

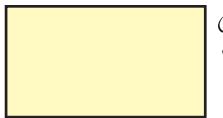
এক বা একের বেশি পদবিশিষ্ট বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে বহুপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা বলে।

রূপা কিন্তু অন্যরকম মজার জিনিস তৈরি করল। সে সব আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডগুলি আলাদা করে রেখেছে। সেগুলি সে একটি বড়ো পিচবোর্ডে আটকিয়ে দিল। শাকিল সেই আয়তক্ষেত্রাকার রঙিন কার্ডের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ বা ক্ষেত্রফল লিখে দিল।

ছবিগুলি দেখি ও শাকিল যেগুলি লেখেনি সেগুলি লেখার চেষ্টা করি।

আয়তক্ষেত্র	দৈর্ঘ্য (একক)	প্রস্থ (একক)	ক্ষেত্রফল (বর্গ একক)
(i)	$12x+8$	$5y$	
(ii)	$7-3x^2$	$2-x$	
(iii)			
(iv)			
(v)	$4+8x^2$	$4+8x^2$	
(vi)			$7x^2+3x$
(vii)			$100-16y^2$
(viii)			$64-x^2$
(ix)	নিজে একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি	নিজে অন্য দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি	

1.1 আমি আমার তৈরি আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থে বহুপদী বীজগাণিতিক রাশিমালা লিখলাম।

$(7x - 18 - 3x^2 + x^3)$ মি.

$(5 - x^2)$ মি.

উপরের আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডগুলির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ x-এর ঘাতের নিম্নক্রমে সাজিয়ে কার্ডের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি—

1.2 লাল রঙের আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল

$= (3x^2 - x + 12) \times (12x+5)$ বর্গমিটার।

$= \{3x^2 \times (12x+5) - x(12x+5) + 12(12x+5)\}$ বর্গমিটার।

$= (36x^3 + 15x^2 - 12x^2 - 5x + 144x + 60)$ বর্গমিটার।

$= (36x^3 + 3x^2 + 139x + 60)$ বর্গমিটার।

1.3 নীল রঙের আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল

$= (9 - 8x^3 + 2x^2) \times (x^2 - x + 12)$ বর্গমিটার।

$= (-8x^3 + 2x^2 + 9)(x^2 - x + 12)$ বর্গমিটার। [x-এর ঘাতের নিম্নক্রমে সাজাই]

$= \{-8x^3 \times (x^2 - x + 12) + 2x^2(x^2 - x + 12) + 9(x^2 - x + 12)\}$ বর্গসেমি.। [বিচ্ছেদ নিয়ম]

$= (-8x^{3+2} + 8x^{3+1} - 96x^3 + 2x^{2+2} - 2x^{2+1} + 24x^2 + 9x^2 - 9x + 108)$ বর্গসেমি.

$= (-8x^5 + 8x^4 - 96x^3 + 2x^4 - 2x^3 + 24x^2 + 9x^2 - 9x + 108)$ বর্গসেমি.

$= (-8x^5 + 10x^4 - 98x^3 + 33x^2 - 9x + 108)$ বর্গসেমি.

1.4 হলুদ রঙের আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল

$= (7x - 18 - 3x^2 + x^3) \times (5 - x^2)$ বর্গমি.।

= ☐ × ☐ বর্গমি. [x-এর ঘাতের নিম্নক্রমে সাজাই]

$= \{(x^3 - 3x^2 + 7x - 18) \times (-x^2) + (x^3 - 3x^2 + 7x - 18) \times 5\}$ বর্গমি.

= ☐ বর্গমি. (নিজে করি)

কষে দেখি — 4.1

1.

প্রথম বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	দ্বিতীয় বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	গুণফল	গুণফলের মান
a) $x^2 - 3x + 5$	$5x + 9$	$5x^3 - 6x^2 - 2x + 45$	$x = 1$ বসিয়ে পেলাম 42
b) $x^2 + 12 - 7y$	$2x - y$		$x = -2$ ও $y = 2$ বসিয়ে পেলাম ☐
c) $8p^3 - 3p - 2p^2$	$4p^2 - 5$		$p = -2$ বসিয়ে পেলাম ☐
d) $6a + 5b + 2$	$a - b + 6$		$a = 0$ ও $b = -1$ বসিয়ে পেলাম ☐
e) $p^3 - p^2q^2 + q^3$	$p^2 + pq + q^2$		$p = 2$ ও $q = -2$ বসিয়ে পেলাম ☐
f) $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx$	$x+y+z$		$x=1,\ y=0,\ z=-1$ বসিয়ে পেলাম ☐
g) আমি নিজে একটি দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি	আমি নিজে অন্য একটি ত্রিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখি		চলে বা চলগুলিতে যেকোনো অখণ্ড সংখ্যা বসিয়ে গুণফলের মান লিখি।

2. ধারাবাহিক গুণ করে গুণফল খুঁজি (পরপর গুণ করি)

(i) $(x^5 + 1), (3 - x^4), (4 + x^3 + x^6)$

(ii) $(2a^3 - 3b^5), (2a^3 + 3b^5), (2a^4 - 3a^2b^2 + b^4)$

(iii) $(ax + by), (ax - by), (a^4x^4 + a^2b^2x^2y^2 + b^4y^4)$

(iv) $(a+b+c), (a-b+c), (a+b-c)$

(v) $\left(\frac{2p^2}{q^2} + \frac{5q^2}{p^2}\right) \left(\frac{2p^2}{q^2} - \frac{5q^2}{p^2}\right)$

(vi) $\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2}\right), \left(\frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2}\right), \left(\frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2}\right)$

3. সরল করি

(i) $(x+y)(x^2 - xy + y^2) + (x-y)(x^2 + xy + y^2)$ (ii) $a^2(b^2 - c^2) + b^2(c^2 - a^2) + c^2(a^2 - b^2)$

4. (i) $a = x^2 + xy + y^2$, $b = y^2 + yz + z^2$, $c = z^2 + xz + x^2$ হলে $(x-y)a + (y-z)b + (z-x)c$ -এর মান নির্ণয় করি।

(ii) $a = \ell x + my + n$, $b = mx + ny + \ell$, $c = nx + \ell y + m$ হলে $a(m+n) + b(n+\ell) + c(\ell+m)$ -কী হয় দেখি।

মৃণাল ও শ্রাবণী অনেকগুলি রঙিন কার্ড তৈরি করেছে। সেই কার্ডে বিভিন্ন বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লেখা আছে।

আমি তাদের কার্ডগুলির বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি গুণ করে গুণফল অন্য কার্ডে লিখছি। আমার বন্ধু নীলাদ্রি কার্ডে লেখা গুণফল থেকে গুণ্য বা গুণক খোঁজার চেষ্টা করছে।

$(x^2 + x) \times (x-1) = (x^3 - x)$

$(x^3 - x) \div (x-1) = \square$

গুণফল ÷ গুণক = গুণ্য

$(x^3 - x) \div (x^2-1) = \square$

গুণফল ÷ গুণ্য = গুণক

$(x - 6) \times (x - 3) = \square$

$(x^2-9x + 18) \div (x - 3) = \square$

$(x^2-9x + 18) \div (x - 6) = \square$

$(1 - 2c) \times (1-3c) = \square$

$(1-5c+ 6c^2) \div (1-2c) = \square$

$(1-5c+ 6c^2) \div (1-3c) = \square$

দুটি সংখ্যার গুণফল ÷ ওদের একটি সংখ্যা = ☐

2 গুণ করে গুণফলকে গুণ্য বা গুণক দিয়ে ভাগ করে ভাগফল যাচাই করি

$(1+5x) \times (4-3x) =$ ☐

$(4+17x-15x^2) \div (1+5x) =$ ☐

অন্যভাবে ভাগ করি, $5x+1$) $-15x^2+17x+4$ ($-3x+4$ [x-এর ঘাতের অধঃক্রমে সাজিয়ে পাই]

$-15x^2-3x$ [বিয়োগ করি]

$+ \quad +$

$20x+4$

$20x+4$ [বিয়োগ করি]

$- \quad -$

0 ভাগফল $= -3x+4$ এবং ভাগশেষ $= 0$

3 $(a^2 - 3a - 2) \times (2a - 1) =$ ☐

$(2a^3-7a^2-a+2) \div (a^2-3a-2) =$ ☐

ভাগ করি , a^2-3a-2) $2a^3-7a^2-a+2$ ($2a-1$

$2a^3-6a^2-4a$ বিয়োগ করি

$- \quad + \quad +$

$-a^2+3a+2$

$-a^2+3a+2$ বিয়োগ করি

$+ \quad - \quad -$

0 ভাগফল = ☐ ও ভাগশেষ = ☐

4 ☐ $\times 3p-1 = 81p^4-1$

ভাগ করে পাই, $3p-1$) $81p^4-1$ ($27p^3+9p^2+3p+1$

$81p^4-27p^3$

$- \quad +$

$27p^3-1$

$27p^3-9p^2$

$- \quad +$

$9p^2-1$

$9p^2-3p$

$- \quad +$

$3p-1$

$3p-1$

$- \quad +$

0 ভাগফল = ☐ ও ভাগশেষ = ☐

নিজে করি — 4.1

1) চলের ঘাতের নিম্নক্রমে সাজিয়ে ভাগ করি

a) $(x^2 - 13x + 22)$ কে $(x-11)$ দিয়ে। b) $(a^2 - 5a + 6)$ কে $(a - 2)$ দিয়ে।

c) $(2a^3 - 7a^2 - a + 2)$ কে $(a^2 - 3a - 2)$ দিয়ে। d) $(4a^2 - 9b^2)$ কে $(2a + 3b)$ দিয়ে।

2) নীচের রঙিন কার্ডের ভাজক বা ভাগফল এবং ভাগশেষ বের করি

রঙিন কার্ড	ভাজক	ভাগফল	ভাজ্য	ভাগশেষ
লাল		$2x + 3y$	$6x^3y - x^2y^2 - 7xy^3 + 12y^4$	
নীল	$4x^2 - x - 5$		$12x^4 + 5x^3 - 33x^2 - 3x + 16$	
সবুজ		$x^2 + px + q$	$x^3 + px^2 + qx + x$	

লাল কার্ডের ভাজক ও ভাগশেষ হিসেব করি।

ভাজ্য $= 6x^3y - x^2y^2 - 7xy^3 + 12y^4$

ভাগফল $= 2x + 3y$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x^2y - 5xy^2 + 4y^3 \\
2x + 3y & 6x^3y - x^2y^2 - 7xy^3 + 12y^4 \\
 & 6x^3y + 9x^2y^2 \\
 & - \quad - \\
\hline
 & -10x^2y^2 - 7xy^3 \\
 & -10x^2y^2 - 15xy^3 \\
 & + \quad + \\
\hline
 & 8xy^3 + 12y^4 \\
 & 8xy^3 + 12y^4 \\
 & - \quad - \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

ভাজক = ☐ ও ভাগশেষ = ☐

নীল কার্ডের ভাগফল ও ভাগশেষ কী হবে দেখি।

এখানে ভাজ্য $= 12x^4 + 5x^3 - 33x^2 - 3x + 16$ এবং ভাজক $= 4x^2 - x - 5$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x^2 + 2x - 4 \\
4x^2 - x - 5 & 12x^4 + 5x^3 - 33x^2 - 3x + 16 \\
 & 12x^4 - 3x^3 - 15x^2 \\
 & - \quad + \quad + \\
\hline
 & 8x^3 - 18x^2 - 3x \\
 & 8x^3 - 2x^2 - 10x \\
 & - \quad + \quad + \\
\hline
 & -16x^2 + 7x + 16 \\
 & -16x^2 + 4x + 20 \\
 & + \quad - \quad - \\
\hline
 & 3x - 4
\end{array}
$$

ভাগফল = ☐ এবং ভাগশেষ = ☐

সবুজ কার্ডের ভাজক ও ভাগশেষ নিজে বের করি।

কষে দেখি — 4.2

1. দুটি সংখ্যার গুণফল $3x^2 + 8x + 4$ এবং একটি সংখ্যা $3x + 2$ হলে, অপর সংখ্যাটি হিসাব করে লিখি।

2. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(24x^2 - 65xy + 21y^2)$ বর্গসেমি. এবং দৈর্ঘ্য $(8x - 3y)$ সেমি. হলে প্রস্থ কত হিসাব করে লিখি।

3. একটি ভাগ অঙ্কে ভাজ্য $x^4 + x^3y + xy^3 - y^4$ এবং ভাজক $x^2 + xy - y^2$; ভাগফল ও ভাগশেষ নির্ণয় করি।

4. ভাগ করি —

   a) $(m^2 + 4m - 21)$ কে $(m - 3)$ দিয়ে।

   b) $(6c^2 - 7c + 2)$ কে $(3c - 2)$ দিয়ে।

   c) $(2a^4 - a^3 - 2a^2 + 5a - 1)$ কে $(2a^2 + a - 3)$ দিয়ে।

   d) $(m^4 - 2m^3 - 7m^2 + 8m + 12)$ কে $(m^2 - m - 6)$ দিয়ে।

5. a) $(6x^2a^3 - 4x^3a^2 + 8x^4a^2) \div 2a^2x^2$

   b) $\dfrac{2y^9x^5}{5x^2} \times \dfrac{125\,xy^5}{16\,x^4y^{10}}$

   c) $\dfrac{7a^4y^2}{9a^2} \times \dfrac{729\,a^6}{42\,y^6}$

   d) $(p^2q^2r^5 - p^3q^5r^2 + p^5q^3r^2) \div p^2q^2r^2$

6. কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজক $(x - 4)$, ভাগফল $(x^2 + 4x + 4)$ ও ভাগশেষ 3 হলে ভাজ্য কত হবে হিসাব করে লিখি। [ভাজ্য = ভাজক × ☐ + ভাগশেষ]

7. কোনো ভাগ অঙ্কে ভাজক $(a^2 + 2a - 1)$, ভাগফল $5a - 14$ এবং ভাগশেষ $35a - 17$ হলে ভাজ্য কত হবে হিসাব করে লিখি।

8. ভাগ করে ভাগফল ও ভাগশেষ লিখি।

   i) $(x^2 + 11x + 27) \div (x + 6)$

   ii) $(81x^4 + 2) \div (3x - 1)$

   iii) $(63x^2 - 19x - 20) \div (9x^2 + 5)$

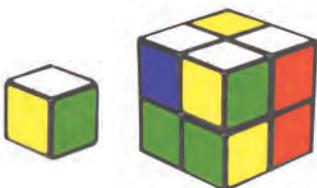
   iv) $(x^3 - x^2 - 8x - 13) \div (x^2 + 3x + 3)$

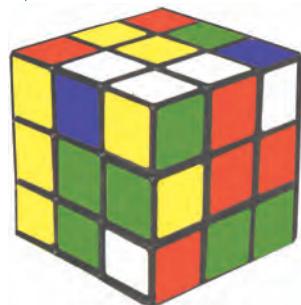
5. ঘনফল নির্ণয়

আজ সুহানা ও ফিরোজ পিচবোর্ডের ছোটো ছোটো অনেক রঙিন বাক্স তৈরি করছে।

মেপে দেখছি, এই পিচবোর্ডের বাক্সের দৈর্ঘ্য 1 সেমি., প্রস্থ 1 সেমি. ও উচ্চতা 1 সেমি.। অর্থাৎ এই এক একটি বাক্স ঘনকাকার।

এই ঘনকাকার বাক্সটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য $\square$ সেমি.।

আমি যদি এগুলি দিয়ে 2 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহু বিশিষ্ট ঘনকাকার বাক্স তৈরির চেষ্টা করি তবে কতগুলি বাক্স লাগবে দেখি।

দেখছি, 8 টি বাক্স লাগছে।

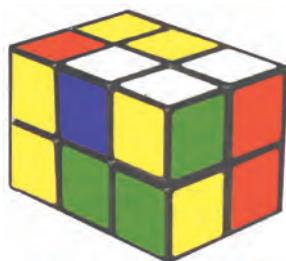
3 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট ঘনকাকার বাক্স তৈরি করতে লাগবে $\square$ টি বাক্স।

এই 1, 8, 27, ... এই সংখ্যাগুলিকে কী বলব?

1, 8, 27, ... এই সংখ্যাগুলিকে পূর্ণঘনসংখ্যা বলা হয়। কারণ $1 = (1)^3$, $8 = (2)^3$, $27 = \square^3$,
$8 = \boxed{2}^3$, $64 = \square^3$, $125 = \square^3$, ...

অর্থাৎ, 1, 2, 3, 4, 5, ... এদের ঘন হলো যথাক্রমে 1, 8, 27, 64, 125, ...

হাতেকলমে

আমি নিজে অনেকগুলি ঘনক তৈরি করি যাদের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি.। 8টি ও 27 টি এই একই মাপের ঘনক জুড়ে বড়ো ঘনক তৈরি করে ঘনসংখ্যা $8=2^3$ ও $27=3^3$ যাচাই করি।

ফিরোজ কিন্তু তার তৈরি 1 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট 12 টি ঘনকাকার বাক্স দিয়ে একটি আয়তঘন তৈরি করল যার দৈর্ঘ্য 3 সেমি., প্রস্থ 2 সেমি. ও উচ্চতা 2 সেমি.। অর্থাৎ প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান নয়। $\therefore$ 12 পূর্ণঘনসংখ্যা নয়।

অন্যভাবে দেখি, $12 = 2\times2\times3$

$\therefore$ 12 কে কোনো একটি সংখ্যার ঘন হিসাবে প্রকাশ করতে পারব না।

সুতরাং $12 \neq$ (কোনো পূর্ণসংখ্যা)^3

$\therefore$ 12 একটি পূর্ণঘনসংখ্যা নয়।

আমি 32 টি একই মাপের ছোটো ঘনক নিয়ে বড়ো একটি ঘনক তৈরির চেষ্টা করি :

$32 = 2\times2\times2\times2\times2$

$= (2\times2)\times(2\times2)\times2$

$= 4\times4\times2$ অর্থাৎ $32 \neq$ (কোনো পূর্ণসংখ্যা)^3

দেখছি, 32 টি ছোটো ঘনক নিয়ে বড়ো একটি ঘনক তৈরি করতে পারব না।

কিন্তু $32\times2 = 64$ টি ছোটো ঘনক নিয়ে বড়ো ঘনক তৈরি করতে পারব।

যেহেতু, 64 একটি পূর্ণঘনসংখ্যা।

অর্থাৎ, 32 একটি পূর্ণঘনসংখ্যা নয় কিন্তু 32 -কে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক সংখ্যা 2 দিয়ে গুণ করলে একটি পূর্ণঘনসংখ্যা পাব। কারণ $64 = \square^3$

তাতাই 54 টি ওই একই মাপের ঘনক নিয়ে বড়ো একটি ঘনক তৈরি করতে পারবে নাকি হিসাব করে লিখি।

$54 = 2\times3\times3\times3$

দেখছি, 54 একটি $\square$ (পূর্ণঘনসংখ্যা/পূর্ণঘনসংখ্যা নয়)

$\therefore$ 54 কে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক সংখ্যা $\square$ দিয়ে ভাগ করলে পূর্ণঘনসংখ্যা পাব। তাই, $54 \div 2 = 27$ একটি $\square$ সংখ্যা। কারণ $27 = \square^3$

নিজে করি - 5.1

1) নীচের সংখ্যাগুলির মধ্যে কোন কোন সংখ্যা পূর্ণঘনসংখ্যা খুঁজে লিখি।

125, 500, 64, 7^3, 729, 968

আমি 1 থেকে 20 পর্যন্ত সংখ্যার ঘন করে নীচের ছকে পূর্ণঘন সংখ্যাগুলি লিখি।

সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	......
পূর্ণঘনসংখ্যা	1	8	$\square$	64	$\square$				729	1000		1728				......

উপরের ছক থেকে দেখছি, $9 = 1^3 + 2^3$, $\square = 4^3 + 6^3$, $\square = \square^3 + \square^3$ (নিজে 2টি তৈরি করি)

1729 কে দুটি সংখ্যার ঘনের সমষ্টি আকার প্রকাশ করা যায়। কিন্তু 1729 কে একটি বিশেষ সংখ্যা বলা হয় কেন দেখি ও এই সংখ্যার কিছু কথা জানি।

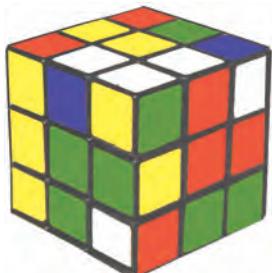
1729 এই সংখ্যাটিকে হার্ডি-রামানুজন সংখ্যা বলা হয়।

কোনো এক সময়ে বিখ্যাত গণিতবিদ জি. এইচ. হার্ডি ভারতের বিখ্যাত গণিতজ্ঞ রামানুজনের সাথে দেখা করতে গিয়েছিলেন। তিনি যে ট্যাক্সি চেপে গিয়েছিলেন তার নম্বর ছিল 1729; গণিতজ্ঞ হার্ডির কাছে 1729 একটি সাধারণ সংখ্যা ছিল।

কিন্তু, রামানুজন শুনেই তৎক্ষণাৎ বলেছিলেন যে 1729 একটি বিশেষ সংখ্যা।
কারণ এটি সবচেয়ে ছোটো সংখ্যা যেটি দুইরকম করে দুটি ঘনের সমষ্টির আকারে প্রকাশ করা যাবে।

$$1729 = 12^3 + 1^3$$
$$1729 = 10^3 + 9^3$$

পরে অনেক সংখ্যা আছে যাদের দুইরকমভাবে দুটি ঘনের সমষ্টি আকারে প্রকাশ করা যায়। কিন্তু 1729 ছিল সবচেয়ে ছোটো সংখ্যা যা দুইরকমভাবে দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার ঘনের সমষ্টি।

এই ছোটো ছোটো ঘনক জুড়ে ফিরোজ অনেকগুলি বড়ো ঘনক তৈরি করল।
আমি ও সুহানা এই বড়ো ঘনকের প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য মাপছি।

এই বড়ো ঘনকটিতে 27 টি ছোটো ঘন আছে।
দেখছি পাশের ছবির বড়ো ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ☐ সেমি.।

আমি অন্যভাবে পাই, $27 = \square^3$

এখানে 3 -কে 27 এর কী বলা হয়?

3 কে **ঘন** করে 27 পাই। আবার 27 -এর **ঘনমূল** হলো 3

লেখা হয় $\sqrt[3]{27}$ বা $27^{\frac{1}{3}}$

$\therefore 3^3 = 27$ এবং $\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}} = 3$

1 আমি 8, 64, 125, 729 -এর ঘনমূল খুঁজি।

1) $8 = 2\times2\times2 = 2^3$
$\therefore \sqrt[3]{8} = 2$

2) $64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2$
$= 2^3 \times 2^3$
$\therefore \sqrt[3]{64} = 2 \times 2 = 4$

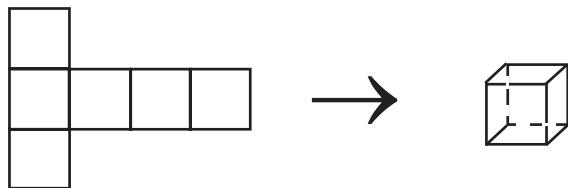
3) $125 = \square \times \square \times \square = \square^3$
$\therefore \sqrt[3]{125} = \square$

4) 729 ☐ (নিজে মৌলিক সংখ্যার উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি)

$= \square^3 \times \square^3$

$\therefore \sqrt[3]{729} = \square \times \square = \square$

কষে দেখি — 5.1

1. দুটি ঘনক তৈরি করি যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি. ও 1 সেমি.।

কতগুলি 1 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট ঘনক জুড়ে এই বড়ো ঘনক পাব হিসাব করে লিখি।

2. সুমন্ত অনেকগুলি 1 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট ঘনক তৈরি করেছে। মনামী সেই ঘনকগুলি জোড়া লাগিয়ে বড়ো ঘনক তৈরির চেষ্টা করছে। হিসাব করে দেখি নীচের কোন সংখ্যক ঘনকের ক্ষেত্রে মনামী বড়ো ঘনক তৈরি করতে পারবে।

   (i) 100 (ii) 1000 (iii) 1331 (iv) 1210 (v) 3375 (vi) 2700

3. নীচের সংখ্যাগুলির মধ্যে কোনটি পূর্ণঘন সংখ্যা নয় লিখি।

   (i) 216 (ii) 343 (iii) 1024 (iv) 324 (v) 1744 (vi) 1372

4. দেবনাথ একটি আয়তঘন তৈরি করেছে যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 4 সেমি., 3 সেমি., ও 3 সেমি.। হিসাব করে দেখি এইরকম কতগুলি **আয়তঘন** জুড়ে দেবনাথ ঘনক তৈরি করতে পারবে।

5. নীচের সংখ্যাগুলিকে ক্ষুদ্রতম কোন ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফল পূর্ণঘন সংখ্যা হবে হিসাব করে লিখি।

   (i) 675 (ii) 200 (iii) 108 (iv) 121 (v) 1225

6. নীচের সংখ্যাগুলিকে ক্ষুদ্রতম কোন ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল পূর্ণঘন সংখ্যা হবে হিসাব করে লিখি।

   (i) 7000 (ii) 2662 (iii) 4394 (iv) 6750 (v) 675

7. নীচের পূর্ণঘনসংখ্যাগুলি মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি ও ঘনমূল লিখি।

   (i) 512 (ii) 1728 (iii) 5832 (iv) 15625 (v) 10648

আজ তিতলি ও সৈকত অনেকগুলি রঙিন ছোটো ও বড়ো পিচবোর্ডের ঘনক তৈরি করল। আমি এই ঘনকের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য লিখব। রাবেয়া ঘনকগুলি কতটা জায়গা জুড়ে আছে হিসাব করে লিখবে অর্থাৎ ঘনকগুলির আয়তন হিসাব করে লিখবে।

সবুজ রঙের এই ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি.। $\therefore$ আয়তন = (4 সেমি.)^3

= 4^3 ঘনসেমি. = 64 ঘনসেমি.।

মেপে দেখছি এই ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সেমি.।

$\therefore$ আয়তন = $\square^3$ ঘনসেমি. = $\square$ ঘনসেমি.।

যদি ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য x সেমি. হতো,

তাহলে আয়তন হতো = (x সেমি.)^3 = x^3 ঘনসেমি.।

ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য (x + 2) সেমি. হলে,

বাক্সটির আয়তন হতো = $(x + 2)^3$ ঘনসেমি.।

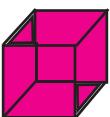
$(x + 2)^3$ কে বিস্তৃত করে কী পাই দেখি।

$(x + 2)^3 = (x + 2) \times (x + 2)^2$

$= (x + 2)\{x^2 + 4x + 4\}$ [$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ অভেদের সাহায্যে পেলাম]

$= (x + 2)x^2 + (x + 2)4x + (x + 2)4$ [বিচ্ছেদ নিয়মের সাহায্যে পাই]

$= x^3 + 2x^2 + 4x^2 + 8x + 4x + 8$ [$\square$ নিয়মের সাহায্যে পাই]

$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

এই ঘনকাকারের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য তিতলি লিখল (a + b) সেমি.।

$\therefore$ এই ঘনকাকারের আয়তন $(a + b)^3$ ঘনসেমি.।

$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2$

$= (a + b) \times \square$

$= (a + b) \times a^2 + (a + b)2ab + (a + b)b^2$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]

$= a^3 + ba^2 + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]

$= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$ [$ba^2 = a^2b$ গুণের বিনিময় নিয়ম]

$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

পেলাম $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (I)

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$= a^3 + 3ab(a + b) + b^3$

বিনিময় ও বিচ্ছেদ নিয়মের সাহায্যে পেলাম $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$ (II)

আমি $(a+b)\times(a+b)\times(a+b)$ —কে উপরে নীচে লিখে পরপর গুণ করে কী পাই দেখি (নিজে চেষ্টা করি)

সৈকত একটি ঘনকাকার বাক্সের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য লিখল $(2x+7)$ সেমি.।

ওই ঘনকাকার বাক্সের আয়তন $= (2x+7)^3$ ঘনসেমি.।

আমি গুণ না করে I নং অভেদের সাহায্যে $(2x+7)^3$ -এর বিস্তার করি।

$(2x+7)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2\times 7 + 3\times 2x\times(7)^2 + (7)^3$ (এখানে $a = 2x$ ও $b = 7$ বসালাম)

$= 8x^3 + 3\times 4x^2\times 7 + 3\times 2x\times 49 + 343$

$= 8x^3 + 84x^2 + 294x + 343$

2 আমি I নং অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালার ঘন নির্ণয় করি :

i) $3x+2$ ii) $2y+3$ iii) x^2+2 iv) $x+y+z$

I নং অভেদের সাহায্যে

i) $(3x+2)^3$-এর বিস্তার করি

$(3x+2)^3 = (3x)^3 + 3\times(3x)^2\times 2 + 3\times(3x)\times(2)^2 + (2)^3$ (এখানে $a = 3x$, $b = 2$ ধরে পাই)

$= 27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$

I নং অভেদের সাহায্যে

ii) $(2y+3)^3$-এর বিস্তার করি

$(2y+3)^3 = \square$ এখানে $a = \square$, $b = \square$ (নিজে করি)

iii) I নং অভেদের সাহায্যে একইভাবে $(x^2+2)^3$-এর বিস্তার করি (নিজে করি)

iv) I নং অভেদের সাহায্যে $(x+y+z)^3$ -এর বিস্তার করি

$(x+y+z)^3 = \{x+(y+z)\}^3$

$= x^3 + 3x^2(y+z) + 3x(y+z)^2 + (y+z)^3$ [$a = x$, $b = y+z$ বসাই]

$= x^3 + 3x^2y + 3x^2z + 3x(y^2+z^2+2yz) + (y^3+3y^2z+3yz^2+z^3)$

$= x^3 + 3x^2y + 3x^2z + 3xy^2 + 3xz^2 + 6xyz + y^3 + 3y^2z + 3yz^2 + z^3$

$= x^3 + y^3 + z^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 3xz^2 + 3x^2z + 3y^2z + 3yz^2 + 6xyz$

3 আমি I নং অভেদের সাহায্যে

i) $(11)^3$ ii) $(15)^3$ iii) $(101)^3$ iv) $(210)^3$-এর মান খুঁজি

i) $(11)^3$

$= (10+1)^3$

$= (10)^3 + 3\times(10)^2\times 1 + 3\times 10\times(1)^2 + (1)^3$

$= 1000 + 300 + 30 + 1$

$= 1331$

ii) $(15)^3$

$= (\square + \boxed{5})^3$

$= \square$

[নিজে করি]

iii) $(101)^3$

$= (\square + \boxed{1})^3$

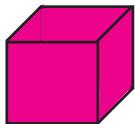
$= \square$

[নিজে করি]

iv) $(210)^3$

$= (200 + \square)^3$

$= \square$

[নিজে করি]

নাসিম এই ঘনকাকারের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য লিখল $(x-3)$ সেমি.
এই ঘনক আকারের আয়তন $(x-3)^3$ ঘনসেমি.

$(x-3)^3 = [x+(-3)]^3$
$= x^3 + 3(x)^2(-3) + 3x(-3)^2 + (-3)^3$ [1 নং অভেদে $a = x$ ও $b = -3$ বসিয়ে পাই]
$= x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

ঘনকাকারের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = $(a-b)$ সেমি. হলে,
ঘনকটির আয়তন = $(a-b)^3$ ঘনসেমি. হবে।
$(a-b)^3$ কে বিস্তার করে কী পাই দেখি—
$(a-b)^3 = \{a+(-b)\}^3$
$= a^3+3(a^2)(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3$
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ — III

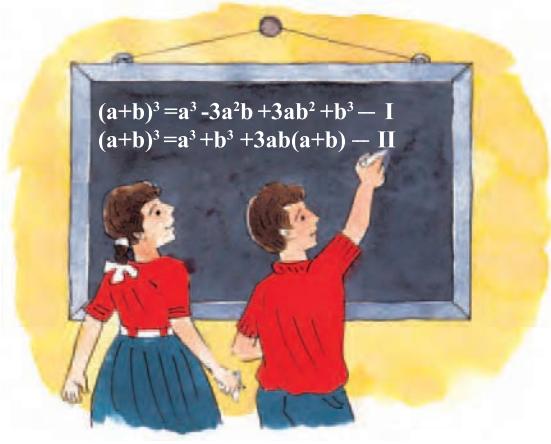
পেলাম, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b+3ab^2 - b^3$
$= a^3 - 3ab(a-b) - b^3$
$= a^3 - b^3 - 3ab(a+b)$
$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$ — IV

আমি III নং অভেদের সাহায্যে i) $(2-x)^3$ ii) $(2x - \frac{1}{3y})^3$ iii) $(a-b-c)^3$ এর বিস্তার করি এবং iv) $(99)^3$ -এর মান কত দেখি।

i) $(2-x)^3$
$= (2)^3 - 3(2)^2x + 3\times2x^2 - x^3$
$= 8 - 12x + 6x^2 - x^3$

ii) $(2x - \frac{1}{3y})^3$
$= (2x)^3 - 3(2x)^2(\frac{1}{3y}) + 3\times2x(\frac{1}{3y})^2 - (\frac{1}{3y})^3$
$= 8x^3 - \frac{4x^2}{y} + \frac{2x}{3y^2} - \frac{1}{27y^3}$

iii) $(a-b-c)^3$
$= [a-(b+c)]^3$
$= a^3 - 3a^2(b+c) + 3a(b+c)^2 - (b+c)^3$
$= a^3 - 3a^2b - 3a^2c + 3a(b^2+2bc+c^2) - (b^3+3b^2c+3bc^2+c^3)$
$= a^3 - 3a^2b - 3a^2c + 3ab^2 + 6abc + 3ac^2 - b^3 - 3b^2c - 3bc^2 - c^3$
$= a^3 - b^3 - c^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 3b^2c - 3bc^2 - 3a^2c + 3ac^2 + 6abc$

iv) $(99)^3$
$= (100-1)^3$
$= (100)^3 - 3(100)^2\times1 + 3\times100\times(1)^2 - (1)^3$
= ☐ (নিজে করি)

আজ সিমরন ও সজল ঠিক করেছে তাদের জানা অভেদগুলি বোর্ডে লিখে এইগুলির সাহায্যে সহজে কিছু মান খোঁজার চেষ্টা করবে।

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (I)

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ (II)

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ (III)

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$ (IV)

4 আমরা উপরের অভেদের সাহায্যে নীচের সংখ্যামালাগুলির মান খুঁজি।

$5.73\times5.73\times 5.73 - 3\times 5.73 \times5.73 \times3.73 + 3\times5.73 \times3.73 \times3.73 - 3.73 \times3.73 \times3.73$

$= (5.73)^3 - 3\times (5.73)^2\times 3.73 + 3\times 5.73 \times (3.73)^2 - (3.73)^3$

$= (5.73 - 3.73)^3$ [III নং অভেদ থেকে পাই]

$= 2^3 = 8$

5 সরল করি : $(a-2b+c)^3 - (a-2b)^3 - 3c(a-2b+c)(a-2b)$

$= (a-2b+c)^3 - (a-2b)^3 - 3c(a-2b+c)(a-2b)$

$= x^3 - y^3 - 3xy(x-y)$

$= (x-y)^3$

$= c^3 \quad [\because x - y = c]$

ধরি, $x = a-2b+c$ ও $y = a-2b$

$x-y = (a-2ab+c) - (a-2b)$

$= a - 2b + c - a + 2b$

$= c$

6 $3x + \frac{3}{x} = 2$ হলে $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2$ -এর মান লিখি।

$3x + \frac{3}{x} = 2$

বা, $3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2$ (বিচ্ছেদ নিয়ম)

বা, $x + \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ (উভয়পক্ষে ঘন করে পাই)

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\times \cancel{x} \times \frac{1}{\cancel{x}}\left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{8}{27}$ (☐ নং অভেদ থেকে পাই)

বা, $x^3 + \frac{1}{x^3} + \cancel{3} \times \frac{2}{\cancel{3}} = \frac{8}{27}$

$\therefore \quad x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \frac{8}{27}$

7 $(2p-3q)=10$ এবং $(8p^3-27q^3)=100$ হলে pq -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি।

$(2p-3q)=10$

বা, $(2p-3q)^3=(10)^3$

বা, $(2p)^3-(3q)^3-3\times 2p\times 3q\,(2p-3q)=1000$

বা, $8p^3-27q^3-18pq\times 10=1000$

বা, $-180\,pq=1000-100$

বা, $-180\,pq=900$

বা, $pq=-\dfrac{900}{180}$

$\therefore$ $pq=-5$

8 $x-\dfrac{1}{9x}=1$ হলে $27x^3-\dfrac{1}{27x^3}$ -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি।

$x-\dfrac{1}{9x}=1$

বা, $3(x-\dfrac{1}{9x})=1\times 3$ [উভয়দিকে 3 দিয়ে গুণ করে পাই]

বা, $3x-\dfrac{1}{3x}=3$

বা, $(3x-\dfrac{1}{3x})^3=3$ [উভয়দিকে ঘন করে পাই]

বা, $27x^3-\dfrac{1}{27x^3}-3\times 3x\times\dfrac{1}{3x}\;(3x-\dfrac{1}{3x})=27$

বা, $27x^3-\dfrac{1}{27x^3}-3\times 3=27$

$\therefore$ $27x^3-\dfrac{1}{27x^3}=\square$

কষে দেখি — 5.2

1.

ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য (একক)	ঘনকের আয়তন (ঘন একক)
(i) p^2+q^2	
(ii) $\frac{x}{3}+\frac{4}{y}$	
(iii) x^2y-z^2	
(iv) $1+b-2c$	
(v)	$(2.89)^3+(2.11)^3+15\times 2.89\times 2.11$
(vi)	$(2m+3n)^3+(2m-3n)^3+12m(4m^2-9n^2)$
(vii)	$(a+b)^3-(a-b)^3-6b(a^2-b^2)$
(viii) $2x-3y-4z$	
(ix)	$x^6-15x^4+75x^2-125$
(x)	$1000+30x(10+x)+x^3$

2. I থেকে IV নং অভেদের সাহায্যে নীচের প্রশ্নগুলি সমাধান করি।

(a) $x-y=2$ হলে x^3-y^3-6xy -এর মান হিসাব করে লিখি।

(b) $a+b=-\frac{1}{3}$ হলে প্রমাণ করার চেষ্টা করি $a^3+b^3-ab=-\frac{1}{27}$

(c) $x+y=2$ এবং $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2$ হলে x^3+y^3 -এর মান হিসাব করে লিখি।

(d) $\frac{x^2-1}{x}=2$ হলে $\frac{x^6-1}{x^3}$ -এর মান হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।

(e) $x+\frac{1}{x}=5$ হলে $x^3+\frac{1}{x^3}$ -এর মান হিসাব করে লিখি।

(f) $x=y+z$ হলে $x^3-y^3-z^3-3xyz$ এর মান হিসাব করে লিখি।

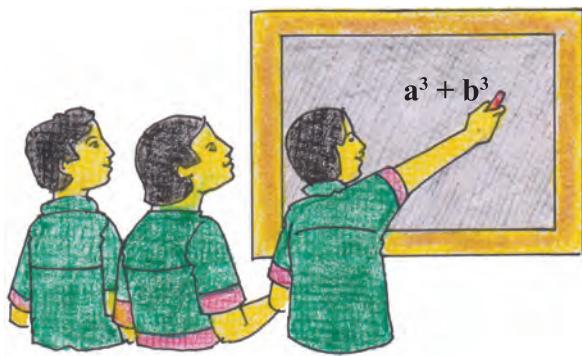
(g) $xy(x+y)=m$ হলে $x^3+y^3+3m=\frac{m^3}{x^3y^3}$ প্রমাণ করার চেষ্টা করি

(h) $2x+\frac{1}{3x}=4$ হলে প্রমাণ করার চেষ্টা করি $27x^3+\frac{1}{8x^3}=189$

(i) $2a-\frac{2}{a}+1=0$ হলে, $a^3-\frac{1}{a^3}+2$ -এর মান হিসাব করে লিখি।

(j) $a^3+b^3+c^3=3abc$ হলে $(a+b+c)$ -এর মান হিসাব করে লিখি $(a\neq b\neq c)$।

(k) যদি $m+n=5$ এবং $mn=6$ হয় তবে $(m^2+n^2)(m^3+n^3)$ -এর মান হিসাব করে লিখি।

দেবকুমার আজ এক মজার কাজ করেছে। সে টিফিনের সময়ে আমাদের শ্রেণির ব্ল্যাকবোর্ডে দুটি ঘর এঁকেছে। মাম্পি ঠিক করেছে সেই দুটি ঘরে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা লিখবে।

মাম্পি লিখল ⟶ $a^3 + b^3$ $a^3 - b^3$

এই বাদামি রঙের ঘরে লেখা আছে $a^3 + b^3$ ।

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $(a^3 + b^3)$ কে দুটি সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি। অর্থাৎ $(a^3 + b^3)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

বা, $a^3+b^3+3ab(a+b) = (a+b)^3$

বা, $a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

বা, $a^3+b^3 = (a+b)\{(a+b)^2 - 3ab\}$

বা, $a^3+b^3 = (a+b)\{a^2+2ab+b^2 - 3ab\}$

$\therefore$ $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

পেলাম, $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

বুঝেছি, a^3+b^3 -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে একটি উৎপাদক $(a+b)$ এবং অপর বীজগাণিতিক উৎপাদক $a^2 - ab + b^2$ পাব।

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ — — — — — — (V)

9 V নং অভেদের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি :

$8x^3 + 729y^3 = (2x)^3 + (9y)^3$

$= (2x+9y)\{(2x)^2 - 2x \times 9y + (9y)^2\}$ (V নং অভেদের সাহায্যে পাই)

$= (2x+9y)(4x^2 - 18xy + 81y^2)$

10 V নং অভেদের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় করি :

(i) $(7+3x)(49 - 21x + 9x^2)$

$= (7+3x)\{(7)^2 - 7\times 3x + (3x)^2\}$

$= (7)^3 + (3x)^3 = \square + 27x^3$

(ii) $(x^2+y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$

$= (x^2+y^2)\{\square^2 - x^2y^2 + \square^2\}$

$= (x^2)^3 + (y^2)^3$ [(v) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

$= x^6 + y^6$

(iii) $(2a+3)\{(a+2)^2-(a+2)(a+1)+(a+1)^2\}$

$= \{(a+2)+(a+1)\}\{(a+2)^2-(a+2)(a+1)+(a+1)^2\}$

$= (a+2)^3+(a+1)^3$ [(v) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

$= a^3+3\times a^2\times 2+3a\times 2^2+(2)^3+a^3+3a^2\times 1+3a+1$

$= a^3+6a^2+12a+8+a^3+3a^2+3a+1$

$= 2a^3+9a^2+15a+9$

11 আমি (v) নং অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

(i) x^3+125 (ii) p^3q^3+1 (iii) $(a-b)^3x^3+216$

(iv) $8y^3+125z^3$ [নিজে করি] (v) $a^3b^3+c^3d^3$ [নিজে করি]

(i) x^3+125

$= (x)^3+(5)^3$

$= (x+5)(x^2-5x+25)$

[(v) নং অভেদের সাহায্যেপাই]

(i) p^3q^3+1

$= (pq)^3+(1)^3$

$= \square \times \square$

[(v) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

(iii) $(a-b)^3x^3+216$

$= \{(a-b)x\}^3+(6)^3$

$= \{(a-b)x+6\}[\{(a-b)x\}^2-(a-b)x\times 6+(6)^2]$ [(v) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

$= (ax-bx+6)[(a-b)^2x^2-6x(a-b)+36]$

$= (ax-by+6)[a^2x^2-2abx^2+b^2x^2-6ax+6bx+36]$

আমাদের শ্রেণির ব্ল্যাকবোর্ডে দেবকুমারের লেখা আকাশি রঙের ঘরে লেখা বীজগাণিতিক সংখ্যামালা a^3-b^3 কে দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গুণফল হিসাবে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

$(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$

বা, $a^3-b^3-3ab(a-b) = (a-b)^3$

বা, $a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b)$

বা, $a^3-b^3 = (a-b)\{(a-b)^2+3ab\}$

বা, $a^3-b^3 = (a-b)\{a^2-2ab+b^2+3ab\}$

$\therefore\ a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

পেলাম, $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ — — — (VI)

12 $(27a^3-64)$ -কে (VI) নং অভেদের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি :

$(27a^3-64) = (3a)^3-(4)^3$

$= (3a-4)\{(3a)^2+3a\times 4+(4)^2\}$ [(VI) নং অভেদের সাহায্যে পাই]

$= (3a-4)(9a^2+12a+16)$

13 আমি (VI) নং অভেদের সাহায্যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির গুণফল নির্ণয় করি।

(i) $(p-2q)(p^2+2pq+4q^2)$
$= (p-2q)\{p^2+p\times 2q+(2q)^2\}$
$= (p)^3-(2q)^3$ [(VI) নং অভেদের সাহায্যে পাই]
$= (p)^3-8q^3$

(ii) $(x^2-1)(x^4+x^2+1)$
$=(x^2-1)\{(x^2)^2+x^2\times 1+1^2\}$
$= \square^3-(1)^3$ [(VI) নং অভেদের সাহায্যে পাই]
$= x^{\square}-1$

(iii) $2x\{(4x-3)^2+(4x-3)(2x-3)+(2x-3)^2\}$
$= \{(4x-3)-(2x-3)\}\{(4x-3)^2+(4x-3)(2x-3)+(2x-3)^2\}$
[যেহেতু, $(4x-3)-(2x-3)\} = 4x-3-2x+3 = \square$]
ধরি, $4x-3=a$ এবং $2x-3=b$
$= (a-b)\{a^2+ab+b^2\}$
$= a^3-b^3$ [(VI) নং অভেদের সাহায্যে পাই]
$= (4x-3)^3-(2x-3)^3$ [$a=4x-3$ এবং $b=2x-3$ বসিয়ে পাই]
$= \{(4x)^3-3.(4x)^2\times 3+3.4x.3^2-(3)^3\}-\{(2x)^3-3(2x)^2\,3+3\times 2x\times 3^2-3^3\}$
$= 64x^3-144x^2+108x-27-\{8x^3-36x^2+54x-27\}$
$= 56x^3-108x^2+54x$

14 আমি (VI) নং অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

(i) $\frac{a^3}{p^3}-c^3$
$=(\frac{a}{p})^3-c^3$
$=(\frac{a}{p}-c)\{(\frac{a}{p})^2+\frac{a}{p}\times c+c^2\}$
$=(\frac{a}{p}-c)\{\frac{a^2}{p^2}+\frac{ac}{p}+c^2\}$

(ii) $64\ell^3-343$
$= \square^3-\square^3$
$= \square\times\square$

(iii) $(x+2)^3-(x-2)^3$
$= \{(x+2)-(x-2)\}\{(x+2)^2+(x+2)(x-2)+(x-2)^2\}$
$= (x+2-x+2)\{x^2+4x+4+x^2-4+x^2-4x+4\}$
$= 4\times\square$

15 আমি (VI) নং অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি:

(i) $8m^3+12m^2n+6mn^2+2n^3$
$=(2m)^3+3(2m)^2n+3.2mn^2+n^3+n^3$
$=(2m+n)^3+n^3$
$= \square\times\square$

(ii) $a^3-9b^3+(a+b)^3$
$=a^3-b^3-8b^3+(a+b)^3$
$=a^3-b^3+(a+b)^3-(2b)^3$
$=(a-b)(a^2+ab+b^2)+(a+b-2b)\times\{(a+b)^2+2b(a+b)+4b^2\}$
$=(a-b)\{a^2+ab+b^2+a^2+2ab+b^2+2ab+2b^2+4b^2\}$
$=(a-b)\times\square$

কষে দেখি — 5.3

1. ফাঁকা ঘরে বুঝে লিখি :

প্রথম বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	দ্বিতীয় বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	$a^3 + b^3 = \square \times \square$ $a^3 - b^3 = \square \times \square$ অভেদের সাহায্যে প্রথম ও দ্বিতীয়ের গুণফল
(i) $x + 9$	$x^2 - 9x + 81$	
(ii) $2a - 1$		$8a^3 - 1$ $= (2a)^3 - (1)$ $= (2a - 1)\{(2a)^2 + 2a \times 1 + (1)^2\}$ $= (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$
(iii) $3 - 5c$		$27 - 125c^3$
(iv) $(a + b + c)$	$(a + b)^2 - (a + b)c + c^2$	
(v) $3x$	$(2x - 1)^2 - (2x - 1)(x + 1) + (x + 1)^2$	
(vi) $\frac{x}{y} + 1$	$\frac{x^2}{y^2} - \frac{x}{y} + 1$	
(vii) $4a - 5b$	$16a^2 + 20ab + 25b^2$	
(viii)	$a^2b^2 + abcd + c^2d^2$	$a^3b^3 - c^3d^3$
(ix) $1 - 4y$		$1 - 64y^3$
(x) $(2p + 1)$		$8(p - 3)^3 + 343$
(xi) $(m - p)$	$(m + n)^2 + (m + n)(n + p) + (n + p)^2$	
(xii) $(3a - 2b)^2 + (3a - 2b) \times (2a - 3b) + (2a - 3b)^2$	$(a + b)$	

2. সরল করি [সূত্রের সাহায্যে]

(i) $(a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

(ii) $(a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)(a^3 + 8b^3)$

(iii) $(4a^2 - 9)(4a^2 - 6a + 9)(4a^2 + 6a + 9)$

(iv) $(x - y)(x^2 + xy + y^2) + (y - z)(y^2 + yz + z^2) + (z - x)(z^2 + zx + x^2)$

(v) $(x + 1)(x^2 - x + 1) + (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$

3. $x+\frac{1}{x}=-1$ হলে (x^3-1) -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি,

$x+\frac{1}{x}=-1$

বা, $(x+\frac{1}{x})x=-1(x)$

বা, $x^2+1=-x$

বা, $x^2+x+1=0$ [পক্ষান্তরে পাই]

x^3-1

$=(x-1)\times\square$ [সূত্রের সাহায্যে]

$=(x-1)\times 0=0$

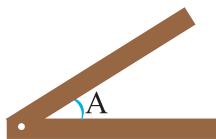
4. $a+\frac{9}{a}=3$ হলে (a^3+27) -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি।

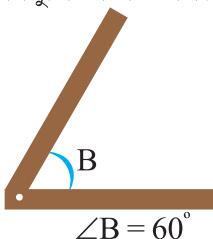
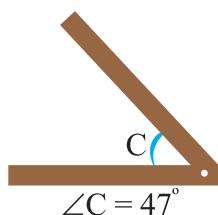
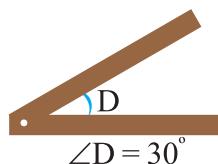
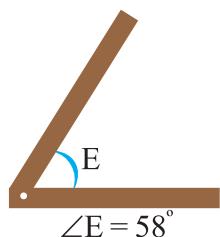
5. $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=1$ হলে (a^3+b^3) -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি।

6. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

(i) $1000a^3+27b^6$
(ii) $1-216z^3$
(iii) m^4-m
(iv) $192a^3+3$
(v) $16a^4x^3+54ay^3$
(vi) $729a^3b^3c^3-125$
(vii) $\frac{27}{a^3}-\frac{1}{27b^3}$
(viii) $\frac{x^3}{64}-\frac{64}{x^3}$
(ix) $x^3+3x^2y+3xy^2+2y^3$
(x) $1+9x+27x^2+28x^3$
(xi) $x^3-9y^3-3xy(x-y)$
(xii) $8-a^3+3a^2b-3ab^2+b^3$
(xiii) $x^6+3x^4b^2+3x^2b^4+b^6+a^3b^3$
(xiv) x^6+27
(xv) x^6-y^6
(xvi) $x^{12}-y^{12}$
(xvii) $m^3-n^3-m(m^2-n^2)+n(m-n)^2$

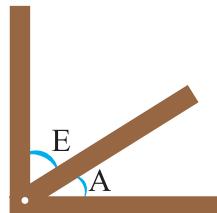
6. পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ ও সন্নিহিত কোণ

আজ বাড়িতে রমেনকাকু এসে কাঠের কাজ করছেন। আমি ও দাদা কিছু পাতলা কাঠ নিয়ে একই মাপের কাঠি তৈরি করলাম। দাদা কাঠির একপ্রান্ত পেরেক দিয়ে আটকে দিয়ে গেল —

খাতায় বসিয়ে এঁকে চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি $\angle A = 32^\circ$

আমি, আমার বন্ধু শিউলি ও তপেন দুটি করে কাঠি আটকে দাদার মতো অনেকগুলি কোণ তৈরি করলাম ও কোণগুলি খাতায় বসিয়ে চাঁদা দিয়ে মেপে লিখলাম।

$\angle B = 60^\circ$

$\angle C = 47^\circ$

$\angle D = 30^\circ$

$\angle E = 58^\circ$

পাশের ছবির মতো শিউলি এক মজার কাজ করল।

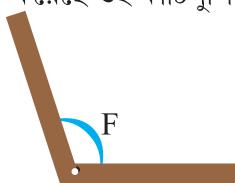
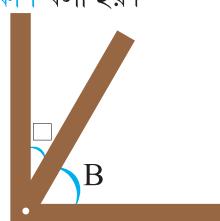
সে $\angle A$ ও $\angle E$ পাশের ছবির মতো বসিয়ে নতুন কোণ তৈরি করল।

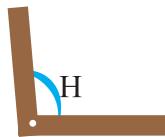
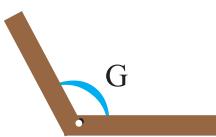
দেখছি $\angle A$ ও $\angle E$ মিলিয়ে 90° বা সমকোণ পাচ্ছি। এইরকম দুটি কোণকে কী বলব?

দুটি কোণের সমষ্টি 90° বা সমকোণ হলে একটিকে অপরটির পূরক কোণ বলা হয়।

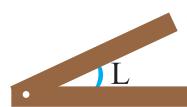
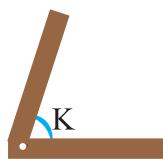
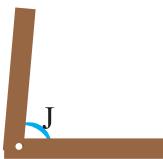
এখানে $\angle A$-এর পূরক কোণ $\angle E$ এবং $\angle E$-এর পূরক কোণ $\angle A$

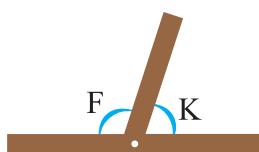
আমি $\angle B$ কোণের পূরক কোণ ☐ [$\angle C$/$\angle D$] পেলাম।

আমি নিজে $\angle C$-এর পূরক কোণের মান লিখি ও চাঁদার সাহায্যে আঁকি। **(নিজে করি)**

দাদা ঠিক করেছে ওই কাঠিগুলি দিয়ে স্থূলকোণ তৈরি করবে। দাদা করল—

কোণটি খাতায় এঁকে ও চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, $\angle F = 108^\circ$

আমরাও অনেকগুলি স্থূলকোণ তৈরি করলাম—

চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, $\angle G = 118^\circ$, $\angle H = 95^\circ$ ও $\angle I = 155^\circ$

আমার বোন অনেকগুলি সূক্ষ্মকোণ তৈরি করল।

চাঁদা দিয়ে মেপে দেখল, $\angle J = 85^\circ$, $\angle K = 72^\circ$ ও $\angle L = 25^\circ$

শিউলি আবার $\angle F$ এর সাথে $\angle K$, $\angle G$ ও $\angle L$ নীচের ছবির মতো বসিয়ে কী পেল দেখি।

দেখছি $\angle F$ ও $\angle K$ যোগ করে 180° বা 2 সমকোণ পাচ্ছি। কিন্তু $\angle G$ ও $\angle L$ যোগ করে 180° বা 2 সমকোণ হচ্ছে না। এইরকম দুটি কোণ যাদের যোগফল 180° বা 2 সমকোণ তাদের কী বলা হয়?

দুটি কোণের সমষ্টি 180° হলে একটি কোণকে অপর কোণের সম্পূরক কোণ বলা হয়।
এখানে $\angle F$ এর সম্পূরক কোণ $\angle K$ এবং $\angle K$ এর সম্পূরক কোণ $\angle F$।

$\angle H$, $\angle I$, $\angle J$ ও $\angle L$-এর মধ্যে কোনজোড়া কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক লিখি। (নিজে করি)
আমি $\angle G$-এর সম্পূরক কোণের মান লিখি ও চাঁদার সাহায্যে আঁকি (নিজে করি)।

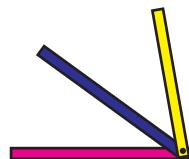
নিজে করি — 6.1

1) নীচের জোড়া কোণগুলির কোন জোড়াগুলি পূরক বা সম্পূরক খুঁজি ও আঁকি।

$10^\circ, 170^\circ$; $38^\circ, 52^\circ$; $35^\circ, 65^\circ$; $90^\circ, 90^\circ$; $25^\circ, 165^\circ$; $45^\circ, 45^\circ$

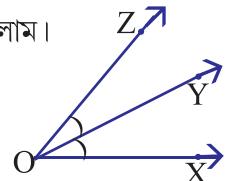
পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ ও সন্নিহিত কোণ

অধ্যায় : 6

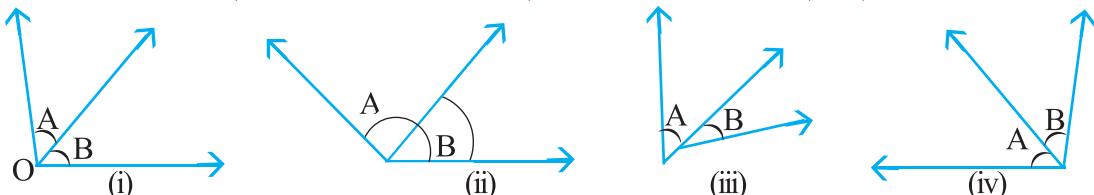
তিতলি তীর্থঙ্করের সামনে বসে গল্পের বইয়ের পাতা উল্টাচ্ছিল। তিতলি একই বইয়ে পাতা সরিয়ে ছবির মতো একের বেশি কোণ তৈরি করছে। সেই দেখে তীর্থঙ্করও তিনটি রঙিন পিচবোর্ডের একপ্রান্ত পেরেক দিয়ে আটকে পাশের ছবির মতো করল—

আমি এই তিনটি রঙিন পিচবোর্ড দিয়ে যে কোণগুলি তৈরি হয়েছে তা খাতায় আঁকলাম। দেখছি, দুটি বিশেষ ধরনের কোণ $\angle XOY$ ও $\angle YOZ$ তৈরি হয়েছে

যাদের — (i) O শীর্ষবিন্দু

(ii) OY একটি সাধারণ বাহু

(iii) কোণদুটির সাধারণ বাহু ছাড়া অপর বাহুদুটির সাধারণ বাহু OY-এর বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত।

এইরকম $\angle XOY$ ও $\angle YOZ$ কোণদুটিকে কী বলব?

এই $\angle XOY$ ও $\angle YOZ$ কোণদুটিকে একটি অপরটির সন্নিহিত কোণ বলা হয়। অর্থাৎ একই শীর্ষবিন্দু ও একই সাধারণ বাহুর দুপাশে অবস্থিত কোণদুটিকে একটি অপরটির সন্নিহিত কোণ বলা হয়।

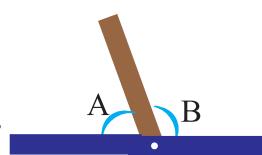
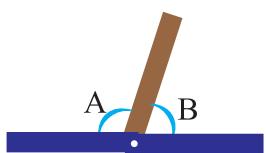
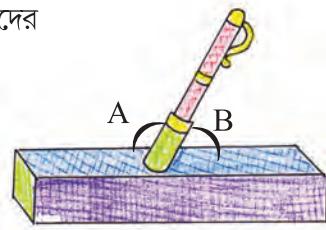
নীচের কোনগুলি সন্নিহিত কোণ ও কোনগুলি সন্নিহিত কোণ নয় সেগুলি খুঁজি ও লিখি—

(i) ও (iv) নং ছবিতে $\angle A$ ও $\angle B$-এর একই শীর্ষবিন্দু এবং কোণদুটি একই সাধারণ বাহুর দু-পাশে অবস্থিত।
(ii) ও (iii) নং ছবিতে $\angle A$ ও $\angle B$ সন্নিহিত কোণ নয় (কারণ দেখাই)।

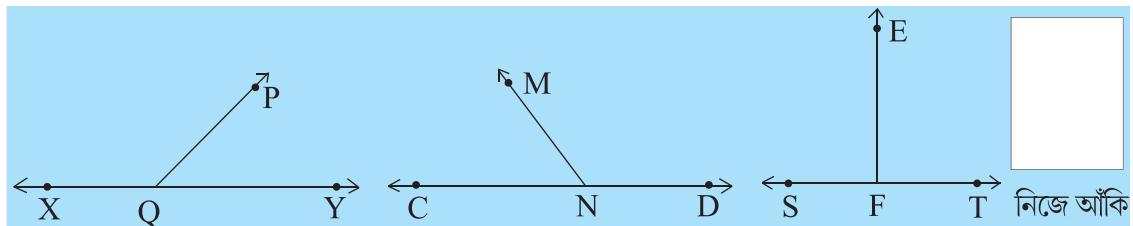
আমি নিজে যুক্তি দিয়ে (ii), (iii) ও (iv) নং ছবির $\angle A$ ও $\angle B$ সন্নিহিত কিনা বুঝি ও লিখি। **(নিজে করি)**

আজ স্নেহা ও তথাগত ঠিক করেছে 2 টি কাঠি দিয়ে সন্নিহিত কোণ তৈরি করবে। তাই ওরা দুজনে একটি লম্বা লাঠির সাথে ছোটো একটি লাঠি আটকে পাশের ছবির মতো তৈরি করল।

এখানে দুটি সন্নিহিত কোণ ☐ ও ☐ তৈরি হয়েছে। মাপ নিয়ে দেখছি, $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 115^\circ$; আবার $\angle A + \angle B =$ ☐ ডিগ্রি।

তথাগত আবার বাদামি কাঠি সরিয়ে করল—

এখনও দেখছি দুটি ☐ কোণ $\angle A$ ও $\angle B$ তৈরি হয়েছে, $\angle A =$ ☐ ডিগ্রি, $\angle B =$ ☐ ডিগ্রি এবং $\angle A + \angle B =$ ☐ ডিগ্রি।

আমার ভাই তার পেনস্ট্যান্ডটিতে একটি পেন রেখে আমাদের সামনে পাশের ছবির মতো পেন রাখল—

দেখছি, এখানেও দুটি ☐ কোণ ∠A ও ∠B তৈরি হয়েছে যেখানে মেপে পাই ∠A + ∠B = ☐ ডিগ্রি

এবার আমরা দুটি কাঠি দিয়ে অনেকগুলি সন্নিহিত কোণ তৈরি করলাম। কতকগুলি খাতায় আঁকলাম ও পেলাম—

সন্নিহিত কোণগুলি মেপে দেখছি, ∠PQY = ☐°, ∠PQX = ☐° এবং ∠PQY+∠PQX = ☐°

আবার ∠MND = ☐°, ∠MNC = ☐° এবং ∠MND + ∠MNC = ☐°

অন্য সন্নিহিত কোণগুলি নিজে মেপে দেখি।

একটি সরলরেখার উপরে অন্য একটি রশ্মি দাঁড়িয়ে যে দুটি সন্নিহিত কোণ তৈরি করে তাদের সমষ্টি ☐ সমকোণ বা ☐ ডিগ্রি।

AB সরলরেখা, AB রশ্মি, AB সরলরেখাংশ ও AB সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য বোঝাতে আমরা AB লিখি। কোণ ABC এর পরিমাপ বোঝাতে ∠ABC লিখি।

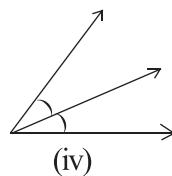
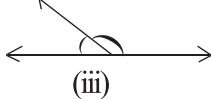
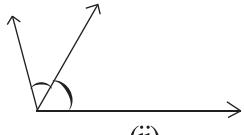
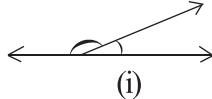
নিজে করি — 6.2

নীচে কোন কোন ছবিতে সন্নিহিত কোণগুলির সমষ্টি 2 সমকোণ লিখি

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

2) আমি নিজে একটি সরলরেখা AB নিলাম। এই AB সরলরেখার উপর একটি বিন্দু P নিলাম। এবার AB সরলরেখার উপর P বিন্দু থেকে একটি রশ্মি আঁকলাম এবং এর জন্য যে দুটি সন্নিহিত কোণ তৈরি হয় তাদের মাপ লিখি ও সন্নিহিত কোণ দুটির মান যোগ করে দেখি যোগফল 180° বা 2 সমকোণ হয় কিনা।

এবার আমরা তিনটি রঙিন কাঠি দিয়ে নতুন এক মজার খেলা খেলব। আমরা এই তিনটি রঙিন কাঠির একপ্রান্ত আটকে দেবো ও এমন দুটি সন্নিহিত কোণ তৈরি করব যাদের সমষ্টি 180° বা 2 সমকোণ।

আমি করলাম →

কাঠি দিয়ে $\angle A$ ও $\angle B$ করলাম,

$\angle A = 113^{\circ}$ ও $\angle B = 67^{\circ}$ $\therefore$ $\angle A + \angle B =$ ☐ ডিগ্রি।

$\angle A$ ও $\angle B$ দুটি সন্নিহিত কোণের সাধারণ বাহু ☐ রঙের কাঠি।

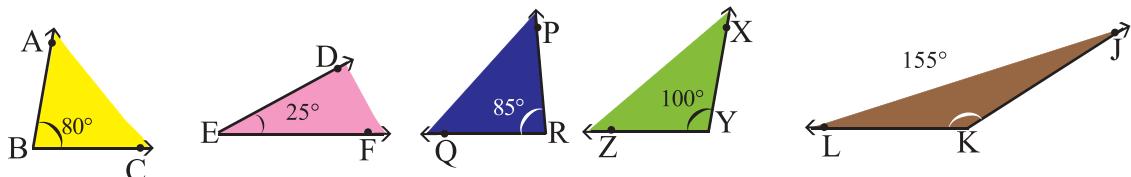
খাতায় এঁকে দেখছি, $\angle A$ ও $\angle B$ দুটি সন্নিহিত কোণের অর্থাৎ লাল ও নীল রঙের কাঠিগুলি একই সরলরেখায় আছে।

জাকির করল →

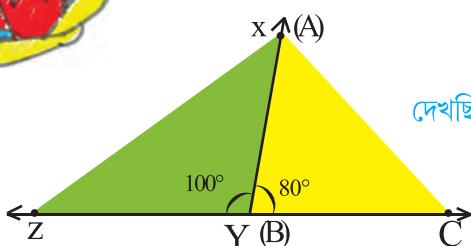
এবার জাকির কাঠি দিয়ে $\angle A = 70^{\circ}$, $\angle B = 110^{\circ}$ তৈরি করল।

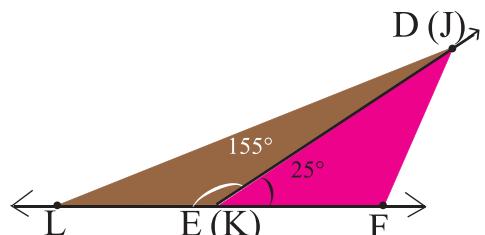
এখানে $\angle A$ ও $\angle B$ দুটি সন্নিহিত কোণের সাধারণ বাহু ☐ রঙের কাঠি। খাতায় এঁকে দেখছি, $\angle A$ ও $\angle B$ দুটি সন্নিহিত কোণের যে বাহুগুলি সাধারণ নয় (বহিঃস্থ বাহু দুটি) অর্থাৎ লাল ও নীল রঙের কাঠিগুলি একই সরলরেখায় আছে।

হাতেকলমে

জুলেফা তার খাতায় অনেকগুলি কোণ আঁকল ও চাঁদা দিয়ে মাপল ও কোণগুলি কেটে নিল।

সিরাজ, জুলেফার আঁকা কোণগুলির মধ্যে থেকে দুটি এমন কোণ নেবে যাদের সমষ্টি 180° বা দুই সমকোণ। তারপর সে দুটি সন্নিহিত কোণ তৈরি করবে ও দেখবে সন্নিহিত কোণদুটির বহিঃস্থ বাহুগুলি একই সরলরেখায় আছে কিনা।

আমি প্রথমে $\angle ABC = 80^{\circ}$ নিলাম। এবার 80°-এর সম্পূরক কোণ ☐ ডিগ্রি বা $\angle XYZ$ নিলাম। $\angle ABC$ এর AB বাহু ও $\angle XYZ$ এর XY বাহু মিলিয়ে বসালাম।

দেখছি YZ ও BC সরলরেখাংশ দুটি একই সরলরেখায় আছে।

আমি 25° কোণের সম্পূরক কোণ ☐ ডিগ্রি কোণ নিয়ে একইভাবে মিলিয়ে বসালাম।

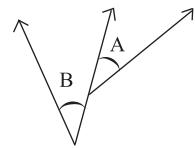
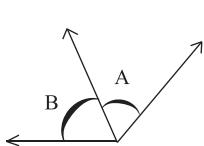
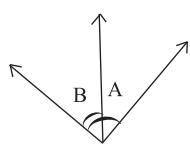
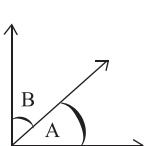
দেখছি, KL ও EF সরলরেখাংশ দুটি একই সরলরেখায় আছে।

$\angle PQR$ এর সম্পূরক কোণ আঁকি। কোণ দুটি দিয়ে সন্নিহিত কোণ এঁকে বহিঃস্থ বাহুগুলি একই সরলরেখায় আছে কিনা দেখি (নিজে করি)।

পেলাম, দুটি সন্নিহিত কোণের সমষ্টি 180° বা 2 সমকোণ হলে বহিঃস্থ বাহুদুটি একই সরলরেখায় থাকে।

আমি নীচের দেওয়া কোণগুলি দিয়ে সন্নিহিত কোণগুলি আঁকি ও দেখি কোন কোন ক্ষেত্রে সন্নিহিত কোণদ্বয়ের বহিঃস্থ বাহুগুলি একই সরলরেখায় আছে।

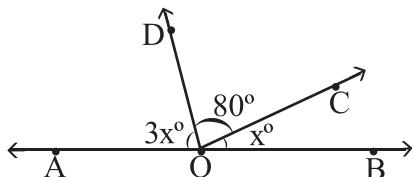
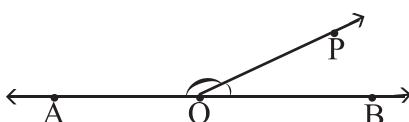
i) $37^\circ, 113^\circ$ ii) $41^\circ, 139^\circ$ iii) $94^\circ, 86^\circ$ iv) $90^\circ, 90^\circ$

কষে দেখি- 6

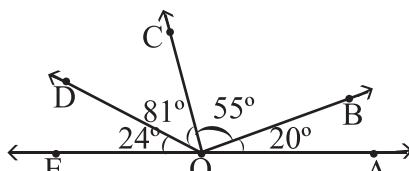
1. মনে মনে ভাবি ও লিখি :
   (a) দুটি সূক্ষ্মকোণ পরস্পর পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (b) দুটি সূক্ষ্মকোণ পরস্পর সম্পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (c) একটি সূক্ষ্মকোণ ও একটি স্থূলকোণ পরস্পর পূরক হতে পারে কিনা লিখি। দুটি সমকোণ পরস্পর পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (d) দুটি স্থূলকোণ পরস্পর সম্পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (e) দুটি সমকোণ পরস্পর সম্পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (f) একটি সূক্ষ্মকোণ ও একটি স্থূলকোণ পরস্পর সম্পূরক হতে পারে কিনা লিখি।
   (g) দুটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর পূরক কোণ হতে পারে কিনা লিখি।
   (h) দুটি সন্নিহিত কোণ পরস্পর সম্পূরক কোণ হতে পারে কিনা লিখি।
2. নীচের সন্নিহিত কোণগুলি আঁকি ও কোন কোণগুলি পরস্পর পূরক অথবা সম্পূরক লিখি :
   $45^\circ, 45^\circ$; $120^\circ, 30^\circ$; $70^\circ, 110^\circ$; $42^\circ, 48^\circ$; $37^\circ, 43^\circ$; $85^\circ, 95^\circ$;
3. নীচের কোণগুলি দেখি ও কোন কোন কোণদুটি পরস্পর পূরক কোণ লিখি :
   $31^\circ, 47^\circ, 64^\circ, 29^\circ, 43^\circ, 59^\circ, 17^\circ, 26^\circ$
4. নীচের কোণগুলি দেখি ও কোন কোন কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক কোণ লিখি :
   $47^\circ, 58^\circ, 69^\circ, 75^\circ, 133^\circ$ $105^\circ, 122^\circ, 125^\circ$
5. সন্নিহিত কোণ কাকে বলে লিখি ও নীচের কোন কোণগুলি সন্নিহিত কোণ বুঝে লিখি :

6. নিজে চাঁদার সাহায্যে সন্নিহিত কোণ আঁকি যার কোণদুটির মান হলো—

$35^o, 45^o$; $18^o, 42^o$; $32^o, 90^o$; $73^o, 63^o$

7. সায়ন্তনী একটি সরলরেখা AB আঁকল। আমি সেই সরলরেখার উপর কোনো বিন্দু P-তে অপর একটি রশ্মি PQ আঁকলাম। এর ফলে দুটি সন্নিহিত কোণ $\angle BPQ$ ও $\angle APQ$ তৈরি হলো। চাঁদার সাহায্যে মেপে $\angle BPQ$ ও $\angle APQ$-এর পরিমাপ লিখি ও $\angle PQB + \angle PQA =$ কত লিখি।

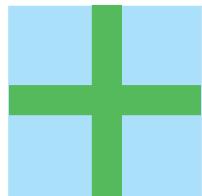
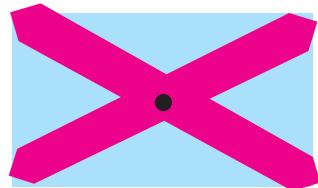
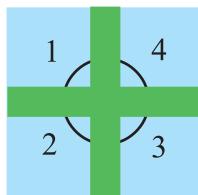
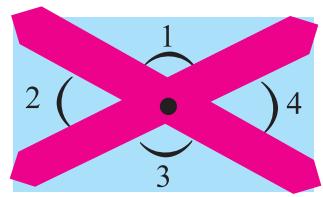
8. শাকিল দুটি সন্নিহিত কোণ $\angle ABC$ ও $\angle ABD$ আঁকল যাদের সমষ্টি 180^o; আমিও শাকিলের মতো $\angle ABC$ ও $\angle ABD$ এঁকে দেখি D, B ও C বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় আছে কিনা।

9. পাশের ছবি থেকে x -এর মান নির্ণয় করি।

10. পাশের ছবিতে $\angle AOP$, $\angle BOP$ -এর চেয়ে 140^0 বেশি। $\angle AOP$ ও $\angle BOP$ -এর মান নির্ণয় করি।

11. দুটি সন্নিহিত কোণের মান 35^o ও 145^o; সন্নিহিত কোণের বহিঃস্থ বাহু দুটি কীভাবে অবস্থিত লিখি।

12.

পাশের ছবিতে OA ও OE কীভাবে অবস্থিত লিখি।

7. বিপ্রতীপ কোণের ধারণা

আজ আমরা কার্ড তৈরি করব। তাই আমরা আয়তক্ষেত্রাকারে অনেকগুলি কার্ড কেটেছি। কার্ডগুলির উপরে ফিতে কেটে নানাভাবে লাগিয়ে সাজাব এবং ফাঁকা জায়গায় আঁকব।

মতিউর করল →

অন্বেষা করল →

দেখছি মতিউরের কার্ডের দু-টুকরো ফিতে একরকমভাবে আছে আবার অন্বেষার কার্ডের দু-টুকরো ফিতে অন্যরকমভাবে আছে। কিন্তু দুইরকম কার্ডেই এই দু-টুকরো ফিতে পরস্পরকে ছেদ করেছে ও কয়েকটি কোণ তৈরি করেছে। এই কোণগুলির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি।

প্রথম কার্ড

দ্বিতীয় কার্ড

চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি প্রথম কার্ডের $\angle 1 = \square$ ডিগ্রি, $\angle 2 = \square$ ডিগ্রি, $\angle 3 = \square$ ডিগ্রি, $\angle 4 = \square$ ডিগ্রি

$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \square$ ডিগ্রি

চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, দ্বিতীয় কার্ডের $\angle 1 = \square$ ডিগ্রি, $\angle 2 = \square$ ডিগ্রি, $\angle 3 = \square$ ডিগ্রি, $\angle 4 = \square$ ডিগ্রি

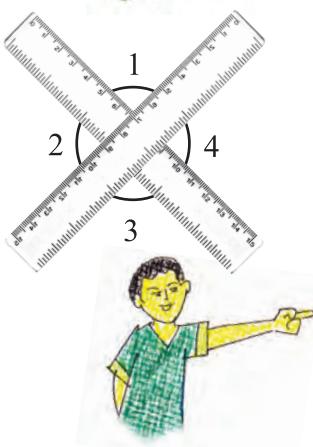
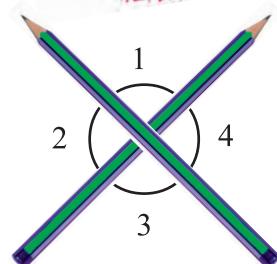
চাঁদা দিয়ে মাপার পর দেখছি $\angle 1 = \angle 3 = \square$ ডিগ্রি এবং $\angle 2 = \angle 4 = \square$ ডিগ্রি

দেখছি, $\angle 1$ ও $\angle 2$ সন্নিহিত কোণ করেছে কিন্তু $\angle 1$ ও $\angle 3$ বা $\angle 2$ ও $\angle 4$ কোণগুলি বিপরীত দিকে আছে। এদের কী বলা হয়?

$\angle 1$ ও $\angle 3$ বা $\angle 2$ ও $\angle 4$ — এই বিপরীত দিকের কোণদুটিকে বিপ্রতীপ কোণ বলা হয় অর্থাৎ দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে বিপরীত দিকে যে 2 জোড়া কোণ তৈরি হয় তাদের বিপ্রতীপ কোণ বলে।

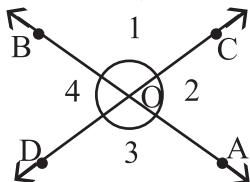
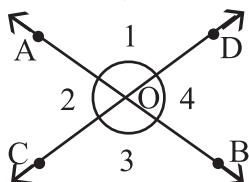
আমার বন্ধু সাথির হাতের কাঁচিটি দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ তৈরি করেছে।

আমার ভাই তার দুটি স্কেলের মাঝখানটা সুতো দিয়ে আটকে পেল।

মিতা একইভাবে তার দুটি পেনসিল মাঝখানে আটকে পেল।

মুখখোলা কাঁচি, দুটি স্কেলের মাঝখানটা সুতো দিয়ে জুড়ে, দুটি পেনসিল মাঝখানে জুড়ে দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ পেলাম। চাঁদা দিয়ে মেপে কী পেলাম দেখি। [নিজে করি]

হাতে কলমে

(1) আমি মোটা খাতায় দুটি পরস্পরছেদী সরলরেখা AB ও CD আঁকলাম যারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করল। চারটি কোণের পাশে $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ও $\angle 4$ লিখলাম।

(2) খাতার পাতার উপরে ট্রেসিং কাগজ রেখে ট্রেসিং কাগজে কোণটি আবার আঁকলাম। আঁকা খাতার পাতা ও ট্রেসিং পেপার একটি বোর্ডে রেখে O বিন্দুতে আলপিন আটকে দিলাম।

(3) এবার ট্রেসিং পেপার O বিন্দুতে আলপিনের সাপেক্ষে 180^0 কোণে ঘুরিয়ে পেলাম—

দেখছি, ট্রেসিং পেপারের (1) নং কোণ খাতার পাতার (3) নং কোণের সাথে মিশে গেছে, আবার ট্রেসিং পেপারের (3) নং কোণ খাতার পাতার (1) নং কোণের সাথে মিশে গেছে। একইভাবে (2) নং কোণ (4) নং কোণের সাথে মিশে গেছে। অর্থাৎ $\angle 1 = \angle 3$ এবং $\angle 2 = \angle 4$ পেলাম।

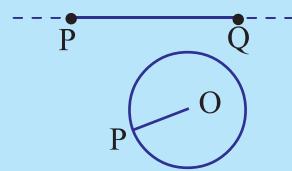
পেলাম দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে যে দুই জোড়া বিপ্রতীপ কোণ তৈরি হয় তাদের প্রতি জোড়া পরস্পর সমান।

এবার আমি ও মক্তা দুটি পরস্পরছেদী সরলরেখা আঁকব ও যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করব যে দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ উৎপন্ন হয় তাদের প্রতিজোড়া পরস্পর সমান।

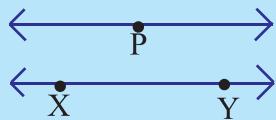
ইউক্লিড (প্রায় 325 খ্রিঃপূর্ব -প্রায় 265 খ্রিঃপূর্ব) গ্রিসের একজন গণিতজ্ঞ। এঁকে জ্যামিতির জনক বলা হয়। প্রায় 280 খ্রিঃপূর্বে তিনি 13 টি খণ্ডে বই লেখেন, যার নাম *ELEMENTS*. ইউক্লিড সামতলিক ও ঘন জ্যামিতির 467 টি উপপাদ্য সংগ্রহ করেন কয়েকটি ধরে নেওয়া সত্য ধারণার উপর নির্ভর করে। এই ধারণাগুলি প্রমাণের প্রয়োজন নেই। এগুলিকে বলা হয় ***স্বীকার্য*** *(Postulate)* এবং ***স্বতঃসিদ্ধ*** *(Axiom)*. ইউক্লিডের সমান্তরাল স্বীকার্যে বলা হয়েছে একটি সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু দিয়ে ওই সরলরেখার সমান্তরাল একটিই সরলরেখা অঙ্কন করা যায়। যা পরবর্তী ক্ষেত্রে সর্বত্র প্রযোজ্য হয় না। এর ফলে ***অ-ইউক্লিডীয়*** জ্যামিতির প্রয়োজন হয়।

যুক্তি দিয়ে প্রমাণের আগে আমরা কতগুলি জ্যামিতিক সত্য বিবৃতি লিখব যেগুলি আমাদের প্রমাণের যুক্তি তৈরি করতে ও অঙ্কন করতে কাজে লাগবে। এই বিবৃতিগুলির সত্যতা আমরা আগে নানাভাবে যাচাই করেছি। এই বিবৃতিগুলিকে আমরা স্বীকার্য বলছি।

স্বীকার্য 1 দুটি বিন্দু দিয়ে একটিই মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়।

স্বীকার্য 2 একটি সরলরেখাংশকে উভয়দিকে যত ইচ্ছে বাড়ানো যায়।

স্বীকার্য 3 যেকোনো বিন্দুকে কেন্দ্র করে এবং যেকোনো দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একই সমতলে একটি মাত্র বৃত্ত অঙ্কন করা যায়।

স্বীকার্য 4 যেকোনো দুটি সমকোণের পরিমাপ সমান।

স্বীকার্য 5 একটি সরলরেখার বাইরের কোনো বিন্দু দিয়ে ওই সরলরেখার সমান্তরাল একটিই মাত্র সরলরেখা আঁকা যায়। (প্লেফেয়ারের বিবৃতি।)

কিছু জ্যামিতিক সত্য বিবৃতি আমরা যুক্তিসহকারে ধাপে ধাপে প্রমাণ করব। সেগুলিকে উপপাদ্য বলব। এই উপপাদ্য প্রমাণ করতে গিয়ে কিছু জ্যামিতিক সত্য বিবৃতির সাহায্য নেব (যাদের এখন প্রমাণ করব না)। এই জ্যামিতিক সত্য বিবৃতিগুলিকে স্বতঃসিদ্ধ বলব।

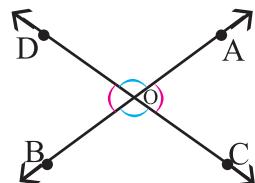
স্বতঃসিদ্ধ : 1 একটি সরলরেখার উপর একটি রশ্মি দণ্ডায়মান হলে যে দুটি সন্নিহিত কোণ উৎপন্ন হয় তাদের পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণ।

স্বতঃসিদ্ধ : 2 দুটি সন্নিহিত কোণের পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে তাদের বহিঃস্থ বাহুদুটি একই সরলরেখায় থাকবে।

এবার আমি ও মুক্তা উপরের স্বতঃসিদ্ধগুলির সাহায্য নিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করব যে,

উপপাদ্য 1 দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে যে দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ উৎপন্ন হয় তাদের প্রতিজোড়া কোণের পরিমাপ পরস্পর সমান।

প্রদত্ত (দেওয়া আছে) : AB ও CD দুটি সরলরেখা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। এর ফলে দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণ $\angle AOD$, $\angle BOC$ ও $\angle AOC$, $\angle BOD$ তৈরি হয়েছে,

প্রামাণ্য (কী প্রমাণ করব) : প্রমাণ করতে হবে যে, প্রতিজোড়া বিপ্রতীপ কোণগুলির পরিমাপ সমান অর্থাৎ $\angle AOD = \angle BOC$ এবং $\angle AOC = \angle BOD$

প্রমাণ (যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি) :

$\angle AOD + \angle AOC = 180^\circ$ [কারণ CD সরলরেখার উপরে OA রশ্মি দণ্ডায়মান হওয়ায় সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ — স্বতঃসিদ্ধ - 1]

$\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ [কারণ AB সরলরেখার উপরে OC রশ্মি দণ্ডায়মান হওয়ায় সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ☐ — স্বতঃসিদ্ধ - 1]

$\angle AOD + \angle AOC = \angle AOC + \angle BOC$

সুতরাং $\angle AOD = \angle BOC$ (উভয়দিক থেকে $\angle AOC$ বিয়োগ করে পাই)

আবার একইভাবে লিখতে পারি—

$\angle BOC + \angle BOD = 180^\circ$ কারণ CD সরলরেখার উপরে OB রশ্মি দণ্ডায়মান হওয়ায় সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 2 সমকোণ

$\angle BOC + \angle AOC = 180^\circ$ কারণ AB সরলরেখার উপরে OC রশ্মি দণ্ডায়মান হওয়ায় সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ☐।

$\angle BOC + \angle BOD = \angle BOC + \angle AOC$

সুতরাং $\angle AOC = \angle BOD$ (উভয়দিক থেকে $\angle BOC$ বিয়োগ করে পাই)

পেলাম AB ও CD দুটি সরলরেখা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করায় বিপ্রতীপ কোণগুলি সমান অর্থাৎ

$\angle AOD = \angle BOC$

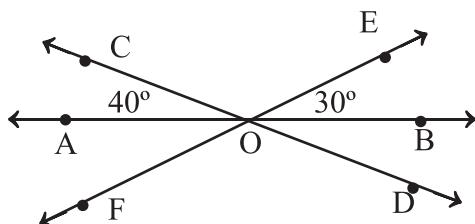
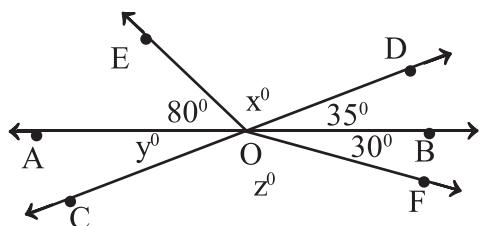
এবং $\angle AOC = \angle BOD$ (প্রমাণিত)

এবার রেশমি উপপাদ্যের কয়েকটি প্রয়োগ দিল। আমরা সেগুলি সমাধান করার চেষ্টা করি

প্রয়োগ — 1 চিত্র থেকে $\angle FOD$ -এর মান কত দেখি।

$\angle COE = 180^\circ - \angle AOC - \angle BOE$
$= 180^\circ - 40^\circ - 30^\circ$
$= 110^\circ$

$\angle COE$ = বিপ্রতীপ $\angle FOD$

$\therefore \quad \angle FOD = 110^\circ$

প্রয়োগ — 2 চিত্র থেকে x,y,z-এর মান নির্ণয় করি।

$\angle EOD = \angle AOB - \angle AOE - \angle BOD$
$= 180^\circ - 80^\circ - 35^\circ$
$= 65^\circ$

$\therefore \; x^\circ = 65^\circ$

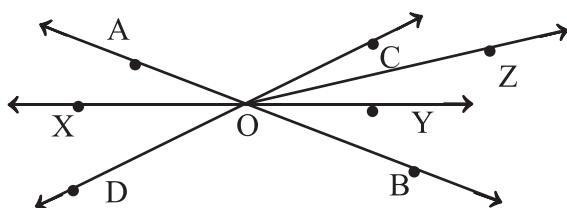
$\angle AOC$ = বিপ্রতীপ $\angle BOD$

$\therefore \; y^\circ = 35^\circ$

$\angle COF = 180^\circ - \angle AOC - \angle BOF$
$= 180^\circ - 35^\circ - 30^\circ = 115^\circ$

$\therefore \; z^\circ = 115^\circ$

পেলাম $x = 65$, $y = 35$ এবং $z = 115$

প্রয়োগ — 3 দুটি সরলরেখা AB এবং CD পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। OX এবং OY যথাক্রমে $\angle AOD$ ও $\angle BOC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে OX এবং OY একই সরলরেখায় অবস্থিত।

প্রদত্ত : দুটি সরলরেখা AB এবং CD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। OX, $\angle AOD$-এর সমদ্বিখণ্ডক এবং OY, $\angle BOC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রামাণ্য : OX এবং OY একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন : ধরি, XO এবং OY একই সরলরেখায় অবস্থিত নয়। XO-কে OZ পর্যন্ত বর্ধিত করলাম।

প্রমাণ : AB এবং XZ সরলরেখা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore$ $\angle AOX$ = বিপ্রতীপ $\angle BOZ$ এবং $\angle DOX$ = বিপ্রতীপ $\angle COZ$

যেহেতু, $\angle AOX = \angle DOX$, সুতরাং $\angle BOZ = \angle COZ$

$\therefore$ OZ $\angle BOC$ -কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। আবার, OY, $\angle BOC$-কে সমদ্বিণ্ডত করে।

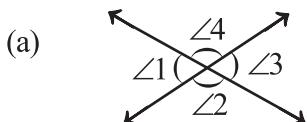
কিন্তু OY এবং OZ উভয়েই $\angle BOC$-কে সমদ্বিখণ্ডিত করতে পারে না।

যেহেতু, OY $\angle BOC$ -কে সমদ্বিখণ্ডিত করে, সুতরাং OY এবং OZ একই সরলরেখায় অবস্থিত।

$\therefore$ OX এবং OY একই সরলরেখায় অবস্থিত।

কষে দেখি — 7.1

1. দুটি সরলরেখা PQ ও RS পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করলে যে বিপ্রতীপ কোণগুলি তৈরি হয় তাদের আঁকি ও নাম লিখি।

2. ছবি দেখি ও কোণগুলির মান লেখার চেষ্টা করি:

(a)

$\angle 1 = 35^\circ$

$\angle 2 = \square$

$\angle 3 = \square$

$\angle 4 = \square$ লিখি।

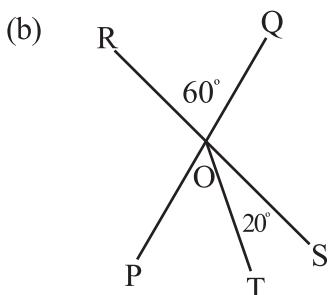
(b)

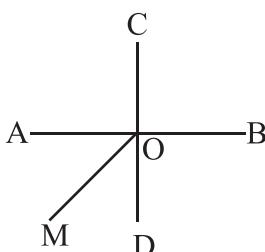
$\angle TOS = 20^\circ$

$\angle ROQ = 60^\circ$

$\angle POT = \square$

$\angle ROP = \square$

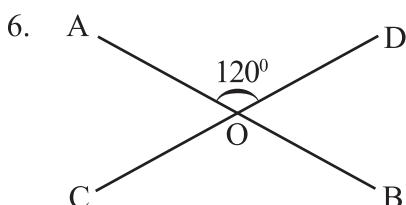
$\angle QOS = \square$

3. তীর্থ PQ ও XY দুটি সরলরেখা আঁকল যারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। আমি চাঁদার সাহায্যে বিপ্রতীপ কোণগুলি মেপে দেখি।

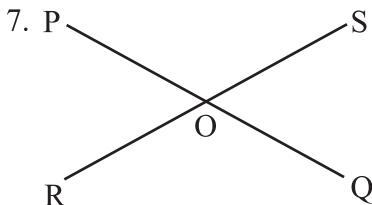
4. পাশের ছবি দেখি ও নীচের প্রশ্নের উত্তর খোঁজার চেষ্টা করি:

(i) দুটি কোণের নাম লিখি যারা পরস্পর পূরক কোণ।

(ii) দুটি কোণের নাম লিখি যারা পরস্পর সম্পূরক কোণ।

(iii) দুটি কোণের নাম লিখি যারা পরস্পর বিপ্রতীপ কোণ।

5. দুটি সরলরেখা কোনো বিন্দুতে ছেদ করলে বিপ্রতীপকোণগুলির পরিমাপ সমান হবে — যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি।

6.

$\angle BOD$, $\angle BOC$ এবং $\angle AOC$ এর পরিমাপ লিখি।

7.

$\angle POR$ ও $\angle QOS$ -এর সমষ্টি 110°; $\angle POS$, $\angle QOS$, $\angle QOR$ ও $\angle POR$ -এর পরিমাপ লিখি।

8. OP, OQ, OR এবং OS সমবিন্দু। OP এবং OR একই সরলরেখায় অবস্থিত। P ও R বিন্দু O বিন্দুর বিপরীত পাশে অবস্থিত। $\angle POQ = \angle ROS$ এবং $\angle POS = \angle QOR$ । যদি $\angle POQ = 50^\circ$ হয় তবে $\angle QOR$, $\angle ROS$ এবং $\angle POS$ এর পরিমাপ লিখি।

9. চারটি রশ্মি একটি বিন্দুতে এমনভাবে মিলিত হয় যে বিপরীত দিকের কোণগুলি সমান। প্রমাণ করি যে ওই চারটি রশ্মি দ্বারা দুটি সরলরেখা তৈরি হয়।

10. একটি কোণের অন্তঃসমদ্বিখণ্ডক ও বহিঃসমদ্বিখণ্ডক পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত—প্রমাণ করি।

11. দুটি সরলরেখা পরস্পর ছেদ করলে যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি চার সমকোণ —প্রমাণ করি।

12. PQR ত্রিভুজের $\angle PQR = \angle PRQ$; QR বাহুকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে যে দুটি বহিঃকোণ উৎপন্ন হয় তাদের মান সমান—প্রমাণ করি।

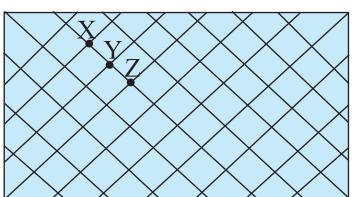
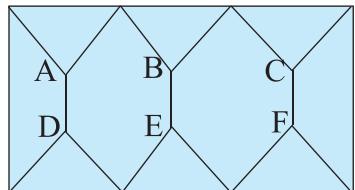
13. দুটি সরলরেখা পরস্পরকে একটি বিন্দুতে ছেদ করায় যে চারটি কোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমদ্বিখণ্ডকগুলি পরস্পর দুটি লম্ব সরলরেখা — প্রমাণ করি।

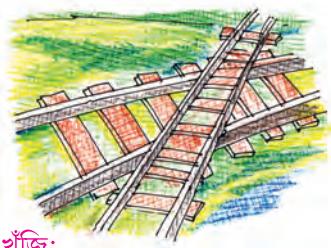
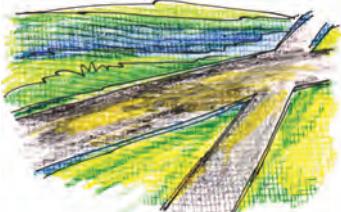
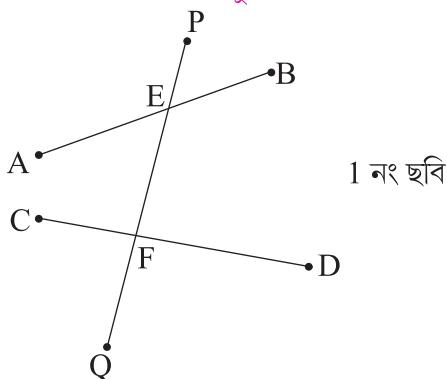
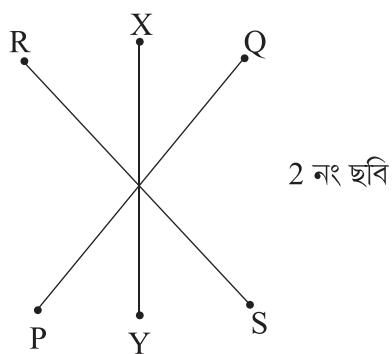
8. সমান্তরাল সরলরেখা ও ছেদকের ধর্ম

আজ মাধুরীদের বাড়ির বারান্দায় বসে আমরা যেমন খুশি আঁকছি। পল্লব মাধুরীদের বাড়ির বারান্দার গ্রিলের ডিজাইনটা আঁকছে। আয়েষা পল্লবের আঁকা ছবির মধ্যে ছেদবিন্দুগুলি গোল দাগ দিয়ে নাম দিচ্ছে। সে দিল —

তিন্নি তাদের রান্নাঘরের বাইরে দেওয়া তারের জালির ডিজাইন আঁকল।

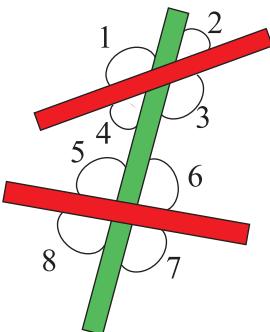
সেখানে ছেদবিন্দুগুলি খোঁজার চেষ্টা করি।

দেখছি, পল্লবের ছবির A, B ও C ছেদবিন্দুগুলি ও তুহিনের ছবির X, Y ও Z ছেদবিন্দুগুলি আলাদা ভাবে পাচ্ছি। X, Y ও Z ছেদবিন্দুগুলি সমরেখ অর্থাৎ একটি সরলরেখাংশ দুই বা ততোধিক সরলরেখাংশকে একাধিক আলাদা আলাদা বিন্দুতে ছেদ করেছে। এই রকম সরলরেখাংশকে কী বলব?

এই রকম সরলরেখাংশকে ছেদক বা ভেদক বলা হয়। অর্থাৎ যদি একটি সরলরেখা দুই বা ততোধিক সরলরেখাকে একাধিক আলাদা বিন্দুতে ছেদ করে, তখন ওই সরলরেখাকে **ছেদক বা ভেদক** বলে।

আমাদের পাড়ার রাস্তার বা রেললাইনে ভেদক দেখি।

নীচের ছবির সরলরেখাংশগুলি দেখি ও তাদের মধ্যে কোনটি ছেদক খুঁজি:

1 নং ছবি

2 নং ছবি

(1) নং ছবির ছেদক ☐ [AB/PQ] কিন্তু (2) নং ছবির কোনো ছেদক নেই।

আমার বোন সহেলী অনেকগুলি সরু সরু পিচবোর্ডে পিন দিয়ে আটকে নীচের ছবির মতো ছেদক তৈরি করল—

তার ফলে অনেকগুলি কোণ তৈরি হয়েছে। সে কতকগুলি কোণের নাম দিল। আমি ছবির কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি—

$\angle 1 = \angle 3$ আবার $\angle 2 = \angle 4$; এরা ☐ কোণ।

আবার, $\angle 5 =$ বিপ্রতীপ ☐ এবং $\angle 6 =$ বিপ্রতীপ ☐

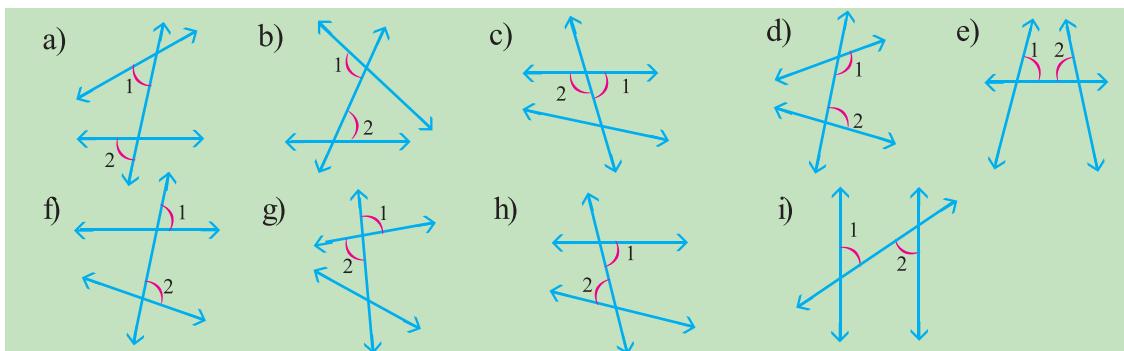
ছবিতে ভেদকের অর্থাৎ সবুজ রঙের পিচবোর্ডের এবং লাল পিচবোর্ডের মাঝের বা ভিতরের কোণগুলি অর্থাৎ $\angle 4$, $\angle 3$, $\angle 6$ ও $\angle 5$ -কে কী বলা হয়?

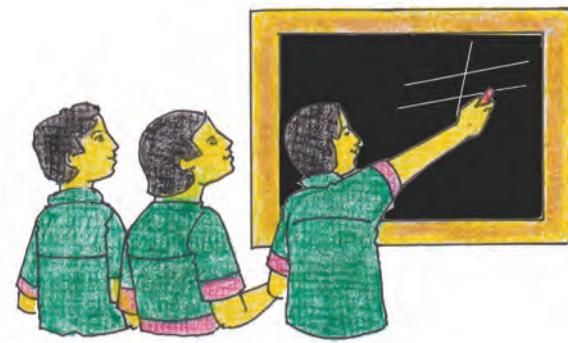
$\angle 4$, $\angle 3$, $\angle 6$ ও $\angle 5$-কোণগুলি অন্তঃস্থ কোণ এবং বাহিরের দিকের $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ ও $\angle 8$ কোণগুলি বহিঃস্থ কোণ।

অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ কোণগুলির মধ্যে ভেদকের একই দিকের কোণগুলি ও ভেদকের বিপরীত দিকের কোণগুলির কি বিশেষ কোনো সম্পর্ক বা নাম আছে?

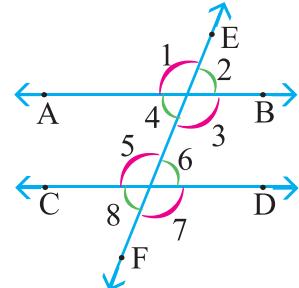
এইভাবে পাওয়া ৪ টি কোণের আলাদা আলাদা বিশেষ নাম নীচের ছকে লিখলাম —

কোণের নাম	ছবির কোণগুলি
অন্তঃস্থ কোণ	$\angle 4$, $\angle 3$, ☐, ☐
বহিঃস্থ কোণ	$\angle 1$, $\angle 2$, ☐, ☐
চার জোড়া অনুরূপ কোণ	$\angle 1$ ও $\angle 5$, $\angle 2$ ও $\angle 6$, $\angle 4$ ও $\angle 8$, $\angle 3$ ও $\angle 7$
দু-জোড়া একান্তর কোণ	$\angle 4$ ও $\angle 6$, $\angle 3$ ও $\angle 5$
ভেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণগুলি	$\angle 3$ ও $\angle 6$, $\angle 4$ ও $\angle 5$

সহেলীর মতো পল্লব ও মাধুরী অনেকগুলি কোণ আঁকল ও কোণগুলি চিহ্নিত করল। আমি কোনটি কী কোণ বলার চেষ্টা করি—

(a) $\angle 1$ ও $\angle 2$ অনুরূপ কোণ

[বাকি কোণজোড়াগুলির নাম নিজে লিখি]

আজ আমরা ঠিক করেছি আমাদের কয়েকজন বন্ধু ক্লাসের ব্ল্যাকবোর্ডে কতকগুলি সমান্তরাল সরলরেখা ও তাদের ছেদক আঁকব। আর কিছু বন্ধু চাঁদার সাহায্যে কোণগুলি মাপবে ও তাদের মধ্যে কোনো সম্পর্ক আছে কিনা খুঁজবে।

মীরা স্কেলের সাহায্যে দুটি সমান্তরাল সরলরেখা AB ও CD আঁকল। রানা সেখানে একটি ভেদক EF টানল। এর ফলে যে কোণগুলি তৈরি হয়েছে তার মধ্যে 8 টি কোণ $\angle 1, \angle 2, ..., \angle 8$ লিখে চিহ্নিত করল।

আমি বোর্ডের ছবির অনুরূপ কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মাপি ও লিখি।

4 জোড়া অনুরূপ কোণগুলি হলো ($\angle 1$ ও $\angle 5$), ($\angle 2$ ও ☐), ($\angle 4$ ও $\angle 8$) ও ($\angle 3$ ও ☐)

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, $\angle 1$ = ☐ ও $\angle 5$ = ☐

[নিজে সমান্তরাল সরলরেখা ও তাদের ছেদক আঁকি এবং অনুরূপ কোণগুলি মাপি ও লিখি]

$\therefore \quad \angle 1 = \angle 5$

আবার, $\angle 2$ = ☐ ও $\angle 6$ = ☐ [নিজে কোণগুলি মাপি ও লিখি]

$\therefore \quad \angle 2 = \angle 6$

একইভাবে অন্য অনুরূপ কোণগুলি মেপে দেখছি,

মীরার আঁকা সমান্তরাল সরলরেখা দুটিকে একটি ভেদক ছেদ করায় ভেদকের একই দিকে 2 জোড়া করে মোট 4 জোড়া অনুরূপ কোণ তৈরি হয়েছে এবং প্রতিজোড়া অনুরূপ কোণগুলির পরিমাপ সমান।

প্রীতম, সোনালি, সুমন্ত ও মেহের প্রত্যেকে তাদের খাতায় যেকোনো দুটি সমান্তরাল সরলরেখা ও একটি ভেদক আঁকল এবং চাঁদার সাহায্যে অনুরূপ কোণগুলি মেপে দেখল অনুরূপ কোণগুলি সমান।

[নিজে আঁকি ও যাচাই করি]

স্বতঃসিদ্ধ : **3** দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে একটি সরলরেখা ছেদ করলে প্রতিজোড়া অনুরূপ কোণগুলির পরিমাপ সমান হয়।

সিরাজ বোর্ডে আঁকা ছবির একান্তর কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মেপে তাদের মধ্যে কোনো সম্পর্ক আছে কিনা দেখবে।

বোর্ডের ছবির 2 জোড়া একান্তর কোণগুলি হলো ($\angle 4$ ও $\angle 6$), ($\angle 3$ ও ☐)

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, $\angle 4 =$ ☐ ও $\angle 6 =$ ☐

[নিজে সমান্তরাল সরলরেখা ও তাদের ভেদক আঁকি এবং একান্তর কোণগুলি মেপে লিখি]

$\therefore \quad \angle 4 = \angle 6$

আবার, $\angle 3 =$ ☐ ও $\angle 5 =$ ☐ $\quad \therefore \quad \angle 3$ ☐ $\angle 5$ (= / ≠ বসাই)

আমরা 4 বন্ধুরা প্রত্যেকে আমাদের খাতায় দুটি সমান্তরাল সরলরেখা ও তাদের ছেদক আঁকলাম। 2 জোড়া একান্তর কোণের নাম লিখে চাঁদার সাহায্যে তাদের মাপ লিখে দেখছি একান্তর কোণগুলির পরিমাপ সমান। [নিজে আঁকি ও যাচাই করি]

পেলাম, দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে একটি সরলরেখা ছেদ করলে ভেদকের বিপরীতদিকে অন্তঃস্থ কোণগুলি 2 জোড়া একান্তর কোণ তৈরি করে, প্রতিজোড়া কোণের পরিমাপ ☐ (সমান/অসমান)।

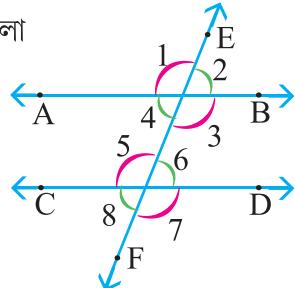
আমি বোর্ডে আঁকা ছবির অন্তঃস্থ বিপরীত কোণগুলির মাপ নেব ও তাদের মধ্যে কোনো সম্পর্ক আছে কিনা দেখব।

ছবির 2 জোড়া, ভেদকের একইপাশের অন্তঃস্থ কোণগুলি হলো

($\angle 3$ ও $\angle 6$) এবং ($\angle 4$ ও ☐)

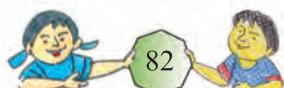
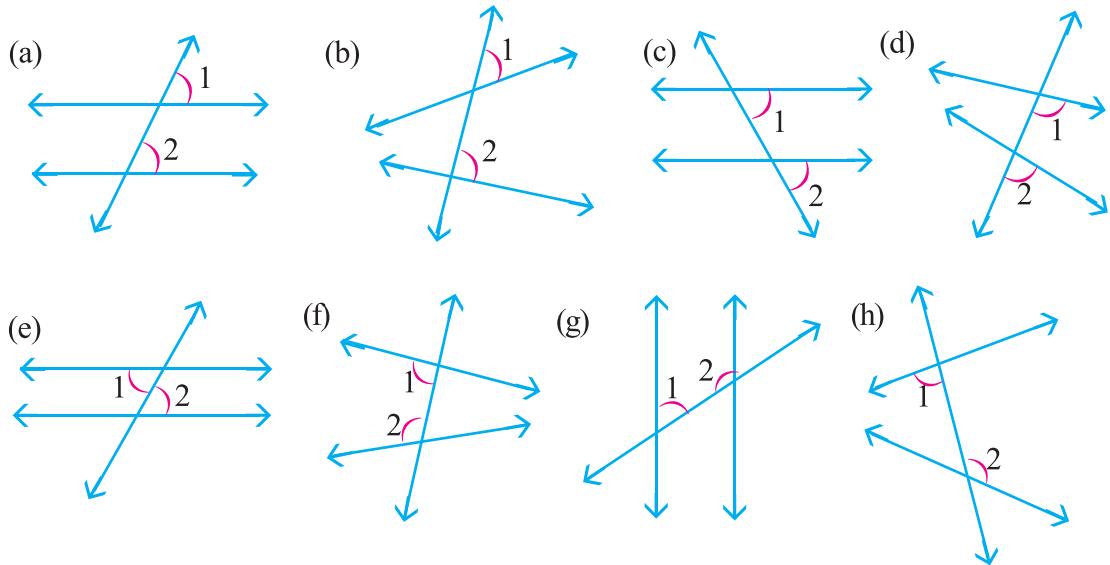
চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি,

$\angle 3 =$ ☐ ও $\angle 6 =$ ☐ এবং

$\angle 4 =$ ☐ ও $\angle 5 =$ ☐

[নিজে সমান্তরাল দুটি সরলরেখা ও একটি ভেদক আঁকি ও ভেদকের একই পাশে অন্তঃস্থ কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মাপি]

দেখছি, $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ এবং $\angle 4 + \angle 5 =$ ☐

আমরা খাতায় আরও চারটি একই ছবি আঁকি ও ভেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মেপে যোগ করে কী পাই লিখি। [নিজে করি]

পেলাম, দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে একটি সরলরেখা ছেদ করলে ভেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের পরিমাপের সমষ্টি ☐ সমকোণ হয়।

নীপা অনেকগুলি জোড়া জোড়া সমান্তরাল ও অসমান্তরাল সরলরেখা আঁকল। আমি তাদের একটি করে ছেদক আঁকলাম। এরফলে অনুরূপ কোণ, একান্তর কোণ ও ভেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণগুলি তৈরি হলো।

রমিতা উপরের কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মেপে পেল,

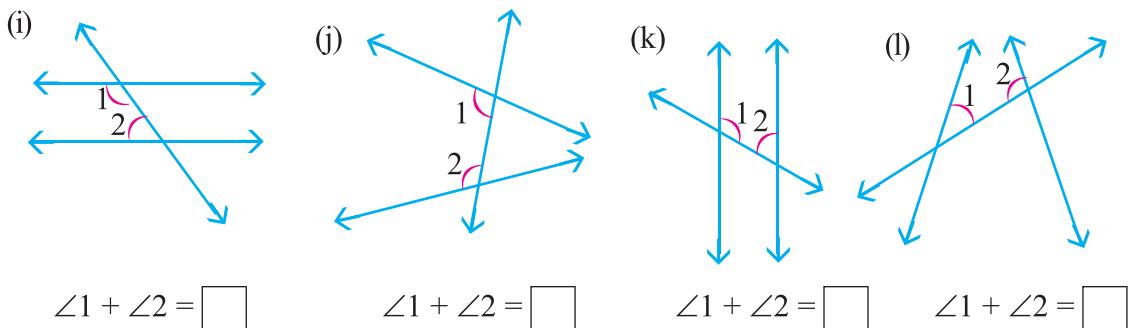
(a) $\angle 1 = \angle 2$ (b) $\angle 1 \neq \angle 2$ (c) $\angle 1$ ☐ $\angle 2$ $(= / \neq)$

(d) $\angle 1$ ☐ $\angle 2$ $(= / \neq)$ (e) $\angle 1$ ☐ $\angle 2$ $(= / \neq)$ (f) $\angle 1 + \angle 2 =$ ☐ ডিগ্রি

(g) $\angle 1 + \angle 2 =$ ☐ ডিগ্রি (h) $\angle 1 + \angle 2 =$ ☐ ডিগ্রি

আমি আরও কয়েকটি ছবি আঁকলাম। কী পেলাম দেখি।

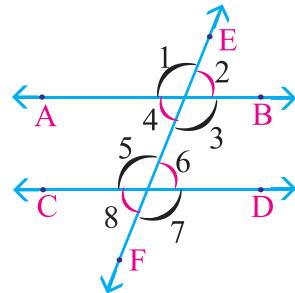
(k)

$\angle 1 + \angle 2 =$ ☐ $\angle 1 + \angle 2 =$ ☐ $\angle 1 + \angle 2 =$ ☐ $\angle 1 + \angle 2 =$ ☐

উপপাদ্য 2 দুটি সমান্তরাল সরলরেখাকে অপর একটি সরলরেখা ছেদ করলে একান্তর কোণগুলির পরিমাপ সমান হয় এবং ভেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদুটির পরিমাপের সমষ্টি 180° হয়। (এই উপপাদ্যটি স্বতঃসিদ্ধ 3-এর সাহায্যে প্রমাণ করতে পারি)।

হাতে কলমে

(1) একটি ড্রয়িং বোর্ডে একটি সাদা কাগজ আটকালাম।

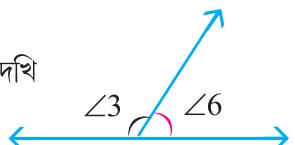
(2) স্কেলের সাহায্যে এই সাদা কাগজে দুটি সমান্তরাল সরলরেখা AB ও CD আঁকলাম।

(3) AB ও CD সমান্তরাল সরলরেখা দুটির একটি ভেদক EF টানলাম।

(4) যে কোণগুলি তৈরি হলো তাদের মধ্যে 8 টির নাম দিলাম ও কেটে নিলাম।

(5) এবার অনুরূপ কোণ $\angle 1$ ও $\angle 5$ নিয়ে একটির উপরে আর একটি বসিয়ে যাচাই করি। $\angle 1 = \angle 5$ হলো কিনা দেখি।

(6) এবার একান্তর কোণগুলিও কেটে নিয়ে একটির উপর আর একটি বসিয়ে $\angle 4 = \angle 6$ হলো কিনা যাচাই করি।

(7) ভেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ দুটি $\angle 3$ ও $\angle 6$ পাশাপাশি বসিয়ে দেখি $\angle 3 + \angle 6 = \square$ হলো কিনা।

$\angle 3$ $\angle 6$

এবার হাতে কলমে যা পেলাম নীচের ছকে লিখি।

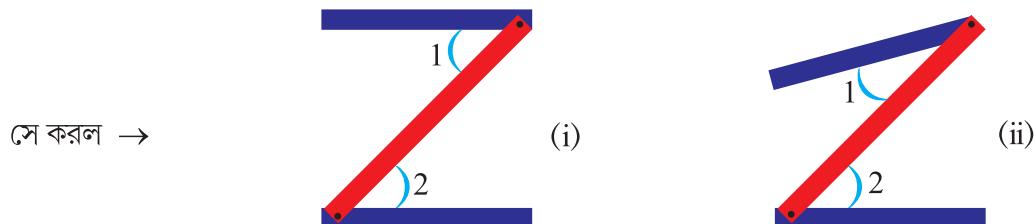
ক্রমিক নং	কোণ	কোণের ধরন	সমান/অসমান/সম্পূরক	সিদ্ধান্ত
1.	$\angle 1$ ও $\angle 5$ $\angle 4$ ও $\angle 8$ $\angle 2$ ও $\angle 6$ $\angle 3$ ও $\angle 7$	অনুরূপ কোণ	সমান	একজোড়া সমান্তরাল সরলরেখার ক্ষেত্রে অনুরূপ কোণগুলি সমান
2.	$\angle 4$ ও $\angle 6$ $\angle 3$ ও $\angle 5$			
3.	$\angle 3$ ও $\angle 6$ $\angle 4$ ও $\angle 5$		$\angle 3 + \angle 6 = \square$ $\angle 4 + \angle 5 = \square$	

আজ আমরা অন্যরকম পিচবোর্ডের খেলা খেলব। মেহের অনেকগুলি পিচবোর্ডের নানা রঙের ছোটো বড়ো সরু একইরকম চওড়া দণ্ড তৈরি করল।

আমার ভাই বিপুল এইরকম তিনটি রঙিন দণ্ড পিন দিয়ে আটকে নানান আকারের ইংরেজি অক্ষর 'Z' করার চেষ্টা করল।

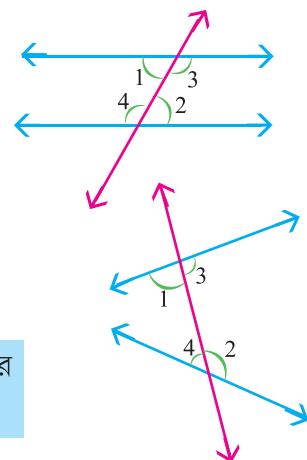
সে করল →

1 2 (i)

(ii)

আমি বিপুলের তৈরি (i) ও (ii) নং পিচবোর্ডের Z-এ যে একান্তর কোণদুটি তৈরি হলো মেপে দেখলাম, (i) নং ছবিতে, $\angle 1 = \angle 2$ কিন্তু (ii) নং ছবিতে, $\angle 1 \neq \angle 2$

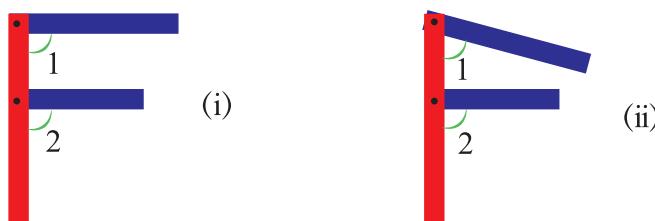
স্কেল বসিয়ে দেখছি (i) নং Z-এর নীল বাহুদুটি পরস্পর সমান্তরাল। কিন্তু (ii) নং Z-এর নীল বাহুদুটি পরস্পর সমান্তরাল নয়।

এবার আমি খাতায় দুটি সরলরেখা ও ছেদক বা ভেদক আঁকলাম। এবার একান্তর কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মাপলাম।

দেখছি, যখন একান্তর কোণগুলির পরিমাপ সমান তখন সরলরেখাগুলি ☐ [সমান্তরাল / সমান্তরাল নয়] [নিজে আঁকি ও যাচাই করে লিখি]

পেলাম, দুটি সরলরেখাকে একটি সরলরেখা ছেদ করলে যদি একান্তর কোণগুলির পরিমাপ সমান হয়, তবে ওই সরলরেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হয়।

আমিও মেহেরের তৈরি ছোটো বড়ো একই রকম চওড়া তিনটি পিচবোর্ড দিয়ে ইংরেজি 'F' তৈরির চেষ্টা করলাম।

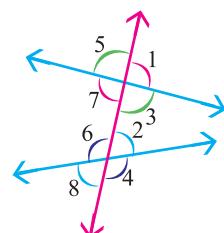
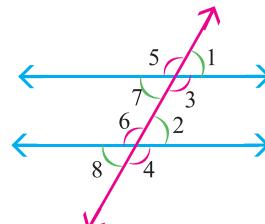
(i)

(ii)

চাঁদার সাহায্যে (i) নং ও (ii) নং -এর ‘F’ -এর অনুরূপ কোণগুলি মেপে দেখছি,
(i) নং -এর $\angle 1 = \angle 2$ কিন্তু (ii) নং -এর $\angle 1 \neq \angle 2$.

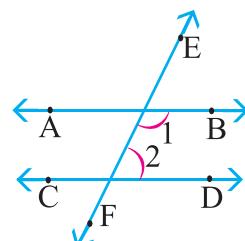
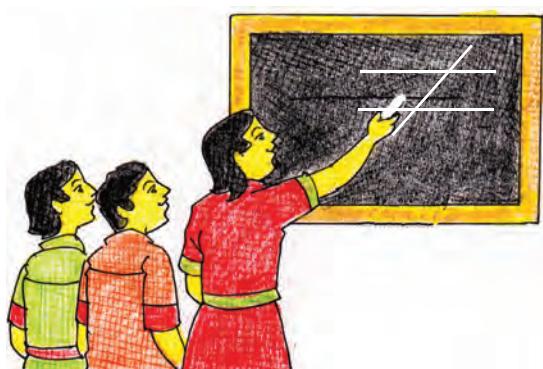
সুশোভন স্কেল বসিয়ে (i) নং ও (ii) নং -এর ‘F’ -এর নীল বাহুগুলি সমান্তরাল আছে কিনা দেখছে।

দেখছি (i) নং -এর ‘F’-এর নীল বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল। কিন্তু (ii) নং ‘F’-এর নীল বাহুগুলি পরস্পর সমান্তরাল নয়।

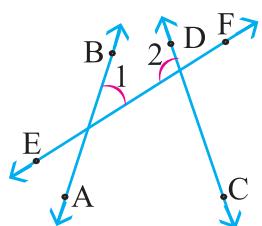
আমি খাতায় দুটি সরলরেখা ও একটি ভেদক আঁকলাম। অনুরূপ কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মাপলাম।

দেখলাম, যখন অনুরূপ কোণগুলির পরিমাপ সমান তখন সরলরেখা দুটি ☐ [সমান্তরাল / অসমান্তরাল] [নিজে আঁকি ও যাচাই করে লিখি]

: **4** দুটি সরলরেখাকে একটি সরলরেখা ছেদ করলে যদি একজোড়া অনুরূপ কোণের পরিমাপ সমান হয় তবে ওই সরলরেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হয়।

প্রিয়া ব্ল্যাকবোর্ডে কতকগুলি একজোড়া করে সরলরেখা ও তাদের একটি করে ছেদক আঁকল। এর ফলে অনেকগুলি অন্তঃস্থ কোণ তৈরি হয়েছে।

আমি চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখি ছেদকের একইপাশের অন্তঃস্থ কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক কিনা অর্থাৎ ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি 2 সমকোণ কিনা।

মেপে দেখছি $\angle 1 + \angle 2 =$ ☐

স্কেলে মেপে দেখছি, প্রথম ছবির AB ও CD পরস্পর ☐ [সমান্তরাল / সমান্তরাল নয়]।

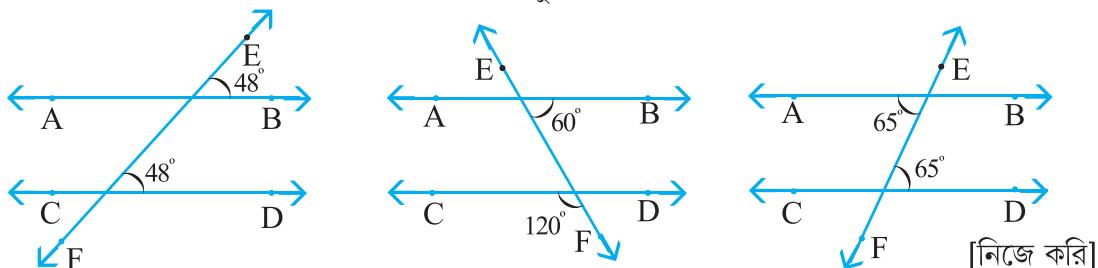
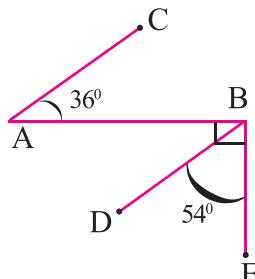
দ্বিতীয় ছবির AB ও CD পরস্পর ☐ [সমান্তরাল / সমান্তরাল নয়]।

মেপে দেখছি $\angle 1 + \angle 2 =$ ☐

পেলাম, দুটি সরলরেখা একটি সরলরেখাকে ছেদ করলে এবং ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদুটির সমষ্টি 2 সমকোণ হলে সরলরেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হয়।

উপপাদ্য 3 দুটি সরলরেখাকে একটি সরলরেখা ছেদ করলে যদি (i) একজোড়া একান্তর কোণের পরিমাপ সমান হয় (ii) ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদুটির পরিমাপের সমষ্টি 2 সমকোণের সমান হয় তাহলে এদের যেকোনো একটির [(i) বা (ii)] জন্য সরলরেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হয়।

(এই উপপাদ্যটি স্বতঃসিদ্ধ 4-এর সাহায্যে প্রমাণ করতে পারি)।

কোণের পরিমাপ দেখে AB ও CD সমান্তরাল কিনা যুক্তিসহ লিখি।

[নিজে করি]

প্রয়োগ : 1 চিত্রে BE সরলরেখাংশ AB সরলরেখাংশের উপর লম্ব। দেখাই যে, AC ও BD পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখাংশ।

প্রমাণ : $\angle ABE = 90^\circ$, $\angle DBE = 54^\circ$

$\therefore \quad \angle ABD = \angle ABE - \angle DBE$

$= 90^\circ - 54^\circ$

$= 36^\circ$

আবার, $\angle CAB = 36^\circ$

$\therefore \angle ABD = \angle CAB$; কিন্তু এরা একান্তর কোণ।

$\therefore$ AC ও BD পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখাংশ।

প্রয়োগ : 2 চিত্রে PQ || BC; x°, y° ও z° -এর মান লিখি।

প্রমাণ : PQ || BC এবং AB এদের একটি ছেদক।

$\therefore \angle PAB =$ একান্তর $\angle ABC$.

যেহেতু $\angle ABC = 80^\circ$, $\therefore \angle PAB = 80^\circ$;সুতরাং, $x^\circ = 80^\circ$

আবার PQ || BC এবং AC এদের অপর একটি ছেদক।

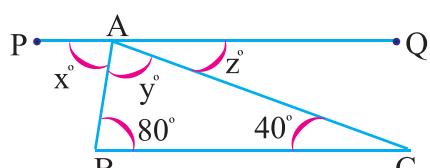
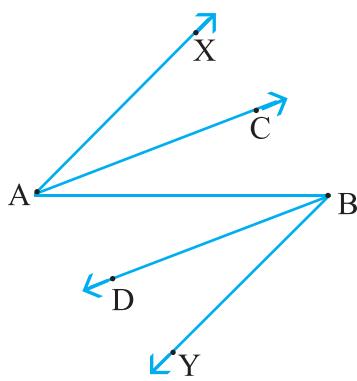
$\therefore \quad \angle QAC =$ একান্তর $\angle ACB$.

যেহেতু $\angle ACB = 40^\circ$, সুতরাং, $\angle QAC = 40^\circ$. $\therefore \; z^\circ = 40^\circ$

$\angle PAB + \angle BAC + \angle QAC = 180^\circ$

বা, $80^\circ + \angle BAC + 40^\circ = 180^\circ$

বা, $\angle BAC = 180^\circ - 120^\circ \therefore \; \angle BAC = 60^\circ \quad \therefore y^\circ = 60^\circ$

সুতরাং, $x^\circ = 80^\circ$, $y^\circ = 60^\circ$ এবং $z^\circ = 40^\circ$

প্রয়োগ : **3** AB সরলরেখাংশের A ও B বিন্দুতে AB সরলরেখাংশের বিপরীত পাশে ∠BAX ও ∠ABY দুটি সমান কোণ। প্রমাণ করি যে, ∠BAX এবং ∠ABY -এর সমদ্বিখণ্ডকদুটি পরস্পর সমান্তরাল।

প্রদত্ত : AB সরলরেখাংশের A ও B বিন্দুতে AB সরলরেখাংশের বিপরীত পাশে ∠BAX ও ∠ABY দুটি সমান কোণ।
অর্থাৎ ∠BAX = ∠ABY
AC ও BD যথাক্রমে ∠BAX ও ∠ABY -এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রামাণ্য : AC| | BD

প্রমাণ : ∠BAX = ∠ABY;

সুতরাং $\frac{1}{2}$∠ABX = $\frac{1}{2}$∠ABY;

∴ ∠BAC = ∠ABD ; কিন্তু এরা একান্তর কোণ ∴ AC| | BD

প্রয়োগ : **4** ABC ত্রিভুজের BA ও CA বাহুকে যথাক্রমে E এবং D বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করলাম যাতে DE ও BC পরস্পর সমান্তরাল হয়। প্রমাণ করি যে, ΔABC ও ΔADE সদৃশকোণী।

প্রদত্ত : ΔABC -এর BA এবং CA বাহুকে যথাক্রমে E ও D বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হয়েছে যাতে DE| | BC হয়।

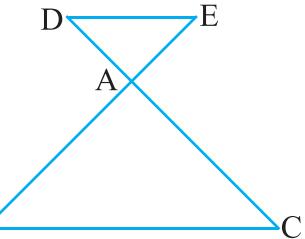
প্রামাণ্য : ΔABC ও ΔADE সদৃশকোণী।

প্রমাণ : ΔADE ও ΔABC -তে

∠AED = একান্তর ∠ABC (∵ DE| | BC ; EB ছেদক)

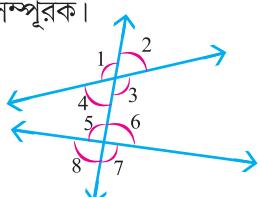
∠ADE = একান্তর ∠ACB (∵ DE| | BC ; DC ছেদক)

∠DAE = বিপ্রতীপ ∠BAC

∴ ΔABC ও ΔADE সদৃশকোণী।

একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ অপর একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপের সঙ্গে সমান হলে ত্রিভুজদ্বয়কে সদৃশকোণী বলা হয়।

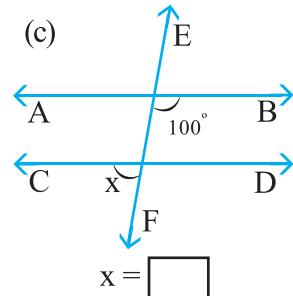
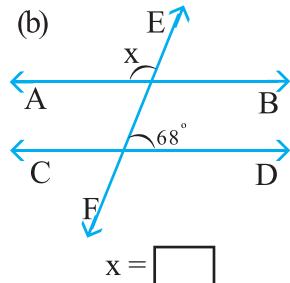
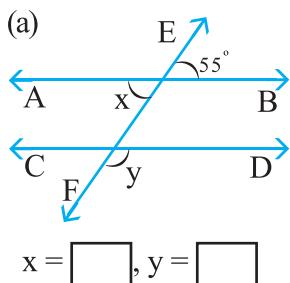
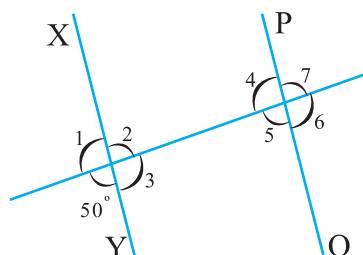
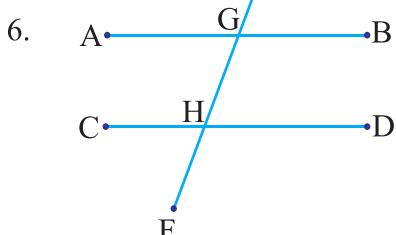
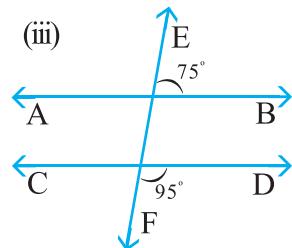
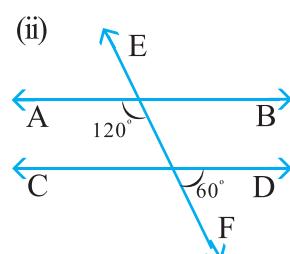
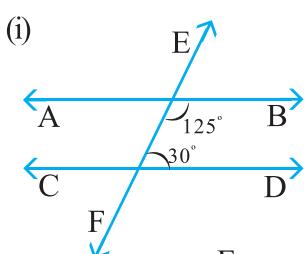
কষে দেখি — 8

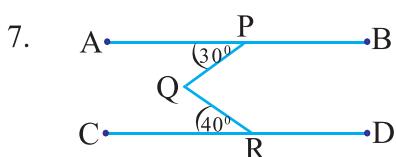
1. চন্দ্রা লাইন টানা খাতার পাতা নিল। দুটি লাইনের মাঝে একটি ছেদক টানল। এর ফলে 4 জোড়া অনুরূপ কোণ, 2 জোড়া একান্তর কোণ ও 2 জোড়া একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ তৈরি হলো। তাদের খুঁজে নাম দিই ও লিখি। চাঁদার সাহায্যে মেপে যাচাই করি যে (i) অনুরূপ কোণগুলি পরস্পর সমান, (ii) একান্তর কোণগুলি পরস্পর সমান ও (iii) একই পাশের অন্তঃস্থ কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক।

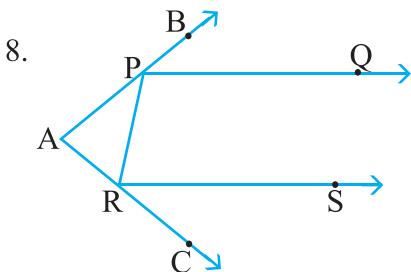
2. পাশের ছবির কোণগুলি দেখি ও কোনগুলি অনুরূপ কোণ, কোনগুলি একান্তর কোণ ও কোনগুলি একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ লিখি।

3. A B||CD হলে নীচের কোণগুলির মান লিখি—

x = ☐, y = ☐

x = ☐

x = ☐

4. পাশের ছবির XY|| PQ হলে 7 টি কোণের মান লিখি।

5. নীচের AB ও CD সরলরেখা দুটি সমান্তরাল কিনা কোণের মান দেখে যুক্তি দিয়ে লিখি—

6. চিত্রে AB||CD এবং $\angle EGB = 50^\circ$; $\angle AGE$, $\angle AGH$, $\angle BGH$, $\angle GHC$, $\angle GHD$, $\angle CHF$ এবং $\angle DHF$ -এর পরিমাপ লিখি।

7.

চিত্রে AB||CD; $\angle PQR$ -এর পরিমাপ লিখি।

8.

চিত্রে $PQ || RS$, $\angle BPQ = 40^\circ$, $\angle BPR = 155^\circ$ এবং $\angle CRS = 70^\circ$; ΔAPR-এর কোণগুলির পরিমাপ লিখি।

9. AB এবং CD দুটি সমান্তরাল সরলরেখার ভিতর O যেকোনো একটি বিন্দু। OP ও OQ যথাক্রমে AB CD সরলরেখার উপর লম্ব। প্রমাণ করি যে P, O, Q বিন্দু তিনটি সমরেখ।

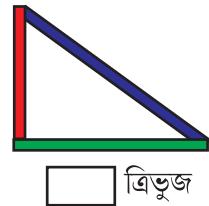
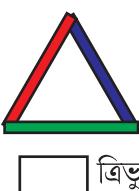
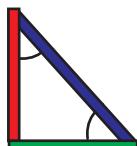
10. দুটি কোণের প্রতিজোড়া বাহু পরস্পর সমান্তরাল। প্রমাণ করি যে, কোণদুটি সমান অথবা পরস্পর সম্পূরক।

11. ABCD সামান্তরিকের AC কর্ণ $\angle BAD$ -কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। প্রমাণ করি যে AC কর্ণ $\angle BCD$ -কেও সমদ্বিখণ্ডিত করে।

12. প্রমাণ করি যে, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে, প্রতিটি কোণই সমকোণ।

9. ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের বিপরীত কোণের সম্পর্ক

সাবিনা অনেকগুলি সরু সরু রঙিন একই রকম চওড়া পিচবোর্ড তৈরি করেছে। সে তিনটি পিচবোর্ডের শেষ প্রান্তগুলি পিন দিয়ে আটকে একটি সীমাবদ্ধ চিত্র তৈরির চেষ্টা করছে।

সে করল —

আমি সাবিনার তৈরি পিচবোর্ডগুলি দিয়ে নানান আকারের ছোটো বড়ো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ তৈরি করি।

আমার বোন চাঁদার সাহায্যে এই সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কোণগুলি মাপল।

দেখছি, প্রতিটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ ☐ [সমান/অসমান] [নিজে চাঁদার সাহায্যে মেপে লিখি]

তৃষা সাদা কাগজে উপরের মতো বিভিন্ন মাপের সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকল ও কেটে নিল। এবার এই ত্রিভুজের সমান মাপের বাহুদুটির একটি বাহুর সাথে অন্যবাহু মিলিয়ে কি পেল দেখি।

দেখছি, সমান মাপের বাহুর বিপরীত কোণদুটির একটি অপরটির সঙ্গে সম্পূর্ণভাবে মিলে যাচ্ছে। (নিজে করি)

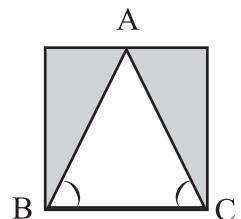
হাতেকলমে

(1) একটি কাঠের বোর্ডে মোটা সাদা কাগজ আটকালাম।

(2) ওই সাদা মোটা কাগজে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকলাম ও নাম দিলাম ABC যার AB = AC

(3) ট্রেসিং পেপার $\triangle$ ABC-এর উপর বসিয়ে এঁকে নিলাম।

(4) ট্রেসিং পেপারের ত্রিভুজ ABC কেটে নিলাম।

(5) ভাঁজ করে B বিন্দুর সাথে C বিন্দু মিলিয়ে দেখছি $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ কোণদুটি পরস্পরের সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে গেছে।

এইভাবে পেলাম $\angle ABC = \angle ACB$ বা ত্রিভুজের সমান দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ পরস্পর সমান।

হাতেকলমে পেলাম, একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু সমান দৈর্ঘ্যের হলে তাদের বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ সমান হবে।

এবার আমরা ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্তগুলি আরেকবার স্মরণ মনে মনে ভাবি —

স্বতঃসিদ্ধ : 5 দুটি ত্রিভুজের মধ্যে একটির দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাপ অপর ত্রিভুজটির দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাপের সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হয় (SAS)।

উপপাদ্য 4 এবার আমরা যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করার চেষ্টা করি— কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হলে তাদের বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ সমান হবে।

প্রদত্ত (দেওয়া আছে) : ABC একটি ত্রিভুজ যার $AB = AC$

প্রামাণ্য (কী প্রমাণ করব) : $\triangle ABC$-এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু AB ও AC-এর বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ সমান অর্থাৎ $\angle ABC = \angle ACB$

অঙ্কন : $\triangle ABC$-এর $\angle BAC$-এর সমদ্বিখণ্ডক AD অঙ্কন করলাম যা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ : $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ -এর মধ্যে, $AB = AC$ (প্রদত্ত)

$\angle BAD = \angle CAD$ [$\because$ AD, $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

AD ত্রিভুজ দুটির সাধারণ বাহু।

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু বা S-A-S সর্বসমতার শর্তানুসারে — স্বতঃসিদ্ধ 5]

$\therefore \angle ABD = \angle ACD$ [সর্বসম ত্রিভুজদের অনুরূপ কোণ]

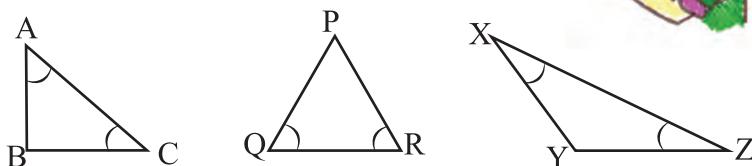
সুতরাং $\angle ABC = \angle ACB$ (প্রমাণিত)

তপন MAT একটি ত্রিভুজ আঁকল যার MA=MT; আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে $\triangle MAT$-এর $\angle MAT = \angle MTA$ **[নিজে করি]**

এবার আমরা এমন ত্রিভুজ আঁকব যার দুটি কোণের পরিমাপ সমান। এদের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য স্কেল দিয়ে মেপে দেখি।

স্কেল দিয়ে মেপে দেখছি, $\triangle ABC$ -এর AB = ☐, BC = ☐ ও CA = ☐

$\triangle PQR$ -এর PQ = ☐, QR = ☐ ও RS = ☐

$\triangle XYZ$ -এর XY = ☐, YZ = ☐ ও ZX = ☐

দেখছি, প্রতিটি ত্রিভুজের সমান পরিমাপের কোণের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য ☐ [সমান / অসমান]

উপপাদ্য **5** যুক্তি দিয়ে স্বতঃসিদ্ধ 5 -এর সাহায্যে প্রমাণ করতে পারি — (i) দুটি ত্রিভুজের একটির দুটি কোণের পরিমাপ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপর ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাপ ও অনুরূপ বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে [AAS]। (ii) দুটি ত্রিভুজের একটির তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপরটির তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে [SSS]। (iii) দুটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির অতিভুজ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপরটির অতিভুজ ও অনুরূপ বাহুটির দৈর্ঘ্য সমান হলে সমকোণী ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে [RHS]।

হাতেকলমে

(1) প্রমাণ সাইজের একটি বোর্ডে একটি সাদা মোটা কাগজ আটকালাম।

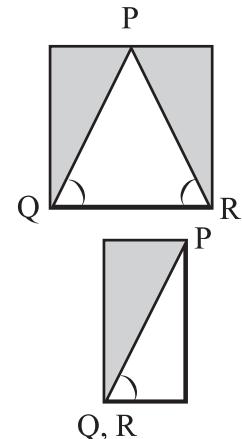
(2) এই সাদা কাগজে $\triangle$ PQR আঁকলাম যার $\angle PQR = \angle PRQ$

(3) একটি ট্রেসিং পেপার $\triangle$ PQR-এর উপর বসিয়ে আর একটি $\triangle$PQR আঁকলাম

(4) ট্রেসিং পেপারে আঁকা $\triangle$ PQR কেটে নিলাম

(5) কেটে নেওয়া $\triangle$ PQR শীর্ষবিন্দু P দিয়ে এমনভাবে দু-ভাঁজ করলাম যাতে $\angle PQR$, $\angle PRQ$ -এর সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যায়।

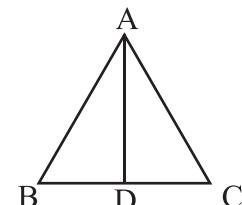
দেখছি, $\triangle$ PQR -এর PQ বাহু PR বাহুর সাথেও সম্পূর্ণ মিলে গেছে।

$\therefore$ হাতেকলমে দেখছি, PQ = PR

$\therefore$ হাতেকলমে পেলাম, একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের মান সমান হলে তাদের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান হয়।

উপপাদ্য **6** যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাপ সমান হলে তাদের বিপরীত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য সমান হবে।

প্রদত্ত : ABC ত্রিভুজের $\angle ABC = \angle ACB$

প্রামাণ্য : $\triangle$ABC -এর সমান পরিমাপের দুটি কোণ $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ -এর বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য সমান অর্থাৎ AB = AC

অঙ্কন : $\angle BAC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক AD অঙ্কন করলাম যা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ : $\triangle$ABD ও $\triangle$ACD -এর মধ্যে,

$\angle BAD = \angle CAD$ [কারণ AD, $\angle BAC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক]

AD ত্রিভুজ দুটির সাধারণ বাহু

$\angle ABD = \angle ACD$ (প্রদত্ত)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ [ত্রিভুজের কোণ-কোণ-বাহু (A-A-S) সর্বসমতার শর্তানুসারে]

$\therefore$ AB = AC [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু] প্রমাণিত।

সীমা একটি ত্রিভুজ CAT আঁকল যার $\angle CAT = \angle CTA$; আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে $\triangle$ CAT-এর CA = CT

প্রয়োগ : **1** চিত্রে $AB = AC$ এবং $\angle BAC = 80^o$; $\angle ABC$ ও $\angle ACB$-এর পরিমাপ কত লিখি।

প্রমাণ : $\angle BAC = 80^o$ এবং $AB = AC$

সুতরাং $\angle ABC = \angle ACB$

$\triangle ABC$ তে $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^o$

বা $\angle ABC + \angle ABC + 80^o = 180^o$ $(\because \angle ACB = \angle ABC)$

বা $2\angle ABC = 180^o - 80^o$

বা $2\angle ABC = 100^o$ $\therefore \angle ABC = 50^o$

$\angle ABC = \angle ACB$ $\therefore \angle ACB = 50^o$

প্রয়োগ - **2** চিত্রে $AB = AC$ এবং $\angle ACE = 115^o$, $\triangle ABC$ -এর কোণগুলির পরিমাপ লিখি।

প্রমাণ : $\angle ACB + \angle ACE = 180^o$

$\angle ACB = 180^o - \angle ACE$

$= 180^o - 115^o$

$= 65^o$

$\angle ABC = \angle ACB \therefore \angle ABC = 65^o$

বা $65^o + 65^o + \angle BAC = 180^o$

বা $\angle BAC = 180^o - 130^o$ $\therefore \angle BAC = 50^o$

সুতরাং $\angle ABC = \angle ACB = 65^o$ এবং $\angle BAC = 50^o$

প্রয়োগ - **3** একটি স্থূলকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণের পরিমাপ স্থূলকোণের পরিমাপের $\frac{1}{3}$ অংশ; ত্রিভুজটির প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ লিখি।

প্রমাণ: $\triangle ABC$ এর $AB = CB$; $\therefore \angle BAC = \angle ACB$

ধরি, $\angle ACB = x^o$

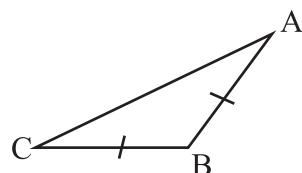
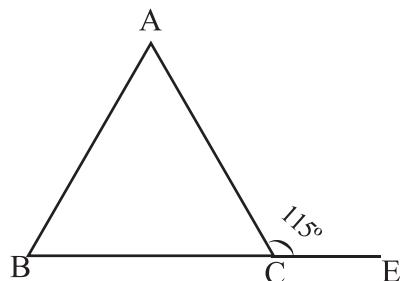
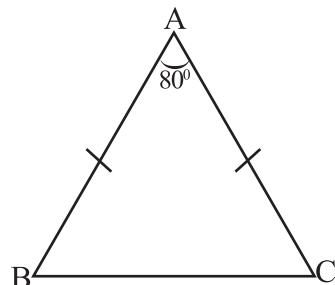
সুতরাং $\angle BAC = x^o$ এবং $\angle ABC = 3x^o$

$\triangle ABC$ তে $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^o$

বা $3x^o + x^o + x^o = 180^o$

বা $5x^o = 180^o$ $\therefore$ $x^o = 36^o$

$\therefore$ $3x^o = 3 \times 36^o = 108^o$

সুতরাং $\angle ABC = 108^o$, $\angle BAC = 36^o$, $\angle ACB = 36^o$

প্রয়োগ : 4 প্রমাণ করি, একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষকোণের সমদ্বিখণ্ডক ভূমিকে লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রদত্ত : $\triangle ABC$ -এর $AB = AC$ এবং $\angle BAC$-এর সমদ্বিখন্ডক AD ভূমি BC -কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রামাণ্য : $BD = CD$ এবং $\angle ADB = \angle ADC = 90^o$

প্রমাণ : $\triangle ABC$ -এর $AB = AC$;

$\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ -এর মধ্যে $AB = AC$ (প্রদত্ত)

$\angle BAD = \angle CAD$ (AD; $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক)

AD সাধারণ বাহু

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ [বাহু-কোণ-বাহু সর্বসমতার শর্তানুসারে]

সুতরাং $BD = CD$ (অনুরূপ অংশ)

$\angle ADB = \angle ADC$ (অনুরূপ অংশ)

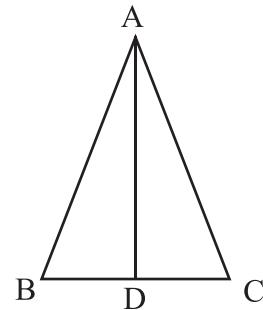
$\angle ADB + \angle ADC = 180^o$

বা, $\angle ADB + \angle ADB = 180^o$ $(\because \angle ADB = \angle ADC)$

বা, $2\angle ADB = 180^o$

$\therefore \angle ADB = 90^o$

সুতরাং $\angle ADC = 90^o$

$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষকোণের সমদ্বিখণ্ডক ভূমিকে লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রয়োগ : 5 ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle BAC = 90^o$ এবং D, BC অতিভুজের উপর এমন একটি বিন্দু যে $BD = AD$; প্রমাণ করি যে D, BC বাহুর মধ্যবিন্দু।

প্রদত্ত : $\triangle ABC$ -এর $\angle BAC = 90^o$ এবং D, BC বাহুর উপর এমন একটি বিন্দু যে $AD = BD$

প্রামাণ্য : D, BC বাহুর মধ্যবিন্দু। অর্থাৎ $DB = CD$

প্রমাণ : $\triangle ABC$ -এর $AD = BD$ $\therefore \angle DAB = \angle ABD$

$\triangle ABC$ -এর $\angle BAC = 90^o$; সুতরাং $\angle DAC = \angle BAC - \angle DAB = 90^o - \angle DAB$

$\triangle ABC$ -এর $\angle BAC = 90^o$; সুতরাং $\angle ABC + \angle ACB = 90^o$

অর্থাৎ, $\angle ABD + \angle ACD = 90^o$

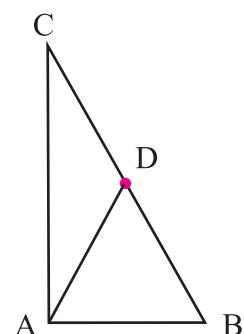
বা $\angle ACD = 90^o - \angle ABD$

$\therefore \angle ACD = 90^o - \angle DAB$ $(\because \angle ABD = \angle DAB)$

আবার, $\angle DAC = 90^o - \angle DAB$

$\therefore \angle ACD = \angle DAC$; সুতরাং, $AD = CD$

আবার, $AD = BD$ $\therefore$ $BD = CD$

সুতরাং, D, BC বাহুর মধ্যবিন্দু।

প্রয়োগ : 6 প্রমাণ করি যে, একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে ভূমির সমান্তরাল সরলরেখা শীর্ষকোণের বহিঃসমদ্বিখণ্ডক।

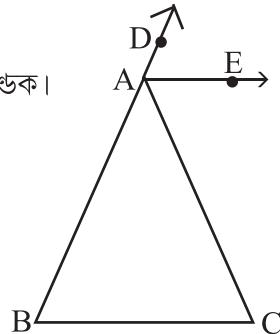
প্রদত্ত: $\triangle ABC$ -এর $AB = AC$ এবং $AE \parallel BC$

প্রামাণ্য: $\angle DAE = \angle CAE$ অর্থাৎ AE, শীর্ষকোণ $\angle BAC$ -এর বহিঃসমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ: $\triangle ABC$ -এর $AB = AC$ সুতরাং $\angle ABC = \angle ACB$

$AE \parallel BC$ এবং AC ছেদক। সুতরাং $\angle CAE$ = একান্তর $\angle ACB$

$AE \parallel BC$ এবং BD ছেদক। সুতরাং $\angle DAE$ = অনুরূপ $\angle ABC$

যেহেতু $\angle ABC = \angle ACB$, সুতরাং $\angle DAE = \angle CAE$ (প্রমাণিত)

প্রয়োগ : 7 দুটি সরলরেখাংশ AB এবং CD পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করে। প্রমাণ করতে হবে $\triangle AOD \cong \triangle BOC$.

প্রদত্ত : AB এবং CD দুটি সরলরেখাংশ পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

অর্থাৎ, $AO = BO$ এবং $CO = DO$

প্রামাণ্য : $\triangle AOD \cong \triangle BOC$.

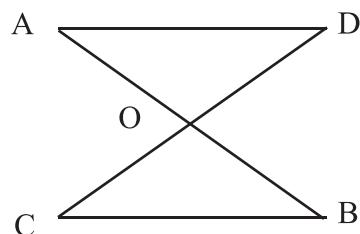
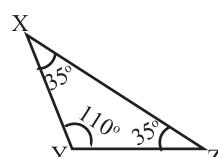
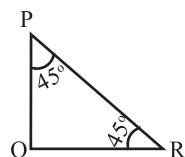
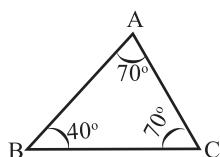
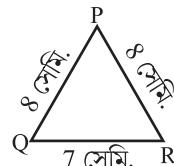
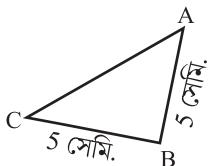
প্রমাণ : $\triangle AOD$ এবং $\triangle BOC$ -এর মধ্যে

$AO = BO$

$\angle AOD$ = বিপ্রতীপ $\angle BOC$

$DO = CO$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC$. (বাহু-কোণ-বাহু বা S-A-S অনুযায়ী)

কষে দেখি— 9

1. নীচের সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগুলি দেখি ও না মেপে প্রতিটি ত্রিভুজের কোন দুটি বাহু সমান হবে লিখি:

2. নীচের সমদ্বিবাহু ত্রিভুজগুলি দেখি ও না মেপে প্রতিটি ত্রিভুজের কোন কোণগুলি সমান হবে লিখি:

3. AB এবং CD সরলরেখাংশ দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করে। প্রমাণ করি যে AC ও BD সরলরেখাংশ দুটি পরস্পর সমান্তরাল। ACBD চতুর্ভুজটি কী ধরনের চতুর্ভুজ তা লিখি।

4. AB এবং CD দুটি সমান্তরাল সরলরেখার উপর E ও F দুটি বিন্দু। EF সরলরেখাংশের মধ্যবিন্দু O ; O বিন্দু দিয়ে যেকোনো সরলরেখাংশ টানা হলো যা AB ও CD সরলরেখাকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, PQ সরলরেখাংশ O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

5. প্রমাণ করি যে, একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে যে দুটি বহিঃকোণ উৎপন্ন হয় তাদের পরিমাপ সমান।

6. প্রমাণ করি যে, সমবাহু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটির দৈর্ঘ্য সমান।

7. ABCD ট্রাপিজিয়ামের $AD \parallel BC$ এবং $\angle ABC = \angle BCD$; প্রমাণ করি যে, ABCD একটি সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম।

8. ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB অতিভুজ। $\angle BAC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, $AC + CD = AB$

9. ABC এবং DBC দুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যাদের $AB = AC$ ও $DB = DC$ এবং তারা BC বাহুর বিপরীত পাশে অবস্থিত। প্রমাণ করি যে, AD, BC বাহুকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

10. দুটি সরলরেখাংশ PQ এবং RS পরস্পরকে X বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যাতে $XP = XR$ এবং $\angle PSX = \angle RQX$ হয়। প্রমাণ করি যে, $\triangle PXS \cong \triangle RQX$.

10. ত্রৈরাশিক

1 এখন আমাদের চাষের জমিতে 18 জন লোক চাষ করছেন। আগামী কাল থেকে আমাদের জমিতে 30 জন লোক চাষ করবেন। 18 জন লোক যদি 12 বিঘা জমি চাষ করেন তাহলে 30 জন লোক কত বিঘা জমি চাষ করতে পারবেন হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

লোকসংখ্যা (জন)	জমির পরিমাণ (বিঘা)
18	12
30	?

সম্পর্কটি হলো— লোকসংখ্যা বাড়লে চাষের জমির পরিমাণ বাড়বে এবং লোকসংখ্যা কমলে চাষের জমির পরিমাণ কমবে। সুতরাং লোকসংখ্যা ও জমির পরিমাণ সরল সমানুপাতী।

$\therefore$ 18:30::12:?

নির্ণেয় জমির পরিমাণ (?) = $\frac{\overset{4}{\cancel{12}} \times \overset{5}{\cancel{30}}}{\underset{2}{\cancel{18}}}$ বিঘা = 20 বিঘা

দ্বিতীয় রাশির অজানা মান = দ্বিতীয় রাশির জানা মান × $\frac{\text{প্রথম রাশির একটি মান}}{\text{প্রথম রাশির অপর মান}}$

দুটি সম্পর্কযুক্ত চলরাশির চারটি মানের মধ্যে তিনটির মান জানা থাকলে চতুর্থটির মান সহজেই নির্ণয় করা যায়।

2 আমার বন্ধু রাজিয়াদের বাড়িতে একটি অনুষ্ঠান হচ্ছে। তাই 7 দিন ধরে খাওয়াদাওয়ার ব্যবস্থা করা হয়েছে। 15 জনের 7 দিনের খাবারের ব্যবস্থা করা হয়েছে, কিন্তু 21 জন এসেছে। হিসাব করে দেখি ওই খাবারে 21 জনের মোট কত দিন চলবে।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

বন্ধুর সংখ্যা (জন)	সময় (দিন)
15	7
21	?

সম্পর্কটি হলো— বন্ধুর সংখ্যা বাড়লে নির্দিষ্ট পরিমাণ খাবারে কমদিন চলবে। সুতরাং লোকসংখ্যা ও দিনসংখ্যা ব্যস্ত সমানুপাতী।

তাই, 15:21 :: ?:7

বা, $\frac{15}{21} = \frac{?}{7}$ $\therefore$ সময় (?) = $\frac{\overset{5}{\cancel{15}} \times \cancel{7}}{\underset{3}{\cancel{21}}}$ দিন = 5 দিন

$\therefore$ ওই খাবারে 21 জনের মোট 5 দিন চলবে।

3 আমাদের পাড়ার ব্যানার্জি বুক স্টল থেকে আমি 1 ডজন খাতা 90 টাকায় কিনেছি। একইরকম 8 টি খাতার দাম কত হবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

খাতার সংখ্যা (টি)	খাতার দাম (টাকা)
1 ডজন = 12	90
8	?

সম্পর্কটি হলো— খাতার সংখ্যা বাড়লে দাম ☐ খাতার সংখ্যা কমলে দাম ☐ (বাড়বে / কমবে)। সুতরাং খাতার সংখ্যা ও খাতার দাম ☐ (সরল / ব্যস্ত) সমানুপাতী।

$\therefore$ 12:8::90:?

বা, খাতার দাম (?) = ☐ × $\frac{☐}{☐}$ টাকা $\therefore$ 8 টি খাতার দাম = ☐ টাকা।

পেলাম, ☐ রাশির ☐ মান = ☐ রাশির ☐ মান × $\frac{☐ \text{ রাশির } ☐ \text{ মান}}{☐ \text{ রাশির } ☐ \text{ মান}}$

4 7 টি লাঙল তৈরি করতে 1771 টাকা খরচ হলে 12 টি লাঙল তৈরি করতে কত টাকা খরচ হবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

বেশি সংখ্যক লাঙল তৈরি করতে ☐ (বেশি / কম) টাকা লাগবে।
লাঙলের সংখ্যা ও খরচের পরিমাণ ☐ (সরল / ব্যস্ত) সমানুপাতী। (নিজে করি)

5 যে পরিমাণ শস্যে 24 জন লোকের 20 দিন চলে, সেই পরিমাণ শস্যে 40 জন লোকের কতদিন চলবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

একই পরিমাণ শস্যে বেশি সংখ্যক লোকের ☐ (বেশি / কম) দিন চলবে।
তাই, লোকসংখ্যা ও দিনসংখ্যা ☐ (সরল / ব্যস্ত) সমানুপাতী। (নিজে করি)

কষে দেখি — 10.1

1. আজ আমার বাবা 390 টাকায় 15 কিগ্রা. চাল কিনে এনেছেন। যদি 17 কিগ্রা. একইরকম চাল কিনতেন তবে বাবা কতটাকা খরচ করতেন ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।
2. ভেঙ্কটমামা 20 মিটার ছিট কাপড়ে একই মাপের 4 টি জামা তৈরি করবেন। একইরকম 12 টি জামা তৈরি করতে হলে ভেঙ্কটমামাকে কত মিটার ছিট কাপড় কিনে দিতে হবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।
3. বকুলতলা গ্রামে একটি পুকুর কাটতে 30 জন লোকের 15 দিন সময় লেগেছে। যদি 25 জন লোক ওই পুকুর কাটত তবে কতদিনে কাজ শেষ করতে পারত ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।
4. কাকিমা ঘণ্টায় 40 কিমি. বেগে গাড়ি চালিয়ে 5 ঘণ্টায় মামার বাড়ি পৌঁছে গেলেন। তিনি যদি ঘণ্টায় 50 কিমি. বেগে গাড়ি চালাতেন তবে মামার বাড়ি পৌঁছোতে কত সময় লাগত ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।
5. মঙ্গলপুর গ্রামের একটি আশ্রয় শিবিরে 4000 জন লোকের 9 দিনের খাবার মজুত ছিল। 3 দিন পরে 1000 জন লোক অন্য জায়গায় চলে গেলেন। যারা রয়ে গেলেন অবশিষ্ট খাবারে তাদের আর কতদিন চলবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।
6. নসিবপুর গ্রামের একটি খামারের 42 জন সদস্য 24 দিনে খামারের সমস্ত জমি চাষ করতে পারেন। কিন্তু চাষের মরসুমে 6 জন সদস্য হঠাৎ অসুস্থ হয়ে পরেন। খামারের সমস্ত জমি চাষ করতে অবশিষ্ট জনের কতদিন সময় লাগবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।
7. একটি কারখানায় 1000টি যন্ত্রাংশ তৈরি করতে 16 টি মেসিনের 27 দিন সময় লাগে। যদি ওই কারখানায় আরও 2 টি মেসিন বসানো হয় তাহলে একই সংখ্যক যন্ত্রাংশ তৈরি করতে কতদিন সময় লাগবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে দেখি।
8. নীচের পারস্পরিক সম্পর্কগুলি দেখি, গণিতের গল্প তৈরি করি ও ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে উত্তর খুঁজি।

(a)

পেনের সংখ্যা (টি)	মোট পেনের দাম (টাকা)
25	112.5
12	?

(b)

গতিবেগ (কিমি./ঘণ্টা)	দূরত্ব (কিমি.)
9	112.5
12	?

(c)

পাম্প সংখ্যা (টি)	সেচের জমির পরিমাণ(বিঘা)
6	31.2
13	?

(d)

প্রতি ছাত্রের দৈনিক বরাদ্দ দানাশস্য (গ্রাম)	ছাত্রসংখ্যা (জন)
306	425
?	458

6 বাপনদের বাড়ির ও পাঁচিলের দেয়াল গাঁথতে হবে। তাই রাজমিস্ত্রি দেয়াল গাঁথার কাজ করছে। যদি 5 জন রাজমিস্ত্রি 4 দিনে 128 বর্গমিটার দেয়াল গাঁথতে পারেন, তবে 10 জন রাজমিস্ত্রি 320 বর্গমিটার দেয়াল গাঁথতে কত দিন সময় নেবেন ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

প্রথম ধাপ		দ্বিতীয় ধাপ	
রাজমিস্ত্রি (জন)	সময় (দিন)	দেয়াল গাঁথার পরিমাণ (বর্গমিটার)	সময় (দিন)
5	4	128	প্রথম ধাপের
10	?	320	?

এখানে তিনটি বিষয় আছে, (i) রাজমিস্ত্রির সংখ্যা, (ii) সময়, (iii) কাজের পরিমাণ।

প্রথমে দুটি ধাপে সম্পর্ক খুঁজি

প্রথম ধাপ— একই কাজ করতে রাজমিস্ত্রির সংখ্যা বাড়লে সময় [ ] (বেশি / কম) লাগবে। এবং রাজমিস্ত্রির সংখ্যা কমলে সময় [ ] (বেশি / কম) লাগবে। রাজমিস্ত্রির সংখ্যা এবং সময় [ ] (ব্যস্ত / সরল) সমানুপাতী।

$\therefore$?:4::5:10

নির্ণেয় সময় = $\cancel{4}^{2} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{10}_{\cancel{2}}}$ দিন = 2 দিন।

দ্বিতীয় ধাপ— রাজমিস্ত্রির সংখ্যা একই থাকলে বেশি পরিমাণ কাজ করার জন্য [ ] (বেশি / কম) সময় লাগবে এবং কাজের পরিমাণ কম হলে [ ] (বেশি / কম) সময় লাগবে। রাজমিস্ত্রির সংখ্যা ও কাজের পরিমাণ [ ] (সরল / ব্যস্ত) সমানুপাতী।

সুতরাং, ?:2::320:128

নির্ণেয় সময় = $\cancel{2} \times \frac{\cancel{320}^{5}}{\cancel{128}_{\cancel{64}}}$ দিন = 5 দিন।

তাই দুটি ধাপ একসাথে করলে পাই,

$\therefore$ নির্ণেয় সময় = $\cancel{4} \times \frac{5}{\cancel{10}} \times \frac{\cancel{320}}{\cancel{128}_{\cancel{32}}}$ দিন। = 5 দিন।

পেলাম, $\frac{\text{দ্বিতীয় সময় (?)}}{\text{প্রথম সময় (4)}} = \frac{\text{প্রথম রাজমিস্ত্রির সংখ্যা}}{\text{দ্বিতীয় রাজমিস্ত্রির সংখ্যা}} \times \frac{\text{দ্বিতীয় কাজের পরিমাণ}}{\text{প্রথম কাজের পরিমাণ}}$

(কাজের পরিমাণ একই হলে রাজমিস্ত্রির সংখ্যা সময়ের সাথে ব্যস্ত সমানুপাতী) (রাজমিস্ত্রির সংখ্যা একই থাকলে কাজের পরিমাণ সময়ের সাথে সরল সমানুপাতী)

ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে তিন বা ততোধিক রাশি থাকলে সমস্যা সমাধানের সময়

জ্ঞাতব্য বিষয়ের নির্ণেয় মান = জ্ঞাতব্য বিষয়ের জানা মান × $\frac{\text{প্রথম বিষয়ের একটি মান}}{\text{প্রথম বিষয়ের অপর মান}}$ × $\frac{\text{দ্বিতীয় বিষয়ের একটি মান}}{\text{দ্বিতীয় বিষয়ের অপর মান}}$ ×------ ইত্যাদি

7 রসিদপুরের মহেশ গোয়ালা তার 8টি গোরুকে 15দিন ধরে 4 কাহন খড় খাওয়ালেন। এই হিসাবে বর্ষার দিনে 10টি গোরুকে 72 দিন খাওয়াতে কত কাহন খড় মজুত রাখতে হবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

গোরুর সংখ্যা(টি)	সময় (দিন)	খড়ের পরিমাণ (কাহন)
8	15	4
10	72	?

বিষয়গুলির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি

প্রথম ধাপ— একই সময়ে গোরুর সংখ্যা বাড়লে খড়ের পরিমাণ ☐ (বাড়বে / কমবে) এবং গোরুর সংখ্যা কমলে খড়ের পরিমাণ ☐ (বাড়বে / কমবে)।

∴ গোরুর সংখ্যার সাথে খড়ের পরিমাণ সরল সম্পর্কে আছে।

দ্বিতীয় ধাপ— গোরুর সংখ্যা একই থাকলে সময় বাড়লে খড়ের পরিমাণ ☐ (বাড়বে / কমবে) এবং সময় কমলে খড়ের পরিমাণ ☐ (বাড়বে / কমবে)।

∴ সময়ের সাথে খড়ের পরিমাণ ☐ (ব্যস্ত / সরল) সম্পর্কে আছে।

নির্ণেয় খড়ের পরিমাণ = $\cancel{4} \times \frac{\cancel{10}^{\cancel{5}}}{\cancel{8}_{\cancel{2}}} \times \frac{\cancel{72}^{24}}{\cancel{15}_{\cancel{3}}}$ কাহন = 24 কাহন।

পেলাম, দ্বিতীয় খড়ের পরিমাণ = প্রথম খড়ের পরিমাণ × $\frac{\text{দ্বিতীয় সময়}}{\text{প্রথম সময়}}$ × $\frac{\text{দ্বিতীয় গোরুর সংখ্যা}}{\text{প্রথম গোরুর সংখ্যা}}$

(গোরুর সংখ্যা একই থাকলে সময় খড়ের পরিমাণের সাথে সরল সমানুপাতী)

(সময় একই থাকলে গোরুর সংখ্যা ও খড়ের পরিমাণ সরল সমানুপাতী)

কষে দেখি— 10.2

1. গ্রামের রাস্তা বাঁধানোর কাজ শুরু হবে। ঠিক হয়েছে 14 জন লোক দৈনিক 4 ঘণ্টা কাজ করে 15 দিনে সম্পূর্ণ কাজটি করতে পারবেন। কিন্তু 24 জন লোক দৈনিক 7 ঘণ্টা করে কাজ শুরু করলে কতদিনে কাজটি করবেন ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

2. সুভাষকাকার হাতে লেখা একটি 105 পৃষ্ঠার বইয়ের প্রতি পৃষ্ঠায় গড়ে 25টি করে লাইন আছে এবং প্রতি লাইনে গড়ে 8টি করে শব্দ আছে। এই বইটি যদি এমনভাবে ছাপাই যাতে প্রতি পৃষ্ঠায় 30টি করে লাইন থাকবে এবং প্রতি লাইনে গড়ে 10টি করে শব্দ থাকবে, তবে সেই ছাপা বইটি কত পৃষ্ঠার বই হবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

3. একটি কৃষি খামারের 540 বিঘা জমি 14দিনে চাষ করতে হবে। প্রথম 4দিনে সমক্ষমতা সম্পন্ন 5টি ট্রাক্টর 120 বিঘা জমি চাষ করল। সময়মতো চাষের কাজ শেষ করতে হলে আর কটি ট্রাক্টর লাগবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

4. 30 জন লোক 15 দিনে একটি গ্রামের রাস্তার $\frac{3}{7}$ অংশ সারান। যদি আরও 10 জন লোক কাজটি করতে আসেন তাহলে রাস্তাটির বাকি অংশ সারাতে কতদিন লাগবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

5. 5 অশ্বক্ষমতাসম্পন্ন একটি পাম্প 36000 লিটার জল 8 ঘণ্টায় উপরে তুলতে পারে। 7 অশ্বক্ষমতা সম্পন্ন পাম্পের 63000 লিটার জল তুলতে কত সময় লাগবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

6. একটি কারখানায় 5 অশ্বক্ষমতা ও 3 অশ্বক্ষমতার দুটি মোটর আছে। 5 অশ্বক্ষমতার মোটরটি 8 ঘণ্টা চালালে 20 একক বিদ্যুৎ খরচ হয়। 3 অশ্বক্ষমতার মোটরটি 10 ঘণ্টা চাললে কত একক বিদ্যুৎ খরচ হবে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

7. গোপালনগরের একটি তাঁত কারখানায় 14 জন তাঁতি 12 দিনে 210টি শাড়ি বুনতে পারেন। পুজোর সময়ে 10 দিনের মধ্যে 300টি শাড়ি যোগান দেওয়ার অর্ডার এলো। সময়মতো সেই শাড়ি যোগান দিতে হলে আরও কতজন তাঁতি নিয়োগ করতে হবে ব্যাপকতর ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

8. একটি সংস্থা জাহাজ থেকে 10 দিনে জাহাজের মাল নামানোর বরাত পেয়েছে। সংস্থাটি তার জন্য 280 জন লোক নিয়োগ করেছে। 3 দিন পরে দেখা গেল কাজটির $\frac{1}{4}$ অংশ সম্পূর্ণ হয়েছে। আর কতজন লোক নিয়োগ করলে কাজটি সময়মতো শেষ হবে তা ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

9. একটি যন্ত্রচালিত তাঁতের ক্ষমতা একটি হস্তচালিত তাঁতের ক্ষমতার $2\frac{1}{4}$ গুণ। 12টি হস্তচালিত তাঁত 1080 মিটার দৈর্ঘ্যের কাপড় 18 দিনে তৈরি করে। 2700 মিটার দৈর্ঘ্যের কাপড় 15 দিনে তৈরি করতে কতগুলি যন্ত্রচালিত তাঁত লাগবে তা ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

10. 25 জন কৃষক একটি সমবায় সমিতির 2400 বিঘা জমি 36 দিনে চাষ করেন। সমিতি একটি ট্রাক্টর কেনায় দেখা যায় অর্ধেক জমি 30 দিনে চাষ করা যায়। একটি ট্রাক্টরের ক্ষমতা কতজন কৃষকের চাষ করার ক্ষমতার সমান তা ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

11. একটি জাহাজের কলকাতা থেকে কোচিন যেতে 25 দিন সময় লাগে। জাহাজটি 36 জন নাবিকসহ এবং প্রত্যেক নাবিকের জন্য প্রতিদিন 850 গ্রাম খাবারের ব্যবস্থা করে যাত্রা শুরু করল। কিন্তু 13 দিন পরে ওই জাহাজটি অপর একটি ডুবন্ত জাহাজ থেকে 15 জন নাবিককে উদ্ধার করল এবং জাহাজটির গতিবেগ বাড়িয়ে দিয়ে 10 দিনে কোচিন পৌঁছোল। এখন প্রত্যেক নাবিক প্রতিদিন কতটা পরিমাণ খাবার খেলে ওই মজুত খাবারে তারা কোচিন নিরাপদে পৌঁছোতে পারবে এবং সমস্ত খাবার ওই সময়ে শেষ হয়ে যাবে। ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

12. একটি গ্রামে 36 জন লোক প্রতিদিন 6 ঘণ্টা কাজ করে 8 দিনে 120 মিটার রাস্তা তৈরি করতে পারেন। আরও 6 জন লোক কাজটির সাথে যুক্ত হলো এবং দৈনিক কাজের পরিমাণ আরও 2 ঘণ্টা করে বাড়ানো হলো। এখন 9 দিনে কত দৈর্ঘ্যের রাস্তা তৈরি করা যাবে তা ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

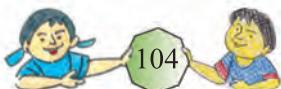
13. 250 জন লোক 50 মিটার দীর্ঘ, 35 মিটার প্রশস্ত এবং 5.2 মিটার গভীর একটি পুকুর প্রতিদিন 10 ঘণ্টা কাজ করে 18 দিনে কাটতে পারেন। 65 মিটার দীর্ঘ, 40 মিটার প্রশস্ত এবং 5.6 মিটার গভীর অপর একটি পুকুর 300 জন লোক প্রতিদিন 8 ঘন্টা কাজ করে কতদিনে কাটতে পারবেন তা ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি।

14. নীচের পারস্পরিক সম্পর্কগুলি দেখে গণিতের গল্প তৈরি করি ও ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে উত্তর খুঁজি।

(a)

ক্ষমতা (অশ্বশক্তি)	সময় (ঘণ্টা)	বিদ্যুৎ খরচ (ইউনিট)
5	8	20
3	10	?

(b)

ক্ষেতমজুরের সংখ্যা (জন)	সময় (দিন)	জমির পরিমাণ (বিঘা)
5	15	18
10	10	?

11. শতকরা

আজ খাদিনান গ্রামের মেলায় যাব। দাদার সাথে আমি ও বোন যাব।

দাদার কাছে 75 টাকা, আমার কাছে 50 টাকা এবং বোনের কাছে 35 টাকা আছে।

1.1 আমার থেকে দাদার শতকরা কত টাকা বেশি আছে হিসাব করি।

আমার থেকে দাদার বেশি আছে 75 টাকা – 50 টাকা = 25 টাকা।

দাদার শতকরা বেশি আছে $\frac{25}{\cancel{50}} \times \overset{2}{\cancel{100}} = 50$

আমার থেকে দাদার 50% বেশি আছে।

> অন্যভাবে ,
>
> 50 টাকায় বেশি আছে 25 টাকা।
>
> 1 টাকায় বেশি আছে $\frac{25}{50}$ টাকা।
>
> 100 টাকায় বেশি আছে $\frac{25}{50} \times 100$ টাকা = 50 টাকা ।

1.2 দাদার থেকে আমার শতকরা কত কম আছে হিসাব করি।

দাদার 75 টাকার তুলনায় আমার কম আছে 25 টাকা।

1 টাকার তুলনায় আমার কম আছে $\frac{\square}{\square}$ টাকা।

100 টাকার তুলনায় আমার কম আছে $\frac{25}{75} \times 100$ টাকা = $33\frac{1}{3}$ টাকা

দাদার থেকে আমার $33\frac{1}{3}$ % কম আছে।

আমাদের তিনজনের কাছে মোট টাকা আছে = ($\square$ + $\square$ + $\square$) টাকা = $\square$ টাকা

দাদা হিসাব করে দেখল, মেলায় যাওয়ার পথে মোট টাকার 10% খরচ হলো।

1.3 হিসাব করে দেখি, মেলায় যাওয়ার পথে আমাদের কত টাকা খরচ হলো।

$10\% = \frac{10}{100}$ অংশ $= \frac{1}{10}$ অংশ।

$\therefore$ মোট টাকার $\frac{1}{10}$ অংশ মেলায় যাওয়ার পথে খরচ হলো।

তাই 160 টাকার 10% = $(160 \times \frac{10}{100})$ টাকা = $\square$ টাকা

$\therefore$ মেলায় যাওয়ার পথে 16 টাকা খরচ হলো।

মেলায় আমার বন্ধু সুমিতের সাথে দেখা হলো। আমরা 4 জনে নাগরদোলায় চড়লাম। তাই আমাদের 40 টাকা খরচ হলো।

1.4 হিসাব করে দেখি নাগরদোলায় চড়ার জন্য আমাদের মোট টাকার শতকরা কত খরচ হলো।

160 টাকায় খরচ হলো $\square$ টাকা

1 টাকায় খরচ হলো $\frac{\square}{\square}$ টাকা

$\square$ টাকায় খরচ হলো $\frac{40}{160} \times 100$ টাকা =25 টাকা

$\therefore$ মোট টাকার 25% নাগরদোলায় চড়ার জন্য খরচ হলো।

আমরা ঠিক করেছি আমাদের মোট টাকার 35% মেলায় খাওয়া-দাওয়ার জন্য খরচ করব।

1.5 হিসাব করে দেখি মেলায় কত টাকা খরচ করব।

160 টাকার 35% = $(\square \times \frac{\square}{\square})$ টাকা = $\square$ টাকা

$\therefore$ মেলায় খাওয়া-দাওয়ার জন্য $\square$ টাকা খরচ করব।

আমি 24 টাকার কাঁচের চুড়ি কিনলাম।

1.6 হিসাব করে দেখি চুড়ি কেনার জন্য মোট টাকার শতকরা কত খরচ করলাম।

160 টাকায় কাঁচের চুড়ি কেনার জন্য খরচ করলাম $\square$ টাকা

1 টাকায় কাঁচের চুড়ি কেনার জন্য খরচ হলো $\frac{\square}{\square}$ টাকা

100 টাকায় কাঁচের চুড়ি কেনার জন্য খরচ হলো $\square$ টাকা। (নিজে করি)

$\therefore$ কাঁচের চুড়ি কেনার জন্য মোট টাকার $\square$% খরচ করলাম।

1.7 আমার দাদা 20 টাকা দামের 1টি মাটির ফুলদানি কিনল। মাটির ফুলদানি কিনতে দাদা মোট টাকার শতকরা কত খরচ করল হিসাব করে দেখি। (নিজে করি)

পশ্চিমপাড়ার মাঠে আমাদের ফুটবল খেলা হয়। সেখানে একটি লম্বা বাঁশের 30% মাটির নীচে পোঁতা আছে।

2.1 বাঁশটির কত অংশ মাটির নীচে পোঁতা আছে হিসাব করে দেখি।

বাঁশটির 30% মাটির নীচে আছে।

∴ মাটির নীচে আছে বাঁশটির 30% = $\frac{30}{100}$ অংশ = $\frac{3}{10}$ অংশ

2.2 নাসরিন বাঁশটির $\frac{1}{20}$ অংশ সাদা রং করল। নাসরিন বাঁশটির শতকরা কত সাদা রং করল দেখি।

নাসরিন সাদা রং করল বাঁশটির = $\frac{1}{20}$ অংশ = $\frac{1}{20} \times \frac{100}{100}$ অংশ = $\frac{5}{100}$ অংশ

∴ নাসরিন বাঁশটির শতকরা 5 বা 5% সাদা রং করল।

2.3 আমি বাঁশটির মোট দৈর্ঘ্যের 15% লাল রং ও $\frac{1}{5}$ অংশ সবুজ রং করলাম।

∴ আমি বাঁশটির মোট দৈর্ঘ্যের $\frac{\square}{\square}$ অংশ লাল রং ও $\square$% সবুজ রং করলাম। **[নিজে করি]**

2.4 বাঁশটি যদি 2 মিটার লম্বা হয় ও 38 সেমি. হলুদ রং করি তবে বাঁশটির মোট দৈর্ঘ্যের শতকরা কত হলুদ রং করলাম হিসাব করে লিখি। (নিজে করি)

3 হাওড়া স্টেশন থেকে ট্রেন বর্ধমান যাবে। কর্ড লাইনে হাওড়া থেকে বর্ধমানের দূরত্ব 85 কিমি.। কিন্তু মেইন লাইনে সেই দূরত্ব 5% বেশি। মেইন লাইনে হাওড়া থেকে বর্ধমানের দূরত্ব সমানুপাতের সাহায্যে হিসাব করি।

মেইন লাইনে সেই দূরত্ব 5% বেশি।

অর্থাৎ, কর্ড লাইনে দূরত্ব 100 কিমি. হলে মেইন লাইনে দূরত্ব 5 কিমি. বেশি হবে।

অর্থাৎ মেইন লাইনে দূরত্ব হবে (100 + 5)কিমি. = 105 কিমি.।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি,

কর্ড লাইনে দূরত্ব (কিমি.)	মেইন লাইনে দূরত্ব (কিমি.)
100	100 + 5 = 105
85	?

হাওড়া থেকে বর্ধমান কর্ড লাইনের দূরত্ব বাড়লে বা কমলে মেইন লাইনে দূরত্ব যথাক্রমে $\square$ বা $\square$।

কর্ড লাইনে দূরত্ব ও মেইন লাইনে দূরত্ব $\square$ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

সুতরাং 100 : 85 : : 105 : ?

∴ মেইন লাইনে নির্ণেয় দূরত্ব = $\frac{\overset{17}{\cancel{85}} \times \overset{21}{\cancel{105}}}{\underset{4}{\cancel{100}_{\cancel{20}}}}$ কিমি. = 89.25 কিমি.।

অন্যভাবে ঐকিক নিয়মে কষে দেখি—

কর্ড লাইনে দূরত্ব 100 কিমি. হলে মেইন লাইনে দূরত্ব হবে 105 কিমি.

কর্ড লাইনে দূরত্ব 1 কিমি. হলে মেইন লাইনে দূরত্ব হবে $\frac{105}{100}$ কিমি.

কর্ড লাইনে দূরত্ব 85 কিমি. হলে মেইন লাইনে দূরত্ব হবে $\square \times \frac{\square}{\square}$ কিমি. = $\square$ কিমি.

4 ফরিদপুরের নিয়ামতচাচা তার জমিতে অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করেছেন। এর ফলে ধানের ফলন 30% বৃদ্ধি পেয়েছে কিন্তু তার জন্য চাষের খরচ 35% বেড়ে গেছে। আগে যে জমিতে 450 টাকা খরচ করে 1220 টাকার ফলন পেতেন, এখন সেই জমিতে নিয়ামতচাচার আয় আগের তুলনায় কত বেশি হবে হিসাব করে লিখি।

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহারের ফলে চাষের খরচ কত বৃদ্ধি পেয়েছে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি,

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহারের আগে খরচ (টাকা)	অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করায় বর্তমান খরচ (টাকা)
100	135
450	?

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করায় আগের খরচ ও বর্তমান খরচ পরস্পর $\square$ (সরল / ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

$\therefore$ অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করায় বর্তমান খরচ = $135 \times \frac{450}{100}$ টাকা

= $\square$ টাকা

অন্যভাবে ঐকিক নিয়মে কষে দেখি—

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করার আগে,

100 টাকা খরচ হলে বর্তমান খরচ 135 টাকা

1 টাকা খরচ হলে বর্তমান খরচ $\frac{\square}{\square}$ টাকা

450 টাকা খরচ হলে বর্তমান খরচ $\frac{135 \times \cancel{450}^{9}}{\cancel{100}_{2}}$ টাকা = $\square$ টাকা

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহারের ফলে ধানের ফলন কতটা হয়েছে ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করে লিখি।

ধানের ফলন 30% বৃদ্ধি পেয়েছে অর্থাৎ আগে ধানের ফলন 100 টাকার হলে এখন ফলন হয়েছে (100 + 30) টাকার = 130 টাকার।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি,

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহারের আগে ধানের ফলন (টাকা)	অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করায় বর্তমান ফলন (টাকা)
100	130
1220	?

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করার আগে ধানের ফলনের সাথে বর্তমান ধানের ফলন ☐ (সরল / ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

যেহেতু আগের ধানের ফলনের পরিমাণ বেড়েছে (অর্থাৎ 100 টাকা থেকে 1220 টাকা হয়েছে)

তাই বর্তমানে ধানের ফলনের পরিমাণও ☐ (বাড়বে / কমবে)।

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করায় বর্তমানে ফলন হবে = ☐ $\times \frac{1220}{100}$ টাকার = 1586 টাকার।

অন্যভাবে ঐকিক নিয়মে কষে দেখি—

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করার আগে,

100 টাকার ফলন হলে বর্তমান ফলন হয় 130 টাকার

1 টাকার ফলন হলে বর্তমান ফলন হয় $\frac{130}{100}$ টাকার

1220 টাকার ফলন হলে বর্তমান ফলন হয় $= \frac{130 \times 1220}{100}$ টাকার

= ☐ টাকার।

অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করার আগে নিয়ামতচাচার আয় হতো 1220 টাকা – 450 টাকা

= ☐ টাকার।

এখন আয় হয় = (☐ – ☐) টাকা।

আয় বেশি হয় = (☐ – ☐) টাকা।

5 পহলমপুরের উমাদেবী তার জমিতে অধিক ফলনশীল বীজধান ব্যবহার করেছেন। এরফলে ধানের ফলন 20% বেড়েছে। কিন্তু তার জন্য ধানচাষের খরচ 25% বেড়ে গেছে। আগে তিনি 600 টাকা খরচ করে 1560 টাকার ফলন পেতেন। বর্তমানে অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করে আগের তুলনায় কত বেশি আয় করবেন হিসাব করে লিখি। (নিজে করি)

6 আজ আমি আমার বাড়ি থেকে স্টেশনে তাড়াতাড়ি পৌঁছোব। যদি বাড়ি থেকে স্টেশনে যাওয়ার সময় 20% কমাতে চাই তবে আমার গাড়ির গতিবেগ কত বাড়াতে হবে হিসাব করি।

ধরি, আমার বাড়ি থেকে স্টেশনে 100 একক/সেকেন্ড গতিবেগে গেলে 100 সেকেন্ড সময় লাগে।

∴ গণিতের ভাষায় সমস্যাটি,

সময় (সেকেন্ড)	গতিবেগ (একক/সেকেন্ড)
100	100
100 – 20 = 80	?

একই দূরত্ব কম সময়ে পৌঁছোতে হলে গতিবেগ ☐ (বাড়াতে / কমাতে) হবে।

নির্দিষ্ট দূরত্বে যাওয়ার জন্য সময়ের সাথে গতিবেগ ☐ (সরল / ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাব করি ☐ 80 সেকেন্ডে পৌঁছোতে গাড়ির গতিবেগ হবে ☐ একক/সেকেন্ড।

ঐকিক নিয়মে কষে দেখি—

100 সেকেন্ডে পৌঁছোতে গাড়ির গতিবেগ হবে 100 একক/সেকেন্ড

1 সেকেন্ডে পৌঁছোতে গাড়ির গতিবেগ হবে 100 × 100 একক/সেকেন্ড

80 সেকেন্ডে পৌঁছাতে গাড়ির গতিবেগ হবে $\frac{\overset{25}{\cancel{100}} \times \overset{5}{\cancel{100}}}{\underset{4}{\cancel{80}}}$ একক/সেকেন্ড

= 125 একক/সেকেন্ড

∴ বাড়ি থেকে স্টেশনে যাওয়ার সময় 20% কমাতে গাড়ির গতিবেগ বাড়বে (125 একক/সেকেন্ড– 100 একক/সেকেন্ড) = 25 একক/সেকেন্ড

অর্থাৎ গতিবেগ 25% বাড়াতে হবে।

একই দূরত্ব যাওয়ার সময় 10% কমাতে চাইলে আমার গাড়ির গতিবেগ কত বাড়াতে হবে হিসাব করে লিখি। **[নিজেকরি]**

7 পেঁয়াজের দাম 20% বৃদ্ধি পেয়েছে। রমেনবাবু ঠিক করেছেন যে তার পরিবারে পেঁয়াজের মাসিক খরচ অপরিবর্তিত রাখবেন। তাই তিনি প্রতি মাসে পেঁয়াজের ব্যবহার শতকরা কত কমাবেন হিসাব করে লিখি।

ধরি রমেনবাবু আগে প্রতি মাসে 100 টাকায় 100 একক পেঁয়াজ ব্যবহার করতেন।

এখন পেঁয়াজের দাম 20% বৃদ্ধি পেয়েছে অর্থাৎ বর্তমানে 120 টাকায় পাওয়া যায় 100 একক পেঁয়াজ।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি,

পেঁয়াজের খরচ (টাকা)	পেঁয়াজের পরিমাণ (একক)
120	100
100	?

অন্যভাবে ঐকিক নিয়মে কষে দেখি—

বর্তমানে 120 টাকায় পাওয়া যায় 100 একক পেঁয়াজ

বর্তমানে 1 টাকায় পাওয়া যায় $\frac{100}{120}$ একক পেঁয়াজ

বর্তমানে 100 টাকায় পাওয়া যায় $\frac{\overset{25}{\cancel{100}} \times \overset{10}{\cancel{100}}}{\cancel{120} \; \underset{3}{\cancel{12}}}$ একক পেঁয়াজ

$= 83\frac{1}{3}$ একক পেঁয়াজ

প্রতি মাসে রমেনবাবু পেঁয়াজের ব্যবহার কমাবেন = 100 একক – $83\frac{1}{3}$ একক = $(100 - 83\frac{1}{3})$একক

$= 16\frac{2}{3}$ একক

রমেনবাবু পেঁয়াজের ব্যবহার কমাবেন $16\frac{2}{3}$ %

যদি রমেনবাবু মাসিক পেঁয়াজের ব্যবহারও 20% কমান তাহলে তার মাসিক পেঁয়াজের খরচ শতকরা কত কমবে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি,

পেঁয়াজের পরিমাণ (একক)	পেঁয়াজের দাম (টাকা)
100	120
20% কমলে খরচ (100 – 20) = 80	?

(নিজেকরি)

কষে দেখি — 11

1. আমার কাছে 50 টাকা আছে। 50 টাকার 12% আমি স্কুলে পেন কিনতে খরচ করলাম। আমি কত টাকার পেন কিনলাম হিসাব করি।
2. বিদেশ থেকে একটি মেশিন এখানে আনতে 120% কর দিতে হয়। যদি মেশিনটির দাম বিদেশে 3,00,000 টাকা হয় তবে কর দেওয়ার পরে এখানে দাম কত হবে হিসাব করে লিখি।
3. হিসাব করে মান লিখি :

   (i) 80 টাকার 15% (ii) 215 টাকার 12% (iii) 37.8 মিটারের 110% (iv) 480 গ্রামের 200%
4. (i) 2.25 টাকা, 5 টাকার শতকরা কত লিখি।

   (ii) 85 গ্রাম, 17 কিলোগ্রামের শতকরা কত লিখি।

   (iii) 2 কিগ্রা. 250 গ্রাম, 0.72 কুইন্টালের শতকরা কত লিখি।
5. নীচের ছক পূরণ করি :

শতকরা	ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ
15	$\frac{3}{20}$	0.15
$22\frac{1}{3}$		
	$2\frac{1}{3}$	
	$\frac{1}{5}$	
		0.12
		3.125
125		

6. জলে হাইড্রোজেন ও অক্সিজেন 2 : 1 অনুপাতে আছে। জলের মোট পরিমাণে হাইড্রোজেন ও অক্সিজেন শতকরা কত আছে লিখি।
7. হৃদয়পুরের একটি কারখানায় আগে দৈনিক 1,500 টি বোতল তৈরি হতো। এখন তৈরি হয় দৈনিক 1695টি বোতল। ওই কাঁচের কারখানায় উৎপাদন শতকরা কত বৃদ্ধি পেয়েছে হিসাব করে লিখি।

8. সাধারণত বায়ুতে নাইট্রোজেন, অক্সিজেন ও কার্বনডাই-অক্সাইড গ্যাসের পরিমাণ যথাক্রমে 75.6%, 23.04% ও 1.36%; 25 লিটার বায়ুতে কোন গ্যাস কতটুকু আছে হিসাব করে লিখি।
9. তৃষা মিলনদাদার বইয়ের দোকান থেকে একটি বই কিনল। মিলনদাদা বইয়ের উপর লেখা দামের উপর পর্যায়ক্রমে (পরপর) 10% ও 5% ছাড় দিলেন। বইটির উপর লেখা দাম 200 টাকা হলে তৃষা মিলনদাদাকে কত টাকা দিল হিসাব করে লিখি।
10. একটি বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 10% বাড়ালাম। ওই বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বাড়ল ত্রৈরাশিক পদ্ধতিতে হিসাবে করে লিখি।
11. সময়মতো বিদ্যুতের বিল জমা দিলে 15% ছাড় পাওয়া যায়। সময়মতো বিল দিয়ে আমার কাকিমা 54 টাকা ছাড় পেলেন। বিদ্যুৎ বিলের পরিমাণ কত ছিল হিসাব করে লিখি।
12. চিনির মূল্য 20% বেড়ে গেছে। তাই চিনির মাসিক খরচ অপরিবর্তিত রাখতে চিনির মাসিক ব্যবহারের পরিমাণ শতকরা কত কম করতে হবে, হিসাব করে লিখি।
13. জল জমে বরফ হলে আয়তন 10% বৃদ্ধি পায়। এই বরফ গলে জল হলে আয়তন শতকরা কত হ্রাস পাবে হিসাব করে লিখি।
14. উৎপলবাবু অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করায় ধানের ফলন 55% বৃদ্ধি পেয়েছে। কিন্তু তার জন্য চাষের খরচ 40% বেড়েছে। আগে উৎপলবাবু তার জমিতে 1200 টাকা খরচ করে 3000 টাকার ফলন পেতেন। এখন জমিতে অধিক ফলনশীল ধানবীজ ব্যবহার করায় তার আয় কত পরিমাণ বাড়বে না কমবে, হিসাব করে লিখি।
15. একটি বিধানসভা কেন্দ্রের ভোটারদের 80% ভোট দিয়েছেন এবং বিজয়ী প্রার্থী প্রদত্ত ভোটের 65% ভোট পেয়ে নির্বাচিত হয়েছেন। তিনি মোট ভোটের শতকরা কত ভোট পেয়েছেন, হিসাব করে লিখি।
16. এই বছরে নন্দলাল উচ্চমাধ্যমিক বিদ্যালয়ের পরিক্ষার্থীদের 85% বাংলায়, 70% অঙ্কে এবং 65% উভয় বিষয়ে A+ পেয়েছে পরীক্ষার্থীর সংখ্যা যদি 120 জন হয়। তবে হিসাব করে দেখি কতজন পরীক্ষার্থী

    (i) উভয় বিষয়ে A+ পেয়েছে
    (ii) শুধু বাংলায় A+ পেয়েছে
    (iii) শুধু অঙ্কে A+ পেয়েছে
    (iv) উভয় বিষয়ে A+ পায়নি।

17. আমিনা বিবির বেতন প্রথমে 20% বৃদ্ধি পেয়ে পরে 20% হ্রাস পেল। আমিনা বিবির বেতন শতকরা কত পরিবর্তন হলো হিসাব করে লিখি।
18. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করা হলো এবং প্রস্থ 15% হ্রাস করা হলো। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পেল হিসাব করি।
19. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা যথাক্রমে 15মি., 10মি. এবং 5মি.। যদি দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতার প্রত্যেকটি 10% বৃদ্ধি করা হয় তবে চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে, হিসাব করে লিখি।
20. বর্ষিক ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় 20% শিক্ষার্থী 100 মিটার দৌড়ে, 15% শিক্ষার্থী 200 মিটার দৌড়ে এবং 10% শিক্ষার্থী লংজাম্প প্রতিযোগিতায় নাম দেয়। 5% শিক্ষার্থী তিনটিতেই নাম দেয়। বিদ্যালয়ে শিক্ষার্থীর সংখ্যা 780 জন হলে কতজন শিক্ষার্থী ওই প্রতিযোগিতার কেনোটিতেই নাম দেয়নি, হিসাব করে লিখি। (কোনো প্রতিযোগী একসাথে দুটিতে নাম দেয়নি)।

12. মিশ্রণ

আমাদের পাড়ার মোড়ে নীলমণিকাকার চায়ের দোকান। আমি ও ভাই ছুটির দিনে পড়াশোনা করার পর কাকাবাবুর চায়ের দোকানে মাঝে মাঝে যাই ও কাকাবাবুকে নানাভাবে সাহায্য করি। আজ রবিবার কাকাবাবুর সঙ্গে দোকানে গেলাম। দেখছি কাকাবাবু 1 নং কৌটোয় কিছুটা দার্জিলিং চায়ের সাথে কিছুটা আসাম চা ঢালছেন।

কিন্তু এমনভাবে মেশাচ্ছেন কেন?

অনেকে এই মিশ্র চা কিনতে চান। তাই 1 নং কৌটোয় দার্জিলিং ও আসাম চা মিশিয়ে রাখি।

এখানেও দার্জিলিং ও আসাম চা অন্য অনুপাতে মিশিয়ে রেখেছি।
1 নং চায়ের কৌটোয় আসাম চা ও দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের অনুপাত 5 : 2
2 নং চায়ের কৌটোয় আসাম চা ও দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের অনুপাত 2 : 1

এই বিভিন্ন গুণমানের চা বিভিন্ন পরিমাণে মিশিয়ে কি নতুন ধরনের চা পেলাম? এইভাবে মেশানোকে কী বলা হয়?

বিভিন্ন গুণমানের চা বিভিন্ন পরিমাণে মিশিয়ে মিশ্র চা পেলাম। মেশানোর এই প্রক্রিয়াকে 'মিশ্রণ' বলা হয়।

বুঝেছি, 1 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে আসাম চায়ের পরিমাণের আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{\square}{\square + \square} = \frac{5}{7}$

1 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{\square}{\square}$

2 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে আসাম চায়ের পরিমাণের আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{\square}{\square + \square} = \frac{2}{3}$

2 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{\square}{\square}$

1 1 নং কৌটোর 21 কিগ্রা. মিশ্র চায়ে কত পরিমাণ আসাম চা ও কত পরিমাণ দার্জিলিং চা আছে হিসাব করি।

1 নং কৌটোর 21 কিগ্রা. চায়ে আসাম চা আছে = $\overset{3}{\cancel{21}}$ কিগ্রা. × $\frac{5}{\cancel{7}}$

= 15 কিগ্রা.

এবং দার্জিলিং চা আছে = 21 কিগ্রা. × $\frac{2}{7}$

= ☐ কিগ্রা.

2 2 নং কৌটোর 21 কিগ্রা. চায়ে কত পরিমাণ আসাম চা ও কত পরিমাণ দার্জিলিং চা আছে হিসাব করে লিখি।

2 নং কৌটোর 21 কিগ্রা. চায়ে আসাম চা আছে = ☐ × $\frac{2}{3}$ কিগ্রা.

= ☐ কিগ্রা.

এবং দার্জিলিং চা আছে = ☐ × $\frac{1}{3}$ কিগ্রা.

= ☐ কিগ্রা.

3 3 নং কৌটোয় আসাম চা ও দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের অনুপাত 3:2 হলে এরকম 25 কিগ্রা. মিশ্র চায়ে কত কিগ্রা. আসাম চা ও কত কিগ্রা. দার্জিলিং চা আছে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

4 3 নং কৌটোর 25 কিগ্রা. মিশ্র চায়ে যদি আরও 7 কিগ্রা. আসাম চা মেশানো হয় তবে 3 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে আসাম চা ও দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের অনুপাত কত হবে হিসাব করে লিখি।

3 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে আসাম চা আছে = 15 কিগ্রা.

এবং দার্জিলিং চা আছে = 10 কিগ্রা.

7 কিগ্রা. আসাম চা মেশালে মোট আসাম চায়ের পরিমাণ = 15 কিগ্রা. + 7 কিগ্রা.

= ☐ কিগ্রা. ।

এখন 3 নং কৌটোর মিশ্র চায়ের পরিমাণে আসাম চায়ের পরিমাণ : দার্জিলিং চায়ের পরিমাণ

= 22:10 = 11:5

5 যদি 3 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে 7 কিগ্রা. আসাম চা না মিশিয়ে 2 কিগ্রা. দার্জিলিং চা মেশাতাম তখন নতুন মিশ্র চায়ে আসাম চা ও দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের অনুপাত কত হতো হিসাব করে লিখি।

[নিজে করি]

6 1 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে কত কিগ্রা. দার্জিলিং চা মেশালে মিশ্র চায়ে আসাম চা ও দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের অনুপাত 5:3 হবে হিসাব করে লিখি।

ধরি x কিগ্রা. দার্জিলিং চা মেশাব।

$\therefore$ x কিগ্রা. দার্জিলিং চা মেশানোয় মোট দার্জিলিং চায়ের পরিমাণ = (6 + x) কিগ্রা.

এখন নতুন মিশ্র চায়ে আসাম চায়ের পরিমাণ : দার্জিলিং চায়ের পরিমাণ = 15 : (6 + x)

প্রশ্নানুসারে, $\frac{15}{6+x} = \frac{5}{3}$

বা, $5(6 + x) = 3 \times 15$

বা, $30 + 5x = 45$

বা, $5x = 45 - 30$

বা, $5x = 15$

বা, $x = \frac{15}{5}$ $\therefore x = 3$

$\therefore$ 1 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে আরও 3 কিগ্রা. দার্জিলিং চা মেশালে নতুন মিশ্রণে আসাম চা ও দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের অনুপাত 5 : 3 হবে।

7 2 নং কৌটোর মিশ্র চায়ে কত কিগ্রা. দার্জিলিং চা মেশালে নতুন মিশ্র চায়ে আসাম চা ও দার্জিলিং চায়ের পরিমাণের অনুপাত 7 : 4 হবে হিসাব করে লিখি। **[নিজে করি]**

8 আমি বাড়িতে দু-প্রকার শরবত তৈরি করেছি। এই দু-প্রকার শরবতে সিরাপ ও জলের পরিমাণের অনুপাত যথাক্রমে 2:7 এবং 1:5; প্রথম প্রকার শরবতের 27 লিটারের সাথে দ্বিতীয় প্রকার শরবতের 18 লিটার মেশালে নতুন মিশ্রণে সিরাপ ও জলের পরিমাণের অনুপাত কত হবে হিসাব করে লিখি।

প্রথম প্রকার শরবতে সিরাপের পরিমাণের আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{2}{2+7} = \frac{\square}{\square}$

এবং জলের পরিমাণের অনুপাতিক ভাগহার = $\frac{\square}{\square}$

$\therefore$ প্রথম প্রকার 27 লিটার শরবতে সিরাপের পরিমাণ = $\frac{2}{\cancel{9}} \times \cancel{27}^{3}$ লিটার

= 6 লিটার

এবং জলের পরিমাণ = $\frac{7}{9} \times 27$ লিটার

= 21 লিটার

একইভাবে দ্বিতীয় প্রকার শরবতে সিরাপের পরিমাণের অনুপাতিক ভাগহার = $\frac{\square}{\square}$

এবং জলের পরিমাণের আনুপাতিক ভাগহার = $\frac{\square}{\square}$

∴ দ্বিতীয় প্রকার 18 লিটার শরবতে সিরাপের পরিমাণ = $\square$ লিটার

এবং জলের পরিমাণ = $\square$ লিটার

∴ নতুন মিশ্রণে সিরাপের পরিমাণ = 6 লিটার + 3 লিটার = $\square$ লিটার

এবং জলের পরিমাণ = 21 লিটার + 15 লিটার = $\square$ লিটার

∴ নতুন মিশ্রণে সিরাপের পরিমাণ : জলের পরিমাণ = 9 : 36 = 1 : 4

9 উপরের দু-প্রকার শরবত কী অনুপাতে মেশালে সিরাপ ও জলের পরিমাণের অনুপাত 5:21 হবে হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।

ধরি x লিটার প্রথম প্রকার শরবতের সাথে y লিটার দ্বিতীয় প্রকার শরবত মেশান হলো।

∴ প্রথম প্রকার x লিটার শরবতে সিরাপ আছে = $\frac{2}{9} \times x$ লিটার

= $\frac{2x}{9}$ লিটার

এবং জল আছে = $\frac{\square}{\square} \times \square$ লিটার

= $\frac{7x}{9}$ লিটার

দ্বিতীয় প্রকার y লিটার শরবতে সিরাপ আছে = $\frac{1}{6} \times y$ লিটার

= $\frac{y}{6}$ লিটার

এবং জল আছে = $\frac{5}{6} \times y$ লিটার

= $\frac{5y}{6}$ লিটার

∴ নতুন মিশ্রণে সিরাপের পরিমাণ = $\frac{2x}{9}$ লিটার + $\frac{y}{6}$ লিটার

= $(\frac{2x}{9} + \frac{y}{6})$ লিটার

এবং জলের পরিমাণ = $\frac{7x}{9}$ লিটার + $\frac{5y}{6}$ লিটার

= $(\frac{7x}{9} + \frac{5y}{6})$ লিটার

শর্তানুসারে, $$\frac{\frac{2x}{9}+\frac{y}{6}}{\frac{7x}{9}+\frac{5y}{6}}=\frac{5}{21}$$

বা $21\left(\frac{2x}{9}+\frac{y}{6}\right)=5\left(\frac{5y}{6}+\frac{7x}{9}\right)$

বা $21\left(\frac{4x+3y}{18}\right)=5\left(\frac{14x+15y}{18}\right)$

বা, $21(4x+3y)=5(14x+15y)$

বা, $84x+63y=70x+75y$

বা, $84x-70x=75y-63y$

বা, $14x=12y$

বা, $\frac{x}{y}=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$ $\therefore$ $x:y=6:7$

$\therefore$ 6 : 7 অনুপাতে দু-প্রকার শরবত মেশালে নতুন মিশ্রণে সিরাপ ও জলের পরিমাণের অনুপাত 5 :21 হবে।

10 আমার ভাই একটি জগে 3 : 1 অনুপাতে সিরাপ ও জল মিশিয়ে এক প্রকার শরবত তৈরি করেছে। এই শরবতের কত অংশ তুলে নিয়ে সমপরিমাণ জল ঢাললে জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত 2 : 1 হবে হিসাব করে লিখি।

ধরি, জগে x একক শরবত আছে। এর y একক শরবত তুলে নিয়ে সমপরিমাণ জল মেশালাম।

x একক শরবতে সিরাপ আছে $=\frac{3}{4}\times x$ একক

$=\frac{3x}{4}$ একক

এবং জল আছে $=\frac{\square}{\square}$ একক

আবার, y একক শরবতে সিরাপ আছে $=\frac{3}{4}\times y$ একক

$=\frac{3y}{4}$ একক

এবং জল আছে $=\frac{y}{4}$ একক

x একক শরবত থেকে y একক শরবত তুলে নিলে,

অবশিষ্ট শরবতে সিরাপ থাকবে $=\left(\frac{3x}{4}-\frac{3y}{4}\right)$ একক

এবং জল থাকবে $=\left(\frac{x}{4}-\frac{y}{4}\right)$ একক

আবার, y একক জল মেশালাম। $\therefore$ এখন জলের পরিমাণ হলো $=\left(\frac{x}{4}-\frac{y}{4}+y\right)$ একক

শর্তানুসারে, $$\frac{\frac{x}{4}-\frac{y}{4}+y}{\frac{3x}{4}-\frac{3y}{4}} = \frac{2}{1}$$

বা, $\frac{x}{4}-\frac{y}{4}+y = \frac{6x}{4}-\frac{6y}{4}$

বা, $\frac{x}{4}-\frac{6x}{4} = \frac{y}{4}-y-\frac{6y}{4}$

বা, $\frac{x-6x}{4} = \frac{y-4y-6y}{4}$

বা, $-\frac{5x}{4} = -\frac{9y}{4}$

বা, $5x = 9y$

বা, $y = \frac{5x}{9}$

$\therefore$ মোট শরবতের $\frac{5}{9}$ অংশ তুলে নিয়ে সমপরিমাণ জল ঢাললে জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত 2 : 1 হবে।

11 এই 3 : 1 অনুপাতে সিরাপ ও জল মেশানো শরবত থেকে কত অংশ তুলে নিয়ে তার পরিবর্তে সমপরিমাণ জল ঢাললে সিরাপ ও জলের পরিমাণ সমান হবে হিসাব করে লিখি। **[নিজেকরি]**

কষে দেখি — 12

1. 36 লিটার ডেটল-জল তৈরি করলাম যাতে জল ও ডেটলের পরিমাণের অনুপাত 5:1; ওই ডেটল জলে আর কতটুকু ডেটল মেশালে জল ও ডেটলের পরিমাণের অনুপাত 3:1 হবে হিসাব করে লিখি।
2. এক ধরনের পিতলে তামা ও দস্তার পরিমাণের অনুপাত 5:2; এই ধরনের 28 কিগ্রা. পিতলে 4 কিগ্রা.তামা মেশালে তামা ও দস্তার পরিমাণের অনুপাত কী হবে হিসাব করে দেখি।
3. বিজনবাবু ফিনাইল ও জল 2:23 অনুপাতে মিশিয়ে 60 লিটার ফিনাইল গোলা জল তৈরি করেছেন। এই ফিনাইল গোলা জলে আর কত লিটার ফিনাইল মেশালে ফিনাইল ও জলের পরিমাণের অনুপাত 9:46 হবে হিসাব করে লিখি।
4. আমিনাবিবি 7:1 অনুপাতে বালি ও সিমেন্ট মিশিয়ে এক গাঁথুনির মশলা তৈরি করেছেন। কিন্তু গাঁথুনির কাজ শেষ হয়ে গেলে দেখা গেল এখনও 72 কিগ্রা. মশলা রয়ে গেছে। ওই মশলায় আরও কিছুটা সিমেন্ট মিশিয়ে বালি ও সিমেন্টের পরিমাণের অনুপাত 6:1 করে মশলা তৈরি করলেন। তিনি কত কিগ্রা. সিমেন্ট মিশিয়ে ছিলেন হিসাব করে লিখি।
5. একধরনের জার্মান সিলভারে তামা, দস্তা ও নিকেলের পরিমাণের অনুপাত 4:3:2; এই ধরনের 54 কিগ্রা. জার্মান সিলভারে আর কত কিগ্রা. দস্তা মেশালে সেই পরিমাণের অনুপাত 6:5:3 হবে হিসাব করে লিখি।
6. দুই প্রকার গুঁড়ো-সাবানে সোডা ও সাবান গুঁড়োর পরিমাণের অনুপাত যথাক্রমে 2:3 এবং 4:5 ; যদি প্রথম প্রকারের 10 কিগ্রা.-এর সঙ্গে দ্বিতীয় প্রকারের 18 কিগ্রা. মেশানো হয়, তবে নতুন গুঁড়ো সাবানে কত অংশ সাবান গুঁড়ো থাকবে হিসাব করে লিখি।

7. দুটি সমান আয়তনের পাত্রে যথাক্রমে $\frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{4}$ অংশে ফলের রস ছিল। আমি পাত্র দুটির অবশিষ্টাংশ জলপূর্ণ করে অন্য একটি পাত্রে সমগ্র জল-মিশ্রিত ফলের রস ঢাললাম। নতুন পাত্রে ফলের রস ও জলের পরিমাণের অনুপাত কত হবে হিসাব করে লিখি।

8. রেশমি খাতুন তিনটি সমান মাপের গ্লাস শরবত পূর্ণ করেছে। এই তিনটি গ্লাসের শরবতে জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত যথাক্রমে 3:1, 5:3 ও 9:7; আমি এই তিনটি গ্লাসের শরবত একটি বড়ো পাত্রে ঢেলে দিলাম। হিসাব করে দেখি এই নতুন পাত্রে জল ও সিরাপের পরিমাণের অনুপাত কী হলো।

9. দু-প্রকার পিতলে তামা ও দস্তার পরিমাণের অনুপাত যথাক্রমে 8:3 এবং 15:7; এই দু-প্রকার পিতল 5:2 অনুপাতে মেশালে যে নতুন প্রকারের পিতল পাওয়া যাবে, তাতে তামা ও দস্তার পরিমাণের অনুপাত কী হবে হিসাব করে লিখি।

10. দু-প্রকার স্টেনলেস স্টিলে ক্রোমিয়াম ও স্টিলের পরিমাণের অনুপাত যথাক্রমে 2:11 এবং 5:21; এই দু-প্রকার স্টেনলেস স্টিল কী অনুপাতে মেশালে নতুন স্টেনলেস স্টিলে ক্রোমিয়াম ও স্টিলের অনুপাত 7:32 হবে হিসাব করে লিখি।

11. একপাত্র শরবতে 5:2 অনুপাতে সিরাপ ও জল মেশানো আছে। এই শরবতের কতটুকু অংশ তুলে নিয়ে তাঁর পরিবর্তে সমপরিমাণ জল ঢাললে সিরাপ ও জলের পরিমাণ সমান সমান হবে হিসাব করে লিখি।

12. নীচের ছক দেখি, গণিতের গল্প তৈরি করি ও উত্তর খুঁজি :

ক্রমিক নং	দুটি মিশ্রণের প্রত্যেকটিতে উপাদান দুটির পরিমাণের অনুপাত	নতুন মিশ্রণে মিশ্রণ দুটির পরিমাণের অনুপাত	নতুন মিশ্রণে উপাদান দুটির পরিমাণের অনুপাত
1	5 : 4 এবং 3 : 2	মিশ্রণদুটি সমান পরিমাণ নিয়ে	
2	4 : 5 এবং 5 : 1		5 : 4
3	3 : 4 এবং 9 : 5	1 : 2 অনুপাতে	
4	2 : 3 এবং 5 : 4		1 : 1
5	4 : 3 এবং 5 : 2		9 : 5

13. 700 লিটার একটি মিশ্রণে তিন ধরনের তরলের প্রথম ও দ্বিতীয় ধরনের পরিমাণের অনুপাত 2:3 এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় ধরনের পরিমাণের অনুপাত 4:5; ওই মিশ্রণে প্রথম ও দ্বিতীয় প্রকার তরল কত পরিমাণে মেশালে নতুন মিশ্রণে তিন প্রকার তরলের পরিমাণের অনুপাত 6:5:3 হবে তা হিসাব করে লিখি।

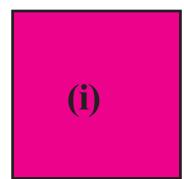
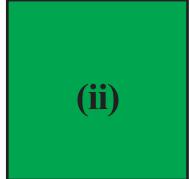
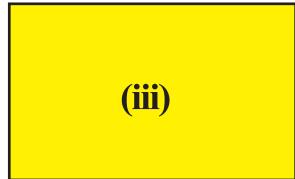
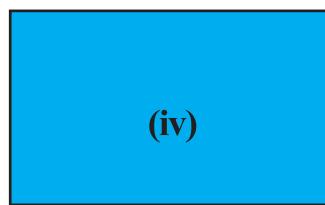
14. এক প্রকার সিরাপে জল এবং অবশিষ্টাংশের পরিমাণের অনুপাত 89:11; এইরূপ 22 লিটার সিরাপে আর কত লিটার জল মেশালে জল ও অবশিষ্টাংশের পরিমাণের অনুপাত 90:10 হবে তা হিসাব করে লিখি।

15. তিনটি বোতলের আয়তনের পরিমাণের অনুপাত 5:3:2 এবং বোতল তিনটি ফিনাইল ও জলের মিশ্রণে পূর্ণ আছে। বোতল তিনটিতে ফিনাইল ও জলের পরিমাণের অনুপাত যথাক্রমে 2:3, 1:2 এবং 1:3; প্রথম বোতলের $\frac{1}{3}$ অংশ, দ্বিতীয় বোতলের $\frac{1}{2}$ অংশ এবং তৃতীয় বোতলের $\frac{2}{3}$ অংশ মিশ্রণ একত্রে মেশানো হলো। নতুন মিশ্রণে ফিনাইল ও জলের পরিমাণের অনুপাত কত হিসাব করি।

13. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার উৎপাদকে বিশ্লেষণ

আজ আমরা স্কুলে নানান আকারের রঙিন ছোটো বড়ো পিচবোর্ডের আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্র তৈরি করেছি।

পাপিয়া ও তথাগত সেই আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্রগুলি বড়ো মোটা চার্ট পেপারে আটকে দিল এবং সেগুলির নীচে বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় তাদের ক্ষেত্রফল লিখল।

আমরা ঠিক করেছি প্রত্যেকে বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে আয়তক্ষেত্র বা বর্গক্ষেত্রের বাহু কী হতে পারে লিখব।

ক্ষেত্রফল (বর্গএককে)

↓

$49x^2+70xy+25y^2$

ক্ষেত্রফল (বর্গএককে)

↓

$81a^2-72ab+16b^2$

(iii)

ক্ষেত্রফল (বর্গএককে)

↓

$64m^2-121n^2$

ক্ষেত্রফল (বর্গএককে)

↓

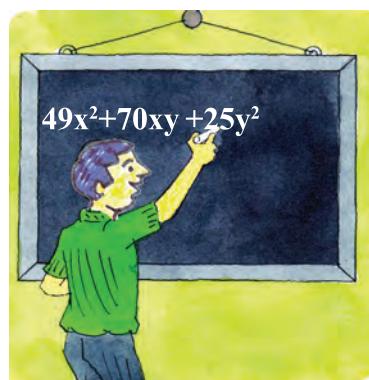
$x^2+7x+12$

1 আমি স্কুলের ব্ল্যাকবোর্ডে ($49x^2+70xy+25y^2$) -এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$$49x^2+70xy+25y^2 = \square^2 + 2\times\square\times\square+\square^2$$

$$= (\square+\square)^2$$

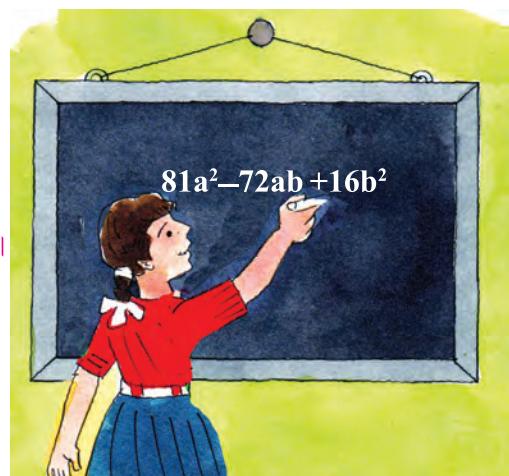
পেলাম, $49x^2+70xy+25y^2=(9x+5y)\times(9x+5y)$

(i) নং বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য (এককে) $\square$।

2 আমি $(81a^2 - 72ab + 16b^2)$-কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে দেখছি—
(ii) নং বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য (এককে) $\square$। [নিজে করি]

3 রেহানা$(64m^2 - 121n^2)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করল।

সে পেল, $64m^2 - 121n^2$

$= (8m + 11n) \times \square$

(iii) নং আয়তক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য (এককে) $\square$ এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য (এককে) $(8m - 11n)$

4 সিরাজ $(125a^3 + 8b^3)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করল।

$125a^3 + 8b^3 = \square^3 + \square^3$

$= (5a + 2b)\{\square - \square \times \square + 4b^2\}$

$= (5a + 2b)(25a^2 - 10ab + 4b^2)$

5 উৎপল $(27x^3 - 34y^3)$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করল।

$27x^3 - 343y^3 = \square^3 - \square^3$

$= (3x - 7y)(\square)$

আমি $(x^2 + 7x + 12)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি। কিন্তু কীভাবে $(x^2 + 7x + 12)$ কে দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গুণের আকারে লিখব?

প্রথমে আমার জানা অভেদগুলি লিখি যেগুলি উৎপাদকে বিশ্লেষণে সাহায্য করে।

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ---------------- (I)

$(a - b)^2 = \square$ ---------------- (II)

$a^2 - b^2 = \square \times (a - b)$ ---------------- (III)

$a^3 + b^3 = (a + b) \times \square$ ---------------- (IV)

$a^3 - b^3 = (a - b) \times \square$ ---------------- (V)

$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ ---------------- (VI)

$(x + a)(x + b) = (x + a)x + (x + a)b$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]
$= x^2 + ax + xb + ab$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]
$= x^2 + ax + bx + ab$ [বিনিময় নিয়ম]
$= x^2 + (a + b)x + ab$ [বিচ্ছেদ নিয়ম]

6 VI নং অভেদের সাহায্যে $(x^2 + 7x + 12)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

VI নং অভেদের সমান চিহ্নের (=) ডান পাশের সাথে $x^2 + 7x + 12$ তুলনা করে পাই—

$(a + b) = 7$ এবং $a \times b = 12$

যেহেতু $a \times b = 12 = 1 \times 12$
$= 2 \times 6$
$= 4 \times 3$

$\therefore$ $a = 1, b = 12$ বা $a = 2, b = 6$ বা $a = 4, b = 3$

কিন্তু $a + b = 7$ হতে হবে। $\therefore$ $a = 4$ ও $b = 3$

VI নং অভেদের সমান চিহ্নের (=) বাম পাশ থেকে পাই,

$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$

উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে পাই —

$$x^2 + 7x + 12 = x^2 + (4 + 3)x + 4 \times 3$$
$$= x^2 + 4x + 3x + 4 \times 3$$
$$= x(x + 4) + 3(x + 4)$$
$$= (x + 4)(x + 3)$$

7 আমি VI নং অভেদের সাহায্যে $(x^2 + 7x - 18)$ এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$x^2 + 7x - 18$

এখানে, $a + b = 7$ এবং $a \times b = -18$

$-18 = 1\times(-18) = (-1)\times(18) = (-2)\times 9 = 2\times(-9) = (-3)\times 6 = 3 \times (-6)$ এবং $7 = 9 + (-2)$

$\therefore$ এখানে, $a = 9$ ও $b = \square$

$\therefore$ VI নং অভেদ থেকে পাই —

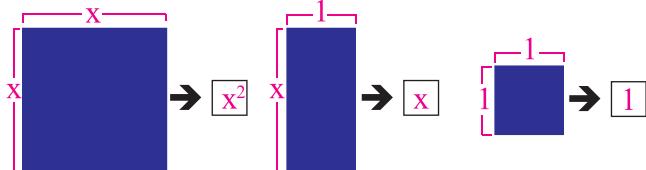
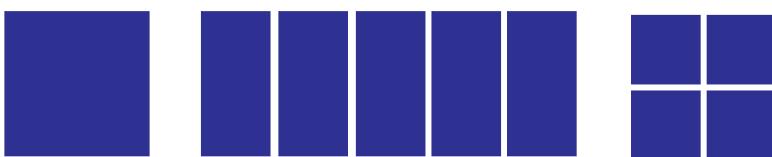
$$x^2 + 7x - 18 = (x + 9)\{x + (-2)\}$$
$$= (x + 9)(x - 2)$$

উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে পাই,

$$x^2 + 7x - 18 = x^2 + (9 - 2)x - 18$$
$$= x^2 + 9x - 2x - 18$$
$$= x(x + 9) - 2(x + 9)$$
$$= (x + 9)(x - 2)$$

হাতে কলমে

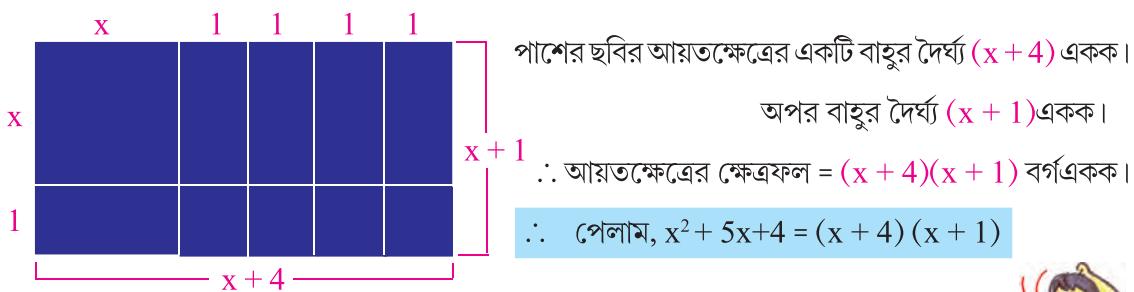
হাতে কলমে $x^2 + 5x+4$ -এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

(1) প্রথমে নীচের ছবির মতো নীল রঙের বড়ো বর্গক্ষেত্রাকার, আয়তক্ষেত্রাকার ও ছোটো ছোটো বর্গক্ষেত্রাকার টুকরো তৈরি করলাম।

(2) $x^2 + 5x+4$ বোঝার জন্য নিলাম —

(2) নীচের ছবির মতো আয়তক্ষেত্রাকারে সাজিয়ে পাই —

পাশের ছবির আয়তক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $(x + 4)$ একক।

অপর বাহুর দৈর্ঘ্য $(x + 1)$একক।

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(x + 4)(x + 1)$ বর্গএকক।

$\therefore$ পেলাম, $x^2 + 5x+4 = (x + 4)(x + 1)$

একইভাবে হাতে কলমে $x^2 + 7x+12$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি। [নিজে করি]

দেখছি, $x^2 + 7x+12$ ও $x^2 + 7x-18$ -এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ (VI) এর বাম দিকের মধ্যপদের সহগের অর্থাৎ [(a+b)-এর] বিশ্লেষণের উপর নির্ভর করে। এই পদ্ধতিতে উৎপাদকে বিশ্লেষণকে কী বলা হয়?

মধ্যসহগ বিশ্লেষণ পদ্ধতি বলা হয়।

8 $(a^2 - 11a + 30)$ ও $(m^2 - 4m - 12)$-এর উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$a^2 - 11a + 30$

$30 = 1 \times \square = 2 \times \square = 3 \times \square = 5 \times \square$

$30 = \square \times 6$, $11 = \boxed{5} + \square$

$a^2 - 11a + 30$

$= a^2 - (5+6)a + 30$

$= a^2 - 5a - 6a + 30$

$= a(a-5) - 6(a-5)$

$= (a-5)(a-6)$

$m^2 - 4m - 12$

$12 = 1 \times \square$

$= 2 \times \square$

$= 3 \times \square$

$4 = \square - \square$

$m^2 - 4m - 12$

$= m^2 - (6-2)m - 12$

$= m^2 - 6m + 2m - 12$

$= m(m-6) + 2(m-6)$

$= (m-6)(m+2)$

∴ পেলাম, $x^2 + px + q$ এই দ্বিঘাত (বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় চলের সর্বাধিক ঘাত 2) বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের জন্য দুটি সংখ্যা a ও b খুঁজব যেখানে

$a+b = p$ এবং $a \times b = \square$ হবে।

∴ সেক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সংখ্যামালাটি হবে

$x^2 + (a+b)x + ab$

$= x^2 + ax + bx + ab$

$= x(x+a) + b(x+a)$

$= (x+a)(x+b)$

9 $(x^2 - x - 20)$ ও $(b^2 - 10b + 16)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$x^2 - x - 20$

$20 = \square \times \square$

এবং $1 = \square - \square$

$x^2 - x - 20$

$= x^2 - (5-4)x - 20$

$= x^2 - 5x + 4x - 20$

$= x(x-5) + 4(x-5)$

$= (x-5)(x+4)$

$b^2 - 10b + 16$

$\square = \square \times \square$

এবং $10 = \square + \square$

$b^2 - 10b + 16$

$= b^2 - (\square + \square)b + 16$

$= b^2 - 8b - 2b + 16$

$= b(b-8) - 2(b-8)$

$= (b-8)(b-2)$

নিজে করি — 13.1

নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

(i) x^2+5x+6 (ii) x^2+x-6 (iii) x^2-x-6 (iv) $y^2+23y+102$ (v) $a^2+a-132$ (vi) $p^2+3p-18$

10 মধ্যপদের সহগ বিশ্লেষণ পদ্ধতিতে $(x+y)^2-(x+y)-6$ ও a^8-a^4-2 -এর উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$(x+y)^2-(x+y)-6$

$= a^2-a-6$ [ধরি, $x+y=a$]

$= a^2-(3-2)a-6$

$= a^2-3a+2a-6$

$= a(a-3)+2(a-3)$

$= (a-3)(a+2)$

$= (x+y-3)(x+y+2)$ [$a=x+y$ বসিয়ে পাই]

a^8-a^4-2

$= (a^4)^2-a^4-2$

$= x^2-x-2$ [ধরি, $a^4=x$]

$= x^2-(2-1)x-2$

$= x^2-2x+x-2$

$= x(x-2)+1(x-2)$

$= (x-2)(x+1)$

$= (a^4-2)(a^4+1)$ [$x=a^4$ বসিয়ে পাই]

11 $(x^2+20xy-96y^2)$ ও $(1-5x-36x^2)$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$(x^2+20xy-96y^2)$ -এর প্রতিটি পদেই চল আছে। প্রথমে শেষ পদকে চল বর্জিত করি।

$x^2+20xy-96y^2$

$= \left(\frac{x^2}{y^2} + \square - \square\right) \times y^2$ [যেখানে $y^2 \neq 0$]

$= \left\{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 20\left(\frac{x}{y}\right) - 96\right\} \times y^2$

$= (a^2+20a-96)y^2$ [ধরি $\frac{x}{y}=a$]

$= (a^2+24a-4a-96)y^2$ [$96 = \square \times \square$ এবং $20 = \square - \square$]

$= \{a(a+24)-4(a+24)\}y^2$

$= (a+24)(a-4)y^2$

$= \left(\frac{x}{y}+24\right)\left(\frac{x}{y}-4\right)y^2$ [$a=\frac{x}{y}$ বসিয়ে পাই]

$= \left(\frac{x+24y}{y}\right)\left(\frac{x-4y}{y}\right)y^2$

$= \frac{(x+24y)(x-4y)}{\cancel{y^2}} \times \cancel{y^2}$

$= (x+24y)(x-4y)$

অন্যভাবে পাই,

$x^2+20xy-96y^2$

$= x^2+(24y-4y)x-24y \times 4y$

$= x^2+24xy-4xy-24y \times 4y$

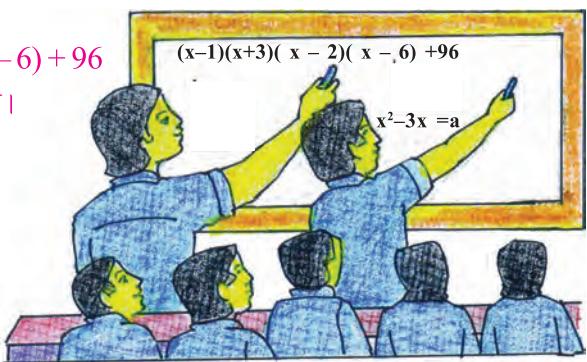
$= x(x+24y)-4y(x+24y)$

$= \square \times \square$

12 $(1-5x-36x^2)$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$1-5x-36x^2$ $= 1-(\square-\square)x-\square\times\square\times x^2$

$= 1-9x+4x-9\times4\times x^2 = 1(1-9x)+4x(1-9x) = (1-9x)(1+4x)$

13 এখন আমরা দু-জনে $(x-1)(x+3)(x-2)(x-6)+96$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করার চেষ্টা করব।

কিন্তু কোন অভেদের সাহায্য নেব ও কীভাবে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করব?

$x-1, x+3, x-2$ ও $x-6$ -এ চারটি সংখ্যামালার কোন দু-জোড়া সংখ্যামালার গুণফলের x যুক্ত পদের সহগের যোগফল সমান হবে খুঁজি।

$-1-2=\square$ এবং $+3-6=-3$

তাই, $(x-1)(x-2)$ —এর গুণফলে x -এর সহগ -3 এবং $(x+3)(x-6)$ —এর গুণফলেও x -এর সহগ (-3)

তাই, $(x-1)(x+3)(x-2)(x-6)+96$

$=(x-1)(x-2)(x+3)(x-6)+96$

$=(x^2-x-2x+2)(x^2+3x-6x-18)+96$

$=(x^2-3x+2)(x^2-3x-18)+96$

$=(a+2)(a-18)+96$ [ধরি, $x^2-3x=a$]

$=a^2+2a-18a-36+96$

$=a^2-16a+60$

$=a^2-(10+6)a+60$

$=a^2-10a-6a+60$

$=a(\square)-6(\square)$

$=(a-10)(a-6)$

$=(x^2-3x-10)(x^2-3x-6)$ [$a=x^2-3x$ বসিয়ে পাই]

$=(x^2-5x+2x-10)(x^2-3x-6)$

$=\{x(\square)+2(\square)\}(x^2-3x-6)$

$=(x-5)(x+2)(x^2-3x-6)$

14 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি। [নিজে করি]

15 $x^2 + x - (a+1)(a+2)$ এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

x -কে চল ও a -কে ধ্রুবক ধরে x^2+px+q -এর সাথে তুলনা করে

$q = -(a+1)(a+2)$ এবং $p = 1 = (a+2) - (a+1)$ লিখি।

$x^2 + x - (a+1)(a+2)$

$= x^2 + \{(a+2) - (a+1)\}x - (a+1)(a+2)$

$= x^2 + (a+2)x - (a+1)x - (a+1)(a+2)$

$= x\,\{x+(a+2)\} - (a+1)\,\{x+(a+2)\}$

$= \{x+(a+2)\}\,\{x-(a+1)\}$

$= (x + a + 2)(x - a - 1)$

16 $x^2 + 3x - (p+5)(p+2)$ -এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি। [নিজে করি]

কষে দেখি — 13.1

1. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি $x^2 + (p+q)x + pq = (x+p)(x+q)$ অভেদের সাথে তুলনা করে p ও q এর মান খুঁজে লিখি ও উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা	p ও q এর মান	উৎপাদকে বিশ্লেষণ
$x^2 - 8x + 15$	$p = -5,\ q = -3$	$(x-5)(x-3)$
$x^2 - 40x - 129$		
$m^2 + 19m + 60$		
$x^2 - x - 6$		
$(a+b)^2 - 4(a+b) - 12$		
$(x-y)^2 - x + y - 2$		

2. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি

(i) $(a + b)^2 - 5(a + b) - 6$

(ii) $(x^2 - 2x)^2 + 5(x^2 - 2x) - 36$

(iii) $(p^2 - 3q^2)^2 - 16(p^2 - 3q^2) - 63$

(iv) $a^4 + 4a^2 - 5$

(v) $x^2y^2 + 23xy - 420$

(vi) $x^4 - 7x^2 + 12$

(vii) $a^2 + ab - 12b^2$

(viii) $p^2 + 31pq + 108q^2$

(ix) $a^6 + 3a^3b^3 - 40b^6$

(x) $(x+1)(x+3)(x-4)(x-6) + 24$

(xi) $(x+1)(x+9)(x+5)^2+63$

(xii) $x(x+3)(x+6)(x+9)+56$

(xiii) $x^2 - 2ax + (a+b)(a-b)$

(xiv) $x^2 - bx - (a+3b)(a+2b)$

(xv) $(a+b)^2 - 5a - 5b + 6$

(xvi) $x^2 + 4abx - (a^2 - b^2)^2$

(xvii) $x^2 - (a + \frac{1}{a})x + 1$

(xviii) $x^6y^6 - 9x^3y^3 + 8$

$3x^2 + 14x + 8$

$6x^2 - x + 15$

সাহানা সবুজ আয়তক্ষেত্রাকার বোর্ডের নীচে ক্ষেত্রফল (বর্গএককে) লিখেছে $3x^2 + 14x + 8$

17 আমি $3x^2 + 14x + 8$ -এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি ও এই সবুজ আয়তক্ষেত্রের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য (এককে) কী কী হতে পারে লিখি।

আমরা $x^2 + px + q$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালার উৎপাদকে বিশ্লেষণ করেছি। কিন্তু $mx^2 + px + q$ -এই আকারের দ্বিঘাত সংখ্যামালার উৎপাদক কীভাবে পাব দেখি :

প্রথমে $mx^2 + px + q$ -কে $x^2 + px + q$ আকারে সাজাই।

$$mx^2 + px + q = \frac{m^2x^2 + pmx + qm}{m}$$
$$= \frac{1}{m}(y^2 + py + qm) \quad [\text{ধরি, } mx = y]$$

এবার এমন দুটি সংখ্যা a ও b খুঁজব যাতে $a \times b = qm$ এবং $a + b = p$ হয়।

18 $\mathbf{3x^2 + 14x + 8}$

$$= \frac{9x^2 + 42x + 24}{3}$$
$$= \frac{(3x)^2 + 14 \times 3x + 24}{3}$$
$$= \frac{y^2 + 14y + 24}{3} \quad [\text{ধরি } 3x = y]$$
$$= \frac{y^2 + 12y + 2y + 24}{3}$$
$$= \frac{y(y+12) + 2(y+12)}{3}$$
$$= \frac{(y+12)(y+2)}{3}$$
$$= \frac{(3x+12)(3x+2)}{3} \quad [y = 3x \text{ বসিয়ে পাই}]$$
$$= \frac{\cancel{3}(x+4)(3x+2)}{\cancel{3}}$$
$$= (x+4)(3x+2)$$

অন্যভাবে লিখি,

$\mathbf{3x^2 + 14x + 8}$

a ও b দুটি সংখ্যা খুঁজি যাতে $a + b = 14$ ও $a \times b = 3 \times 8 = 24 = \square \times \square$ এবং $14 = \boxed{12} + \square$ হয়।

$\mathbf{3x^2 + 14x + 8}$

$= 3x^2 + (12+2)x + 8$

$= 3x^2 + 12x + 2x + 8$

$= 3x(x + 4) + 2(x + 4)$

$= (x + 4)(3x + 2)$

দেখছি, হলুদ রঙের আয়তক্ষেত্রাকার বোর্ডের ক্ষেত্রফল (বর্গএককে) $6x^2 - x - 15$

19 $6x^2 - x - 15$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি ও হলুদ রঙের আয়তক্ষেত্রাকার বোর্ডের বাহুর দৈর্ঘ্য (এককে) কী কী হতে পারে লিখি।

$6x^2 - x - 15$

a ও b দুটি সংখ্যা খুঁজি যেখানে $a \times b = 6 \times 15 = 90$ এবং $a - b = 1$

$\therefore 90 = \square \times \square$ এবং $1 = \square - \square$

$6x^2 - x - 15$

$= 6x^2 - (10 - 9)x - 15$

$= 6x^2 - 10x + 9x - 15$

$= \square(3x - 5) + 3(3x - 5)$

$= (3x - 5)\square$

20 আমি $x^2 + 13x - 48$ ও $6y^2 - y - 15$ -এই দুটি বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি ও $a^2 - b^2 = (a+b)(a+b)$ এই অভেদের সাহায্যে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করার চেষ্টা করি।

$x^2 + 13x - 48$

$= x^2 + 2.x.\frac{13}{2} + (\frac{13}{2})^2 - (\frac{13}{2})^2 - 48$

$= (x + \frac{13}{2})^2 - \frac{169}{4} - 48$

$= (x + \frac{13}{2})^2 - (\frac{169}{4} + 48)$

$= (x + \frac{13}{2})^2 - \frac{169 + 192}{4}$

$= (x + \frac{13}{2})^2 - \frac{361}{4}$

$= (x + \frac{13}{2})^2 - (\frac{19}{2})^2$

$= (x + \frac{13}{2} + \frac{19}{2})(x + \frac{13}{2} - \frac{19}{2})$

$= (x + \frac{13 + 19}{2})(x + \frac{13 - 19}{2})$

$= (x + 16)(x - 3)$

মধ্যপদের সহগ বিশ্লেষণ করে (**$x^2 + 13x - 48$**) কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$x^2 + 13x - 48$

$= x^2 + 16x - 3x - 48$

$= x(x+16) - 3(x+16)$

$= (\square)(\square)$

$6y^2 - y - 15$

$= 6(y^2 - \frac{y}{6} - \frac{15}{6})$

$= 6\{y^2 + 2.y.\frac{1}{12} + (\frac{1}{12})^2 - (\frac{1}{12})^2 - \frac{15}{6}\}$

$= 6\{(y - \frac{1}{12})^2 - \frac{1}{144} - \frac{15}{6}\}$

$= 6\{(y - \frac{1}{12})^2 - \frac{1+360}{144}\}$

$= 6\{(y - \frac{1}{12})^2 - \frac{361}{144}\}$

$= 6\{(y - \frac{1}{12})^2 - (\frac{19}{12})^2\}$

$= 6(y - \frac{1}{12} + \frac{19}{12})(y - \frac{1}{12} - \frac{19}{12})$

$= 6(y + \frac{19}{12} - \frac{1}{12})(y - \frac{1+19}{12})$

$= 6(y + \frac{3}{2})(y - \frac{5}{3})$

$= \overset{3}{\cancel{6}}(\frac{2y+3}{\cancel{2}}) \times (\frac{3y-5}{\cancel{3}})$

$= (2y+3)(3y-5)$

মধ্যপদের সহগ বিশ্লেষণ করে ($6y^2 - y - 15$) কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$6y^2 - y - 15$

$= 6y^2 - 10y + 9y - 15$

$= 2y(3y-5) + 3(3y-5)$

$= (3y-5)(2y+3)$

21 আমি $x^2 + ax - (6a^2 - 5ab + b^2)$ ও $2(a^2 + \frac{1}{a^2}) - (a - \frac{1}{a}) - 7$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির উৎপাদকে বিশ্লেষণের চেষ্টা করি।

$x^2 + ax - (6a^2 - 5ab + b^2)$

$= x^2 + ax - (2a-b)(3a-b)$ [নিজে করি]

$= x^2 + \{(3a-b) - (2a-b)\}x - (2a-b)(3a-b)$

$= x^2 + (3a-b)x - (2a-b)x - (2a-b)(3a-b)$

$= x\{x+3a-b\} - (2a-b)\{x+3a-b\}$

$= (x+3a-b)(x-2a+b)$

$2(a^2 + \frac{1}{a^2}) - (a - \frac{1}{a}) - 7$

$= 2\{(a - \frac{1}{a})^2 + 2.\cancel{a}.\frac{1}{\cancel{a}}\} - (a - \frac{1}{a}) - 7$

$= 2\{(a - \frac{1}{a})^2 + 2\} - (a - \frac{1}{a}) - 7$

$= 2(a - \frac{1}{a})^2 + 4 - (a - \frac{1}{a}) - 7$

$= 2(a - \frac{1}{a})^2 - (a - \frac{1}{a}) - 3$

$= 2x^2 - x - 3$ [ধরি, $(a - \frac{1}{a}) = x$]

$= (2x-3)(x+1)$ [মধ্যপদের সহগ বিশ্লেষণ করে নিজে করি]

$= \{2(a - \frac{1}{a}) - 3\}\{a - \frac{1}{a} + 1\}$

$= (2a - \frac{2}{a} - 3)(a - \frac{1}{a} + 1)$

$= (2a - 4 + 1 - \frac{2}{a})(a - \frac{1}{a} + 1)$

$= (2a - 4 + \frac{a}{a} - \frac{2}{a})(a - \frac{1}{a} + 1)$

$= \{2(a-2) + \frac{1}{a}(a-2)\}(a - \frac{1}{a} + 1)$

$= (a-2)(2 + \frac{1}{a})(a - \frac{1}{a} + 1)$

নিজে করি — 13.2

1) $(a^2 - a - 72)$ ও $(2x^2 - x - 1)$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলিকে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

কষে দেখি — 13.2

1. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি—

(i) $2a^2 + 5a + 2$ **(ii)** $3x^2 + 14x + 8$ **(iii)** $2m^2 + 7m + 6$

(iv) $6x^2 - x - 15$ **(v)** $9r^2 + r - 8$ **(vi)** $6m^2 - 11mn - 10n^2$

(vii) $7x^2 + 48xy - 7y^2$ **(viii)** $12 + x - 6x^2$ **(ix)** $6 + 5a - 6a^2$ **(x)** $6x^2 - 13x + 6$

(xi) $99a^2 - 202ab + 99b^2$ **(xii)** $2a^6 - 13a^3 - 24$ **(xiii)** $8a^4 + 2a^2 - 45$

(xiv) $6(x - y)^2 - x + y - 15$ **(xv)** $3(a+b)^2 - 2a - 2b - 8$ **(xvi)** $6(a+b)^2 + 5(a^2 - b^2) - 6(a - b)^2$

2. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি—

(i) $x^2 - 2x - 3$ **(ii)** $x^2 + 5x + 6$ **(iii)** $3x^2 - 7x - 6$ **(iv)** $3a^2 - 2a - 5$

3. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি—

(i) $ax^2 + (a^2+1)x + a$ **(ii)** $x^2 + 2ax + (a+b)(a-b)$

(iii) $ax^2 - (a^2+1)x + a$ **(iv)** $ax^2 + (a^2 - 1)x - a$

(v) $ax^2 - (a^2 - 2)x - 2a$ **(vi)** $a^2 + 1 - \frac{6}{a^2}$

14. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

আমাদের কাছে অনেকগুলি রঙিন বিভিন্ন মাপের ফিতে আছে। 32 মিটার দৈর্ঘ্যের সবুজ ফিতে, 104 মিটার দৈর্ঘ্যের হলুদ ফিতে এবং 56 মিটার দৈর্ঘ্যের নীল ফিতে আছে।

আজ আমরা ঠিক করেছি এই বিভিন্ন রঙের ফিতেগুলির প্রত্যেকটির কতকগুলি সমান দৈর্ঘ্যের সবচেয়ে বড়ো টুকরো কাটব যাতে কোনো অন্য দৈর্ঘ্যের ফিতে পড়ে না থাকে।

1 হিসাব করে দেখি সবচেয়ে বড়ো কত দৈর্ঘ্যের টুকরো কাটব।

প্রথমে 32, 104 ও 56 -এর গ.সা.গু .করি।

32 =	$2 \times 2 \times 2$	$\times 2 \times 2$
104 =	$2 \times 2 \times 2$	$\times 13$
56 =	$2 \times 2 \times 2$	$\times 7$

∴ 32, 104 ও 56 -এর গ.সা.গু. $2\times2\times2 = 8$

∴ সবচেয়ে বড়ো 8 মিটার দৈর্ঘ্যের প্রতি রঙের টুকরো কাটতে পারব। অর্থাৎ তিনটি সংখ্যাকে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে সবচেয়ে বড়ো সাধারণ উৎপাদক নিলাম। সংখ্যা তিনটির গ.সা.গু. ☐

2 যদি সবুজ রঙের ফিতের দৈর্ঘ্য $2a^2b$ মিটার, হলুদ রঙের ফিতের দৈর্ঘ্য $4ab^2$ মিটার এবং নীল রঙের ফিতের দৈর্ঘ্য $6a^2b^2$ মিটার হয় তাহলে,

হিসাব করে দেখি তখন সবচেয়ে বড়ো মাপের সমান দৈর্ঘ্যের সবুজ, হলুদ ও নীল রঙের টুকরো কী পাব যাতে কোনো অন্য দৈর্ঘ্যের ফিতে পড়ে না থাকে।

$2a^2b$, $4ab^2$ ও $6a^2b^2$ -এর গ.সা.গু. কীভাবে পাব?

প্রথমে $2a^2b$, $4ab^2$ ও $6a^2b^2$-কে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি—

$2a^2b$ =		2	× a	×	a ×	b		
$4ab^2$ =	2 ×	2	× a	×		b	× b	
$6a^2b^2$ =	3 ×	2	× a	×	a ×	b	× b	

অন্যভাবে, 2, 4 ও 6-এর গ.সা.গু = ☐ প্রদত্ত সংখ্যামালাগুলির অর্থাৎ $2a^2b$, $4ab^2$ ও $6a^2b^2$-এর মধ্যে a-এর সর্বনিম্ন ঘাত a এবং b-এর সর্বনিম্ন ঘাত b ;a এবং b-তিনটি সংখ্যামালাতেই আছে।
∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. = $2a^1b^1 = 2ab$

∴ $2a^2b$, $4ab^2$ ও $6a^2b^2$ -এর সবচেয়ে বড়ো সাধারণ গুনণীয়ক [2ab]

∴ $2a^2b$, $4ab^2$ ও $6a^2b^2$ এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুনণীয়ক বা গ.সা.গু. 2ab

3 $6x^2yz^3$, $10x^3y^3z^3$ ও $8x^2yz^4$ -এর গ.সা.গু. নির্ণয় করি।

প্রথমে $6x^2yz^3$, $10x^3y^3z^3$ ও $8x^2yz^4$-এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি—

$6x^2yz^3 = 3 \times 2 \times x \times x \times y \times z \times z \times z$

$10x^3y^3z^3 = 5 \times 2 \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times z \times z \times z$

$8x^2yz^4 = 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times y \times z \times z \times z \times z$

∴ $6x^2yz^3$, $10x^3y^3z^3$ ও $8x^2yz^4$ -এর গ.সা.গু. = ☐

অন্যভাবে, 6, 10 ও 8-এর গ.সা.গু. = ☐

$6x^2yz^3$, $10x^3y^3z^3$ ও $8x^2yz^4$-এর মধ্যে x-এর সর্বনিম্ন ঘাত ☐, y-এর সর্বনিম্ন ঘাত ☐ এবং z-এর সর্বনিম্ন ঘাত ☐; x, y ও z তিনটি সংখ্যামালাতেই আছে।

∴ $6x^2yz^3$, $10x^3y^3z^3$ ও $8x^2yz^4$ -এর গ.সা.গু. ☐

নিজে করি— 14.1 1) ax^2, a^2x^3 ও a^4x -এর গ.সা.গু. খুঁজি।

4 $(4m^2 - 25n^2)$ ও $(2m^2n - 5mn^2)$ -এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির গ.সা.গু.কীভাবে পাব দেখি।

প্রথম সংখ্যামালা, $4m^2 - 25n^2 = (2m)^2 - (5n)^2$

$= (2m + 5n)(2m - 5n)$

দ্বিতীয় সংখ্যামালা, $2m^2n - 5mn^2 = mm(2m - 5n)$

প্রথম সংখ্যামালা ও দ্বিতীয় সংখ্যামালার গরিষ্ঠ সাধারণ গুনণীয়ক $(2m - 5n)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. = $2m - 5n$

5 $(x^3 + 2x^2)$ ও $(x^3 + 11x^2 + 18x)$ -এর গ.সা.গু. খুঁজি।

প্রথম সংখ্যামালা, $x^3 + 2x^2 = ☐(x + 2)$

দ্বিতীয় সংখ্যামালা, $x^3 + 11x^2 + 18x = ☐(x^2 + 11x + 18)$

$= ☐(x^2 + 9x + 2x + 18) = ☐(x + 9)☐$

প্রথম সংখ্যামালা ও দ্বিতীয় সংখ্যামালার গরিষ্ঠ সাধারণ গুনণীয়ক $x(x + 2)$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. = ☐

নিজে করি— 14.2 1) $x(x^2 - 9)$, $x^2 - x - 12$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির গ.সা.গু. নির্ণয় করি।

আজ আমরা ঠিক করেছি পর্দায় লাল, নীল ও সবুজ রঙের ফিতে দিয়ে নকশা তৈরি করব। ফারহা ও ঋতম ঠিক করেছে পর্দার দৈর্ঘ্য বরাবর সমান্তরালে প্রথমে লাল রঙের, তার নীচে নীল রঙের এবং একদম শেষে নীচে সবুজ রঙের ফিতে লাগবে। লাল, নীল ও সবুজ রঙের ফিতেগুলির টুকরোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 ডেসিমি., 8 ডেসিমি. ও 1 মিটার।

হিসাব করে দেখি রঙিন ফিতের টুকরোগুলি পর্দায় সম্পূর্ণভাবে লাগানোর জন্য কমপক্ষে কত ডেসিমিটার লম্বা পর্দা দরকার।

1 মিটার = 10 ডেসিমি.

6 আমি প্রথমে 6, 8 ও 10 -এর ল.সা.গু. খুঁজি—

$6 = 3 \times 2$

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$10 = 5 \times 2$

6, 8 ও 10 -এর সাধারণ উৎপাদক 2 এবং বাকি মৌলিক উৎপাদকগুলি 2, 2, 3 ও 5

∴ 6, 8 ও 10 -এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা ল.সা.গু. $= 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 = 120$

∴ কমপক্ষে 120 ডেসিমি. = 12 মিটার লম্বা পর্দায় প্রতিটি রঙিন ফিতে সম্পূর্ণভাবে লাগানো যাবে।

7 কিন্তু যদি লাল রঙের $4xy^2z$ ডেসিমি., নীল রঙের $6yz^2x$ ডেসিমি. ও সবুজ রঙের $10zx^2y$ ডেসিমি. দৈর্ঘ্যের টুকরোগুলি পর পর আটকাতাম তবে পর্দার দৈর্ঘ্য কমপক্ষে কত হলে রঙিন ফিতের টুকরোগুলি পর পর সম্পূর্ণভাবে লাগাতে পারতাম হিসাব করি।

$4xy^2z$, $6yz^2x$ ও $10zx^2y$ -এর ল.সা.গু. কীভাবে নির্ণয় করব চেষ্টা করি।

প্রথমে $4xy^2z$, $6yz^2x$ ও $10zx^2y$ কে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

$4xy^2z = 2 \times 2 \times x \times y \times y \times z$

$6yz^2x = 3 \times 2 \times x \times y \times z \times z$

$10zx^2y = 5 \times 2 \times x \times x \times y \times z$

∴ $4xy^2z$, $6yz^2x$ ও $10zx^2y$ -এর সাধারণ উৎপাদক $2xyz$, এবং বাকি মৌলিক উৎপাদকগুলি হলো 2, 3, 5, x, y, z

∴ $4xy^2z$, $6yz^2x$ ও $10zx^2y$ -এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বা ল.সা.গু. $2xyz \times 2 \times 3 \times 5 \times x \times y \times z = 60x^2y^2z^2$

অন্যভাবে, 4, 6 ও 10 এর ল.সা.গু. = ☐

$4xy^2z$, $6yz^2x$ ও $10zx^2y$ এর মধ্যে x-এর সর্বোচ্চ ঘাত 2, y-এর সর্বোচ্চ ঘাত 2 ও z-এর সর্বোচ্চ ঘাত 2

∴ $4xy^2z$, $6yz^2x$ ও $10zx^2y$ এর ল.সা.গু. $= 60x^2y^2z^2$

8 $3ab$, $9a^2c$ ও $12a^2c^2$ এর ল.সা.গু. খুঁজি।

প্রথম সংখ্যামালা, $3ab = 3 \times a \times b$

দ্বিতীয় সংখ্যামালা, $9a^2c = 3 \times 3 \times a \times a \times c$

তৃতীয় সংখ্যামালা, $12a^2c^2 = 3 \times 2 \times 2 \times a \times a \times c \times c$

3, 9 ও 12 এর ল.সা.গু. = ☐

$3ab$, $9a^2c$ ও $12a^2c^2$ এর মধ্যে a-এর সর্বোচ্চ ঘাত ☐, b-এর সর্বোচ্চ ঘাত 1 এবং c-এর সর্বোচ্চ ঘাত ☐

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. = $36a^2bc^2$

নিজে করি— 14.3 1) $4a^2b^4c$, $12a^3bc^5$ ও $18a^2b^3c^2$-এর ল.সা.গু. নির্ণয় করি।

9 $(a^2 - 2a)$ ও $(a^2 - 3a + 2)$ -এর ল.সা.গু. কী হবে দেখি।

প্রথম সংখ্যামালা, $a^2 - 2a = ☐(a - 2)$

দ্বিতীয় সংখ্যামালা, $a^2 - 3a + 2 = a^2 - 2a - a + 2$

$= a(a - 2) - 1(a - 2)$

$= (a - 2)(a - 1)$

∴ প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যামালাদের সাধারণ উৎপাদক $(a - 2)$ ও বাকি মৌলিক উৎপাদকগুলি a ও $(a - 1)$

∴ নির্ণেয় ল.সা.গু. = $a(a - 2)(a - 1)$

নিজে করি— 14.4 1) $2(x - 4)$ ও $(x^2 - 3x + 2)$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় করি।

10 $(x^3 - 8)$, $(x^2 + 3x - 10)$ ও $(x^3 + 2x^2 + 8x)$ এর গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. খুঁজি।

প্রথম সংখ্যামালা, $x^3 - 8 = x^3 - (2)^3$

$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

দ্বিতীয় সংখ্যামালা, $x^2 + 3x - 10 = x^2 + 5x - 2x - 10$

$= x(x + 5) - 2(x + 5) \quad = (x + 5)☐$

তৃতীয় সংখ্যামালা, $x^3 + 2x^2 - 8x = ☐(x^2 + 2x - 8)$

$= x\{x^2 + 4x - 2x - 8\}$

$= x\{x(x + 4) - 2(x + 4)\} \quad = x(x + 4) \times ☐$

∴ নির্ণেয় গ.সা.গু. = $x - 2$

নির্ণেয় ল.সা.গু. = $x(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 5)(x + 4)$

নিজে করি— 14.5 1) $(y^3 - 8)$, $(y^3 - 4y^2 + 4y)$ ও $(y^2 + y - 6)$ এর গ.সা.গু ও ল.সা.গু. নির্ণয় করি।

কষে দেখি—14

1. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির গ.সা.গু. নির্ণয় করি—

(i) $4a^2b^2, 20ab^2$ (ii) $5p^2q^2, 10p^2q^2, 25p^4q^3$ (iii) $7y^3z^6, 21y^2, 14z^2$ (iv) $3a^2b^2c, 12a^2b^4c^2, 9a^5b^4$

2. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির ল.সা.গু. নির্ণয় করি—

(i) $2x^2y^3, 10x^3y$ (ii) $7p^2q^3, 35p^3q, 42pq^4$

(iii) $5a^5b, 15ab^2c, 25a^2b^2c^2$ (iv) $11a^2bc^2, 33a^2b^2c, 55a^2bc^2$

3. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির গ.সা.গু. নির্ণয় করি—

(i) $5x(x+y), x^3-xy^2$ (ii) x^3-3x^2y, x^2-9y^2 (iii) $2ax(a-x)^2, 4a^2x(a-x)^3$

(iv) $x^2-1, x^2-2x+1, x^3+x^2-2x$ (v) a^2-1, a^3-1, a^2+a-2 (vi) $x^2+3x+2, x^2+4x+3, x^2+5x+6$

(vii) $x^2+xy, xz+yz, x^2+2xy+y^2$ (viii) $8(x^2-4), 12(x^3+8), 36(x^2-3x-10)$

(ix) $a^2-b^2-c^2+2bc, b^2-c^2-a^2+2ac, c^2-a^2-b^2+2ab$ (x) $x^3-16x, 2x^3+9x^2+4x, 2x^3+x^2-28x$

(xi) $4x^2-1, 8x^3-1, 4x^2-4x+1$ (xii) $x^3-3x^2-10x, x^3+6x^2+8x, x^4-5x^3-14x^2$

(xiii) $6x^2-13xa+6a^2, 6x^2+11xa-10a^2, 6x^2+2xa-4a^2$

4. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির ল.সা.গু. নির্ণয় করি—

(i) $p^2-q^2, (p+q)^2$ (ii) $(x^2y^2-x^2), (xy^2-2xy+x)$ (iii) $(p+q)(p+r), (q+r)(r+p), (r+p)(p+q)$

(iv) $ab^4-8ab, a^2b^4+8a^2b, ab^4-4ab^2$ (v) $x^4+x^2y^2+y^4, x^3y+y^4, (x^2-xy)^3$

(vi) $p^2+2p, 2p^4+3p^3-2p^2, 2p^3-3p^2-14p$ (vii) $x^2-y^2+z^2-2xz, x^2-y^2-z^2+2yz, xy+zx+y^2-z^2$

(viii) $x^2-xy-2y^2, 2x^2-5xy+2y^2, 2x^2+xy-y^2$ (ix) $3x^2-15x+18, 2x^2+2x-24, 4x^2+36x+80$

(x) $(a^2+2a)^2, 2a^3+3a^2-2a, 2a^4-3a^3-14a^2$ (xi) $3a^2-5ab-12b^2, a^5-27a^2b^3, 9a^2+24ab+16b^2$

5. নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. নির্ণয় করি—

(i) $x^3-8, x^2+3x-10, x^3+2x^2-8x$ (ii) $3y^2-15y+18, 2y^2+2y-24, 4y^2+36y+80$

(iii) $a^3-4a^2+4a, a^2+a-6, a^3-8$ (iv) $a^2+b^2-c^2+2ab, c^2+a^2-b^2+2ca, b^2+c^2-a^2+2bc$

(v) $x^3-4x, 4(x^2-5x+6), (x^2-4x+4)$

15. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার সরলীকরণ

সুমিতার কাছে 20 মিটার লম্বা লাল ফিতে আছে। আমি ও শান্তনু অনেকগুলি কার্ড তৈরি করেছি। আমরা ঠিক করেছি এই কার্ডগুলির চারধার লাল ফিতে দিয়ে মুড়ে দেব।

1 আমি সুমিতার 20 মিটার লম্বা ফিতে থেকে 5 মিটার নিয়েছি। আর শান্তনু নিয়েছে 4 মিটার।

হিসাব করে দেখি আমরা দুজনে মোট কত অংশ ফিতে নিলাম।

আমি নিলাম মোট দৈর্ঘ্যের $\frac{5}{20}$ অংশ $= \frac{1}{4}$ অংশ

শান্তনু নিল মোট দৈর্ঘ্যের $\frac{8}{20}$ অংশ $= \frac{2}{5}$ অংশ

দুজনে মোট নিলাম $\frac{1}{4}$ অংশ $+ \frac{2}{5}$ অংশ

$= (\frac{1}{4} + \frac{2}{5})$ অংশ $= (\frac{5+8}{20})$ অংশ

$= \frac{13}{20}$ অংশ

এখনও বাকি আছে $(1 - \frac{13}{20})$ অংশ $= (\frac{20-13}{20})$ অংশ

$= \frac{7}{20}$ অংশ

2 যদি সুমিতার কাছে $4x^2$ মিটার লম্বা লাল ফিতে থাকত ও সেখান থেকে আমি $2xb$ মিটার লম্বা লাল ফিতে নিয়ে নিতাম এবং শান্তনু ax মিটার লম্বা লাল ফিতে নিত তাহলে,

হিসাব করে দেখি আমি ও শান্তনু মোট কত অংশ লাল ফিতে নিয়েছি।

আমি লাল ফিতে নিয়েছি $\frac{2xb}{4x^2}$ অংশ $= \frac{b}{2x}$ অংশ

দেখছি $\frac{2xb}{4x^2}$ ও $\frac{b}{2x}$ — একই, এদের কী বলব?

$\frac{2xb}{4x^2}$ —এর লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ হলো $\frac{b}{2x}$

শান্তনু লাল ফিতে নিয়েছে $\frac{ax}{4x^2}$ অংশ $= \frac{a}{4x}$ অংশ

দেখছি $\frac{ax}{4x^2}$ ও $\frac{a}{4x}$ — একই, এদের কী বলব?

বুঝেছি $\frac{a}{4x}$ হলো $\frac{ax}{4x^2}$ — এর ☐ আকারে প্রকাশ।

আমরা দুজনে মোট লাল ফিতে নিয়েছি, $\frac{b}{2x}$ অংশ $+ \frac{a}{4x}$ অংশ

$= (\frac{b}{2x} + \frac{a}{4x})$ অংশ $= (\frac{2b+a}{4x})$ অংশ

কতটা অংশ লাল ফিতে পড়ে রইল হিসাব করি,

$$\left(1-\frac{2b+a}{4x}\right) \text{ অংশ} = \left(\frac{4x}{4x}-\frac{2b+a}{4x}\right) \text{ অংশ}$$

$$= \frac{4x-(2b+a)}{4x} \text{ অংশ}$$

$$= \frac{4x-2b-a}{4x} \text{ অংশ}$$

3 $\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}$ — কী হয় দেখি।

প্রথমে ভগ্নাংশ দুটিকে সাধারণ হরে পরিণত করি।

yz ও xz — এর ল.সা.গু. = xyz, $xyz \div yz = x$ এবং $xyz \div xz = y$

$$\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz} = \frac{x \times x}{xyz}+\frac{y \times y}{xyz} = \frac{x^2+y^2}{xyz}$$

4 $\frac{x^2}{a}+\frac{a^2}{x}$ —এর সরল করি।

$$\frac{x^2}{a}+\frac{a^2}{x} = \frac{x^3+a^3}{ax}$$

5 এবার $\frac{x}{x\text{-}4}-\frac{1}{x^2\text{-}16}$ —এর সরল করি।

প্রথমে ভগ্নাংশ দুটিকে সাধারণ হর বিশিষ্ট করি।

$$\frac{x}{x-4}-\frac{1}{(x+4)(x-4)}$$

$$= \frac{x(x+4)}{(x-4)(x+4)}-\frac{1}{(x+4)(x-4)}$$

[(x – 4) ও (x + 4) (x – 4) —এর ল.সা.গু. = (x + 4) (x – 4)]

$$= \frac{x(x+4)-1}{(x-4)(x+4)} = \frac{x^2+4x-1}{x^2-16}$$

6 $\frac{1}{(b-c)(c-a)}+\frac{1}{(c-a)(a-b)}+\frac{1}{(a-b)(b-c)}$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালার সরল করি।

প্রথমে (b – c) (c – a), (c – a) (a – b) ও (a – b) (b – c) এর ল.সা.গু. কী হবে দেখি।
(b – c) (c – a), (c – a) (a – b) ও (a – b) (b – c) এর ল.সা.গু. = (a – b) (b – c) (c – a)

$$\frac{1}{(b-c)(c-a)}+\frac{1}{(c-a)(a-b)}+\frac{1}{(a-b)(b-c)}$$

$$= \frac{a-b}{(a-b)(b-c)(c-a)} + \frac{b-c}{(a-b)(b-c)(c-a)} + \frac{c-a}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

[(a – b) (b – c) (c – a) ÷ (b – c) (c – a) = (a – b)
☐ ÷ ☐ = (b – c)
☐ ÷ ☐ = (c – a)]

$$= \frac{a-b+b-c+c-a}{(a-b)(b-c)(c-a)} = \frac{0}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0$$

নিজে করি—15.1

1) সরল করি :

(i) $\frac{2x}{3ab} - \frac{3b}{6ac}$ (ii) $\frac{4xy}{3mn} - \frac{2yz}{6n}$

(iii) $\frac{a}{a^2+ab} - \frac{b}{(a+b)^2}$ (iv) $\frac{x}{x^2+xy} - \frac{x}{x-y}$

7 আমি লাল ফিতের মোট দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{4}$ অংশ নিয়েছি, আমার ভাই আমার থেকে আমার ফিতের $\frac{2}{7}$ অংশ ফিতে নিয়ে নিল।

∴ ভাই নিল লাল ফিতের মোট দৈর্ঘ্যের $\frac{1}{4} \times \frac{2}{7}$ অংশ $= \frac{2}{28}$ অংশ

8 ধরি ফিতের দৈর্ঘ্য $8a^2x^2$ মি.। আমি 2ax মি.ফিতে নিয়েছি।

আমি নিলাম $\frac{\cancel{2ax}^1}{\cancel{8a^2x^2}_{4ax}}$ অংশ $= \frac{1}{4ax}$ অংশ

∴ $\frac{2ax}{8a^2x^2}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করে পাই ☐।

9 ভাই আমার থেকে $\frac{5a}{3x^2b}$ অংশ ফিতে নিয়েছে।

ভাই আমার ফিতের মোট দৈর্ঘ্যের কত অংশ নিয়েছে দেখি।

ভাই নিয়েছে আমার ফিতের $\frac{1}{4ax} \times \frac{5a}{3x^2b}$ অংশ $= \frac{5a \times 1}{4ax \times 3x^2b}$ অংশ $= \frac{5a}{12x^3ab}$ অংশ ।

[∴ দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশের গুণ $= \frac{\text{লবগুলির গুণফল}}{\text{হরগুলির গুণফল}}$]

10 $\frac{1-x^2}{1+b} \times \frac{1-b^2}{x+x^2}$ — বীজগাণিতিক ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করি।

$$\frac{1-x^2}{1+b} \times \frac{1-b^2}{x^2+x} = \frac{(1+x)(1-x)}{1+b} \times \frac{(1+b)(1-b)}{x(1+x)} = \frac{(1-x)(1-b)(1+x)(1+b)}{x(1+x)(1+b)}$$

$$= \frac{(1-x)(1-b)}{x}$$

[লব ও হরে (1+ x) (1+ b) সাধারণ উৎপাদক। তাই লব ও হরে (1+ x) (1+b) ভাগ করে লঘিষ্ঠ রূপটি গুণফল পাব এবং এটাই ভগ্নাংশগুলির গুণফল।]

11 $\frac{(a+1)}{a+2} \times \frac{a^2-a-2}{a^2+a}$ কে লঘিষ্ঠ আকার প্রকাশ করি।

$\frac{a+1}{a+2} \times \frac{a^2-a-2}{a^2+a} = \frac{a+1}{a+2} \times \frac{\square \times \square}{\square\ (a+1)} = \frac{\square}{\square}$ [—নিজে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করি]

নিজে করি—15.2

1) $\frac{a(a+b)}{a-b} \times \frac{a-b}{b(a+b)} \times \frac{a}{b}$ কে লঘিষ্ঠ আকার প্রকাশ করি।

12 আমাদের লাল ফিতে পড়ে ছিল $\frac{7}{20}$ অংশ। এই বাকি ফিতে আমি $\frac{3}{5}$ অংশে সমান ভাগে ভাগ করলাম।

প্রত্যেক ভাগে থাকল $\frac{7}{20}$ অংশ ÷ $\frac{3}{5}$ অংশ = $(\frac{7}{\cancel{20}_4} \times \frac{\cancel{5}}{3})$ অংশ = $\frac{7}{12}$ অংশ

অর্থাৎ প্রথম ভগ্নাংশ ÷ দ্বিতীয় ভগ্নাংশ

= প্রথম ভগ্নাংশ × $\frac{1}{\text{দ্বিতীয় ভগ্নাংশ}}$ [বা দ্বিতীয় ভগ্নাংশের অন্যোন্যক]

13 যদি $\frac{5xb}{2a^3}$ অংশ লাল ফিতে পড়ে থাকত এবং আমি এই পড়ে থাকা লাল ফিতেকে $\frac{7x^2}{3ab}$ অংশে সমান ভাগে ভাগ করতাম তাহলে,

প্রতি ভাগে আছে = $\frac{5xb}{2a^3} \div \frac{7x^2}{3ab}$ অংশ = $\frac{5xb}{2a^3} \times \frac{3ab}{7x^2}$ অংশ

= $\frac{15xab^2}{14a^3x^2}$ অংশ = $\frac{15b^2}{14a^2x}$ অংশ

14 $\frac{x^2+x-2}{x^2-2x-8} \div \frac{x^2-x-6}{x^2-3x-4}$ কে লঘিষ্ঠ আকার প্রকাশ করি।

$\frac{x^2+x-2}{x^2-2x-8} \div \frac{x^2-x-6}{x^2-3x-4} = \frac{x^2+x-2}{x^2-2x-8} \times \frac{x^2-3x-4}{x^2-x-6}$

$= \frac{x^2+2x-x-2}{x^2-4x+2x-8} \times \frac{x^2-4x+x-4}{x^2-3x+2x-6}$

$= \frac{x(x+2)-1(x+2)}{x(x-4)+2(x-4)} \times \frac{x(x-4)+1(x-4)}{x(x-3)+2(x-3)}$

$= \frac{(x+2)(x-1)}{(x-4)(x+2)} \times \frac{(x-4)(x+1)}{(x-3)(x+2)}$

$= \frac{(x+2)(x-1)(x-4)(x+1)}{(x-4)(x+2)(x-3)(x+2)}$

[লব ও হরে $\square \times \square$ সাধারণ উৎপাদক। তাই লব ও হরে (x + 2) (x – 4) দিয়ে ভাগ করে লঘিষ্ঠ রূপ পাব।]

$= \frac{\cancel{(x+2)}(x-1)\cancel{(x-4)}(x+1)}{\cancel{(x-4)}\cancel{(x+2)}(x-3)(x+2)}$

$= \frac{(x-1)(x+1)}{(x-3)(x+2)}$

15 $\frac{p^2-q^2}{x-y} \div \frac{p+q}{x^2-y^2}$ কে লঘিষ্ঠ আকার প্রকাশ করি এবং লব ও হরের সাধারণ উৎপাদক লিখি।

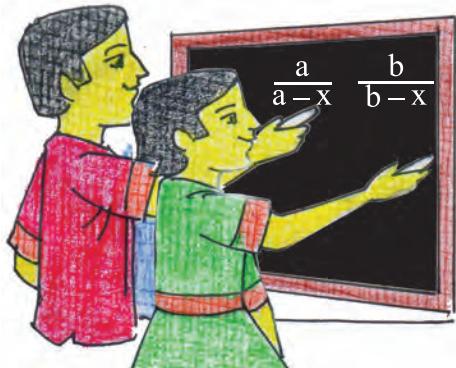
[নিজে করি]

$$\frac{p^2-q^2}{x-y} \div \frac{p+q}{x^2-y^2} = \frac{p^2-q^2}{x-y} \times \frac{\square}{\square} = \frac{(p+q)\,(p-q)}{(x-y)} \times \frac{(x-y)\,(x+y)}{p+q} = \frac{\square}{\square}$$

লব ও হরের সাধারণ উৎপাদক $\square$

নিজে করি—15.3

নীচের বীজগাণিতিক ভগ্নাংশগুলি লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করি।

(i) $\frac{a^2 \times c^2}{c^2 \times d^2} \div \frac{bc}{ad}$ (ii) $\frac{x^2y-xy^2}{x^2-xy}$ (iii) $\frac{p^2-q^2}{x+y} \div \frac{p-q}{x^2-y^2}$

আমি বোর্ডে কিছু বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ লিখব। সিরাজ সেগুলি সরলীকরণের চেষ্টা করবে।

আমি লিখলাম — $\dfrac{\frac{a}{a-x}+\frac{b}{b-x}+\frac{c}{c-x}}{\frac{3}{x}-\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}-\frac{1}{x-c}}$

সিরাজ করল — $\dfrac{\frac{a}{a-x}+\frac{b}{b-x}+\frac{c}{c-x}}{\frac{3}{x}-\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}-\frac{1}{x-c}}$

$$= \frac{3 + \frac{a}{a-x} - 1 + \frac{b}{b-x} \quad 1 + \frac{c}{c-x} - 1}{\frac{3}{x}-\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}-\frac{1}{x-c}}$$

$$= \frac{3 + \frac{\cancel{a}-\cancel{a}+x}{a-x} + \frac{\cancel{b}-\cancel{b}+x}{b-x} + \frac{\cancel{c}-\cancel{c}+x}{c-x}}{\frac{3}{x}-\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}-\frac{1}{x-c}}$$

$$= \frac{3+\frac{x}{a-x}+\frac{x}{b-x}+\frac{x}{c-x}}{\frac{1}{x}\left(3+\frac{x}{a-x}+\frac{x}{b-x}+\frac{x}{c-x}\right)} = \frac{x\left(3+\frac{x}{a-x}+\frac{x}{b-x}+\frac{x}{c-x}\right)}{\left(3+\frac{x}{a-x}+\frac{x}{b-x}+\frac{x}{c-x}\right)} = x$$

কষে দেখি —15

1. নীচের সম্পর্কগুলি দেখি ও কোনটি সত্য ও কোনটি মিথ্যা লিখি।

(i) $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ (ii) $\frac{a}{x+y} = \frac{a}{x} + \frac{a}{y}$ (iii) $\frac{x-y}{a-b} = \frac{y-x}{b-a}$ (iv) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+y}$

2. নীচের বীজগাণিতিক ভগ্নাংশগুলি লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করি।

(i) $\frac{63a^3b^4}{77b^5}$ (ii) $\frac{18a^4b^5c^2}{21a^7b^2}$ (iii) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ (iv) $\frac{a+1}{a-2} \times \frac{a^2-a-2}{a^2+a}$

(v) $\frac{p^3+q^3}{p^2-q^2} \div \frac{p+q}{p-q}$ (vi) $\frac{x^2-x-6}{x^2+4x-5} \times \frac{x^2+6x+5}{x^2-4x+3}$ (vii) $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab} \div \frac{a^3+b^3}{a^2-b^2}$

3. নীচের বীজগাণিতিক ভগ্নাংশগুলি সরলতম আকারে প্রকাশ করি।

(i) $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}$ (ii) $\frac{a-b-c}{a} + \frac{a+b+c}{a}$ (iii) $\frac{x^2+a^2}{ab} + \frac{x-a}{ax} - \frac{x^3}{b}$

(iv) $\frac{2a^2b}{3b^2c} \times \frac{c^4}{3a^3} \div \frac{4bc^3}{9a^2}$ (v) $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-4x+3}$

(vi) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2+1} + \frac{4x^3}{x^4+1}$ (vii) $\frac{b^2-5b}{3b-4a} \times \frac{9b^2-16a^2}{b^2-25} \div \frac{3b^2+4ab}{ab+5a}$

(viii) $\frac{b+c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c+a}{(b-a)(b-c)} + \frac{a+b}{(c-a)(c-b)}$

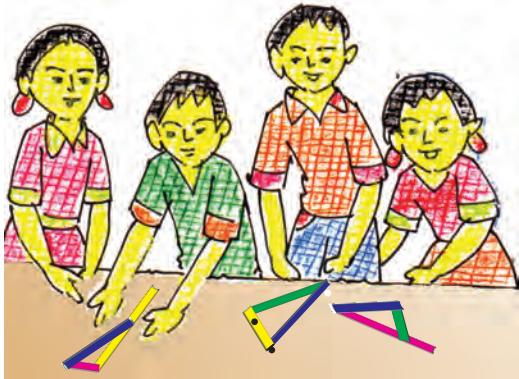
(ix) $\frac{b+c-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{c+a-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{a+b-c}{(c-a)(c-b)}$

(x) $\dfrac{\frac{a^2}{x-a} + \frac{b^2}{x-b} + \frac{c^2}{x-c} + a+b+c}{\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}}$

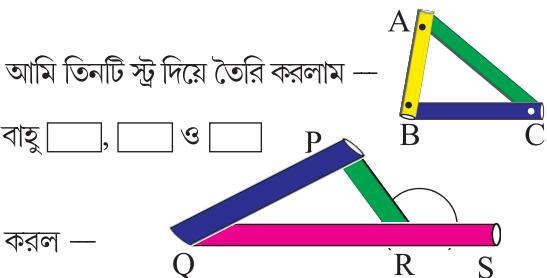
(xi) $\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right) \div \left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) \times \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)$

(xii) $\frac{b+c}{bc}(b+c-a) + \frac{c+a}{ca}(c+a-b) + \frac{a+b}{ab}(a+b-c)$

(xiii) $\frac{y^2+yz+z^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{z^2+zx+x^2}{(y-z)(y-x)} + \frac{x^2+xy+y^2}{(z-x)(z-y)}$

16. ত্রিভুজের কোণ ও বাহুর মধ্যে সম্পর্কের যাচাই

আজ আমি, তানিয়া, কুন্তল ও তুলিকা ঠিক করেছি নানান রঙের স্ট্র পিন দিয়ে আটকে নানান ধরনের ত্রিভুজের মতো তৈরি করার চেষ্টা করব।

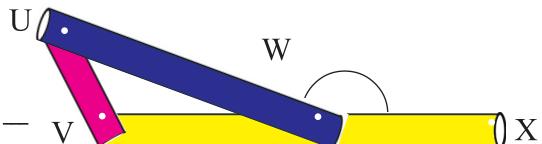
আমি তিনটি স্ট্র দিয়ে তৈরি করলাম — (A, B, C)

এই ABC চিত্রটি ত্রিভুজ আকারের দেখতে। এর তিনটি বাহু ☐, ☐ ও ☐ এবং তিনটি কোণ ☐, ☐ ও ☐

কিন্তু তুলিকা তিনটি স্ট্র পিন দিয়ে জুড়ে তৈরি করল — (P, Q, R, S)

দেখছি, PQR চিত্র ত্রিভুজ আকারের দেখতে। এর বাইরের একটি কোণ PRS তৈরি হয়েছে। এই কোণকে কী বলব?

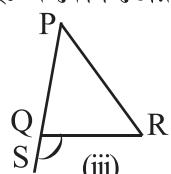
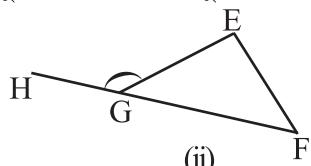
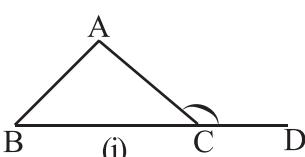
△PQR -এর ∠PQR, ∠QPR ও ∠PRQ কে অন্তঃস্থ কোণ এবং ∠PRS কে বহিঃস্থ কোণ বলা হয়।

দেখছি, ∠PRQ, বহিঃস্থ ∠PRS -এর সন্নিহিত কোণ।
কিন্তু ∠RPQ ও ∠PQR কোণ দুটিকে কী বলব?

△PQR -এর ∠RPQ ও ∠PQR কোণ দুটিকে ∠PRS -এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ বলা হয়।

আমিও তুলিকার মত একটি ত্রিভুজ তৈরি করলাম — (U, V, W, X)

△UVW -এর বহিঃস্থ কোণ ☐ (∠UWX/∠UWV). △UVW এর বহিঃস্থ ∠UWX এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুটি ∠UVW ও ☐

কুন্তল মোটা ড্রয়িং কাগজে নানা ধরনের ত্রিভুজ এঁকে একটি বাহু বাড়িয়ে দিয়ে বহিঃস্থ কোণ তৈরি করল।

(i) A, B, C, D　(ii) E, F, G, H　(iii) P, Q, R, S

তানিয়া চাঁদার সাহায্যে প্রতিটি ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ ও অন্তঃস্থ বিপরীত কোণগুলি মেপে লিখল—

(i) নং চিত্রে ত্রিভুজটির বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ = ☐ ডিগ্রি। অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ $\angle ABC$ = ☐ ডিগ্রি ও $\angle BAC$ = ☐ ডিগ্রি ।

আমি এই ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ ও অন্তঃস্থ বিপরীত কোণগুলির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজব।

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, $\angle ABC + \angle BAC$ = ☐ ডিগ্রি = $\angle ACD$ (প্রায়)

ত্রিভুজ	বহিঃস্থ কোণ	অন্তঃস্থ বিপরীত কোণগুলি	সম্পর্ক
$\triangle EFG$	☐ = ☐ ডিগ্রি	☐ = ☐ ডিগ্রি ☐ = ☐ ডিগ্রি	$\angle GEF + \angle EFG$ = ☐ (প্রায়)
$\triangle PQR$	$\angle RQS$ = ☐ ডিগ্রি	☐ = ☐ ডিগ্রি ☐ = ☐ ডিগ্রি	☐ + ☐ = $\angle RQS$ (প্রায়)

আমার ভাই প্রতিটি ত্রিভুজের তিনটি অন্তঃস্থ কোণই চাঁদার সাহায্যে মেপে লিখল। $\triangle ABC$ এর অন্তঃস্থ কোণ তিনটি ☐, ☐ ও ☐; $\angle ABC$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle BCA$ = ☐ ডিগ্রি এবং $\angle CAB$ = ☐ ডিগ্রি।

দেখছি, $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB$ = ☐ ডিগ্রি

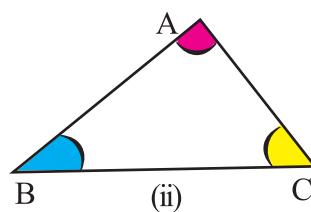
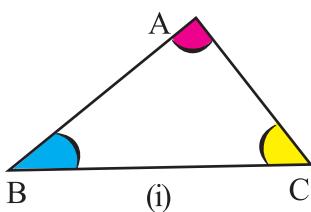
চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, (ii) ও (iii) নং চিত্রে প্রতিটি ত্রিভুজের কোণ তিনটির পরিমাপের সমষ্টি ☐ ডিগ্রি।

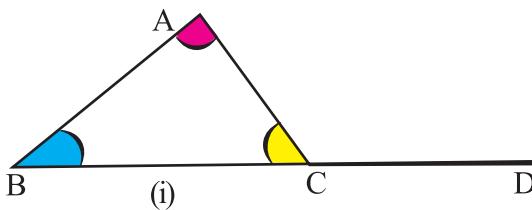
হাতেকলমে **[নিজে করি)]**

(i) প্রথমে মোটা ড্রয়িং পেপারে একই রকমের দুটি ত্রিভুজ ABC এঁকে ত্রিভুজাকারক্ষেত্র দুটি কেটে নিলাম।

(ii) এই ত্রিভুজাকারক্ষেত্র দুটির প্রতিটির কোণ তিনটিতে ছবির মতো রং দিলাম।

(i)

(ii)

(iii) এইরকম একটি ত্রিভুজাকারক্ষেত্র একটি পিচবোর্ডে আটকে দিলাম এবং BC বাহুকে D পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম।

(i)

(iv) অন্য ত্রিভুজের $\angle A$ ও $\angle B$ কেটে নিলাম ও নীচের ছবির মতো প্রথম ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণে বসিয়ে কী পেলাম দেখি —

দেখছি, বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD = \angle A + \angle B = \angle BAC + \square$ ।

উপপাদ্য 7 গাণিতিক যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করা চেষ্টা করি যে—

ত্রিভুজের কোনো একটি বাহুকে বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় সেটির পরিমাপ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুটির পরিমাপের যোগফলের সমান।

প্রদত্ত (দেওয়া আছে) : ABC একটি যেকোনো ত্রিভুজ নিলাম এবং এর BC বাহুকে D বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করলাম। এরফলে বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ এবং অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুটি $\angle ABC$ ও $\angle BAC$ উৎপন্ন হলো।

প্রামাণ্য : প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

অঙ্কন : $\triangle ABC$ -এর C বিন্দু দিয়ে AB বাহুর সমান্তরাল সরলরেখাংশ CP অঙ্কন করলাম।

প্রমাণ : AB ।। CP এবং BD ছেদক

$\therefore$ $\angle PCD =$ অনুরূপ $\angle ABC$ — — — — — — (i)

আবার AB ।। CP এবং AC ছেদক

$\therefore$ $\angle ACP =$ একান্তর $\angle BAC$ — — — — — — (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $\angle PCD + \angle ACP = \angle ABC + \angle BAC$

$\therefore$ $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

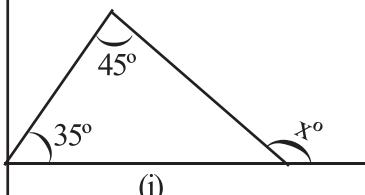
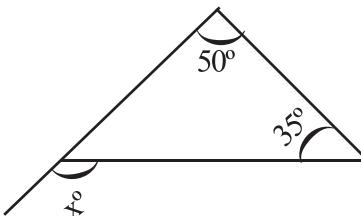
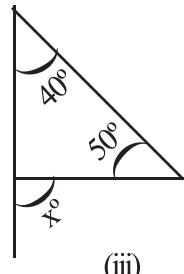
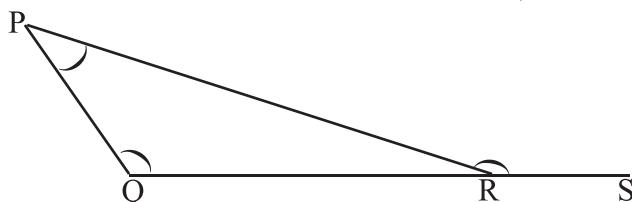
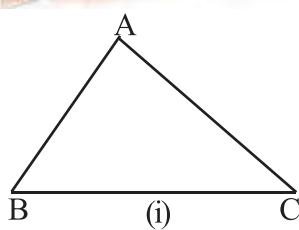
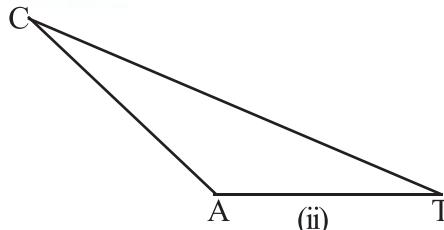
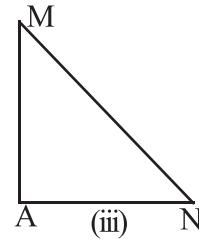
পেলাম, $\angle ABC + \angle BAC = \angle ACD$

$\triangle ABC$ -এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করায় যে বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD$ উৎপন্ন হয়েছে তার পরিমাপ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদুটি $\angle ABC$ ও $\angle BAC$ -এর পরিমাপের সমষ্টির সমান। প্রমাণিত।

উপপাদ্যের অঙ্কনে কোথায় কোথায় স্বীকার্যগুলি কাজে লাগছে আমরা খেয়াল করব। এই উপপাদ্যে কোথায় কোন স্বীকার্য কাজে লেগেছে তা লিখি

তানিয়া PUT একটি ত্রিভুজ আঁকল এবং এর UT বাহুকে R বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিল। এরফলে একটি বহিঃস্থ কোণ ☐ ও দুটি অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ ☐ ও ☐ উৎপন্ন হয়েছে। আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে নিজে প্রমাণ করি যে, $\angle PTR = \angle PUT + \angle UPT$

নিজে করি—16.1

1) নীচের ত্রিভুজগুলির কোণগুলি দেখি ও প্রতিটির বহিঃস্থ কোণ x -এর মান কী হবে হিসাব করে লিখি—

2) নীচের ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ ∠PRS ও এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ দুটির সম্পর্ক লিখি—

পল্লবী ও কুন্তল অনেকগুলি নানান আকারের ত্রিভুজ আঁকল।

চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, $\triangle ABC$ -এর $\angle BAC = \square$ ডিগ্রি, $\angle ABC = \square$ ডিগ্রি এবং $\angle ACB = \square$ ডিগ্রি। আবার $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = \square$ ডিগ্রি।

কুন্তল চাঁদা দিয়ে মেপে দেখল $\triangle ACT$ -এর $\angle CAT = \square$ ডিগ্রি, $\angle ACT = \square$ ডিগ্রি এবং $\angle CTA = \square$ ডিগ্রি। আবার $\angle ACT + \angle CAT + \angle CTA = \square$ ডিগ্রি।

পল্লবী $\triangle AMN$ -এর তিনটি কোণ চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখল, $\triangle AMN$ -এর তিনটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি $= \square$ ডিগ্রি।

হাতেকলমে

1) আমি মোটা আর্ট পেপারে ABC একটি ত্রিভুজ আঁকলাম।

2) এবার ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের প্রতিটি কোণ পাশের ছবির মতো রং করলাম।

3) এই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের প্রতিটি কোণ কেটে নিয়ে পাশের ছবির মতো শীর্ষবিন্দুগুলি মিলিয়ে কী পেলাম দেখি—

হাতেকলমে দেখছি ত্রিভুজটির তিনটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি ☐ ডিগ্রি।

উপপাদ্য 8 যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে—

একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°।

প্রদত্ত : $\triangle ABC$ একটি যেকোনো ত্রিভুজ।

প্রামাণ্য : প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ABC$ এর তিনটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি 2 সমকোণের সমান।

অর্থাৎ $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$

অঙ্কন : $\triangle ABC$ -এর BC বাহুকে D বিন্দু পর্যন্ত বাড়ালাম।

প্রমাণ : $\triangle ABC$ -এর $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$ [∵ ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদুটির পরিমাপের সমষ্টির সমান]

বা, $\angle ACD + \angle ACB = \angle ABC + \angle BAC + \angle ACB$ [উভয় পাশে $\angle ACB$ যোগ করে পাই]

এখানে, $\angle ACD + \angle ACB = 180^\circ$ [∵ BD সরলরেখাংশের উপর C বিন্দুতে CA সরলরেখাংশ দণ্ডায়মান]

$\therefore \angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180^\circ$

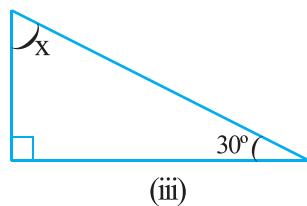
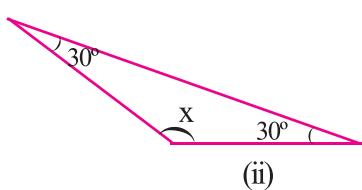
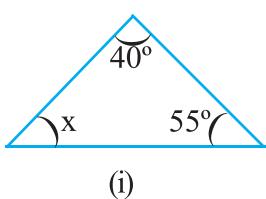
$\therefore \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$ বা, দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

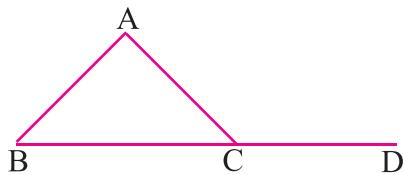
নিজে করি—16.2

1) আমি নীচের ত্রিভুজগুলি দেখি ও অজানা কোণগুলির পরিমাপ কী হবে লেখার চেষ্টা করি।

(i)

(ii)

(iii)

প্রয়োগ: **1** চিত্রে, $\angle ACD = 114^\circ$ এবং $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle BAC$

$\triangle ABC$ -এর কোণগুলির মান কত হিসাব করি।

প্রমাণ : $\angle ACD + \angle ACB = 180^\circ$

বা, $\angle ACB = 180^\circ - \angle ACD$

বা, $\angle ACB = 180^\circ - 114^\circ$

$\therefore$ $\angle ACB = 66^\circ$

$\triangle ABC$ -এর বহিঃকোণ $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$

দেওয়া আছে $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle BAC$ বা, $\angle BAC = 2\ \angle ABC$

সুতরাং, $\angle ABC + 2\ \angle ABC = 114^\circ$

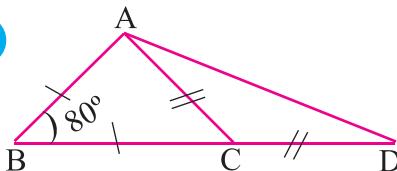
বা, $3\ \angle ABC = 114^\circ$

বা, $\angle ABC = \frac{114^\circ}{3}$

$\therefore$ $\angle ABC = 38^\circ$

$\therefore\ \angle BAC = 2 \times 38^\circ = 76^\circ,\ \angle ACB = 66^\circ$

সুতরাং $\angle ACB = 66^\circ,\ \angle ABC = 38^\circ,\ \angle BAC = 76^\circ$

প্রয়োগ: **2**

চিত্রে, $AB = BC, AC = CD$ এবং $\angle ABC = 80^\circ$

$\angle ADC$ এর পরিমাপ কত লিখি।

প্রমাণ : $\triangle ABC$ এর $AB = BC$; সুতরাং, $\angle ACB = \angle BAC$

বা, $\triangle ABC$ তে $\angle ACB + \angle ABC + \angle BAC = 180^\circ$

বা, $\angle ACB + 80^\circ + \angle ACB = 180^\circ$

বা, $2\ \angle ACB = 180^\circ - 80^\circ$

বা, $\angle ACB = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$

$\triangle ADC$ -এর $AC = CD$ সুতরাং, $\angle ADC = \angle CAD$

$\triangle ADC$ এর বহিঃকোণ $\angle ACB = \angle ADC + \angle CAD$

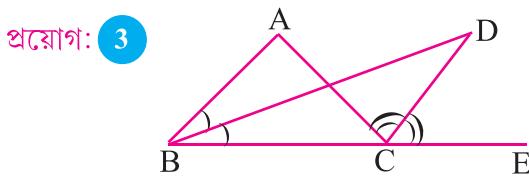
বা, $50^\circ = \angle CAD + \angle CAD$

বা, $2\ \angle CAD = 50^\circ$

বা, $\angle CAD = 25^\circ$

$\therefore$ $\angle ADC = 25^\circ$

প্রয়োগ: 3

ABC ত্রিভুজের $\angle ABC$ এর অন্তঃসমদ্বিখণ্ডক এবং $\angle ACB$ এর বহিঃসমদ্বিখণ্ডক অর্থাৎ $\angle ACE$ এর সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করি যে, $\angle BDC = \frac{1}{2}\angle BAC$

প্রদত্ত : $\triangle ABC$ এর $\angle ABC$ এর অন্তঃসমদ্বিখণ্ডক এবং $\angle ACB$ এর বহিঃসমদ্বিখণ্ডক বা $\angle ACE$ এর সমদ্বিখণ্ডক D বিন্দুতে মিলিত হয়।

প্রামাণ্য : $\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BAC$

প্রমাণ : $\triangle BDC$ তে বহিঃকোণ $\angle DCE = \angle DBC + \angle BDC$

বা, $2\angle DCE = 2\angle DBC + 2\angle BDC$

বা, $\angle ACE = \angle ABC + 2\angle BDC$ $\quad [\because \angle DCE = \frac{1}{2}\angle ACE$ এবং $\angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC]$

$\triangle ABC$ এর বহিঃকোণ $\angle ACE = \angle ABC + \angle BAC$

বা, $\angle ABC + \angle BAC = \angle ABC + 2\angle BDC$

বা, $\angle BAC = 2\angle BDC$

$\therefore$ $\angle BDC = \frac{1}{2}\angle BAC$

প্রয়োগ: 4 প্রমাণ করি ত্রিভুজের বাহুগুলিকে একইক্রমে বর্ধিত করে যে তিনটি বহিঃকোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি চার সমকোণ।

প্রদত্ত : $\triangle ABC$ এর BC, CA এবং AB বাহুকে একইক্রমে যথাক্রমে D, E ও F বিন্দু পর্যন্ত বাড়ালে তিনটি বহিঃকোণ $\angle ACD$, $\angle BAE$ ও $\angle CBF$ উৎপন্ন হলো।

প্রামাণ্য : $\angle ACD + \angle BAE + \angle CBF = 4$ সমকোণ

প্রমাণ : $\angle ACB + \angle ACD = 2$ সমকোণ

$\angle BAC + \angle BAE = 2$ সমকোণ

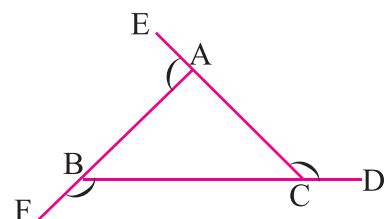
$\angle ABC + \angle CBF = 2$ সমকোণ

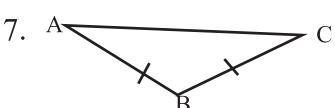
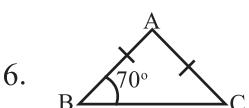
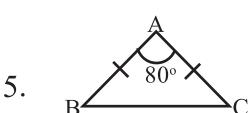
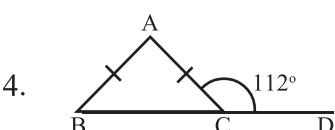
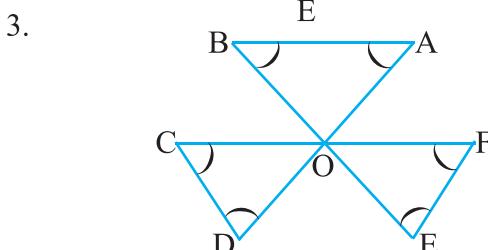
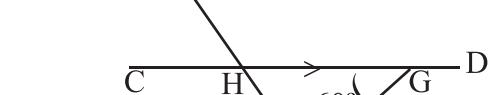
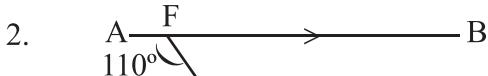
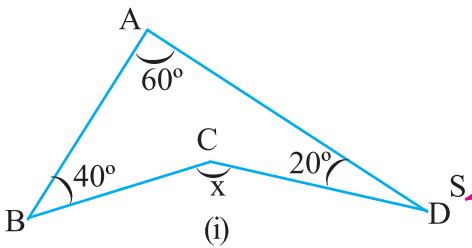
সুতরাং, $\angle ACB + \angle BAC + \angle ABC + \angle ACD + \angle BAE + \angle CBF = 6$ সমকোণ

$\triangle ABC$ এর $\angle ACB + \angle BAC + \angle ABC = 2$ সমকোণ

সুতরাং, 2 সমকোণ $+ \angle ACD + \angle BAE + \angle CBF = 6$ সমকোণ

বা, $\angle ACD + \angle BAE + \angle CBF = 6$ সমকোণ $-$ 2 সমকোণ

$\therefore$ $\angle ACD + \angle BAE + \angle CBF = 4$ সমকোণ

কষে দেখি — 16.1

1. নীচের প্রতিক্ষেত্রে (x) এর মান লিখি :

2. পাশের চিত্রে $\triangle EHG$ এর কোণগুলির পরিমাপ লিখি।

3. পাশের চিত্রে $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ এর পরিমাপ লিখি।

4.

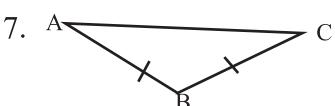
$AB = AC$ হলে $\angle ABC$, $\angle ACB$ ও $\angle BAC$-এর পরিমাপ লিখি।

5.

$AB = AC$ হলে $\angle ABC$ ও $\angle ACB$-এর পরিমাপ লিখি।

6.

$AB = AC$ হলে $\angle ACB$ ও $\angle BAC$-এর পরিমাপ লিখি।

7.

$AB = BC$ এবং $\angle BAC + \angle ACB = 50^\circ$; $\triangle ABC$-এর কোণগুলির পরিমাপ লিখি।

8. $\triangle ABC$ এর অন্তঃস্থ একটি বিন্দু O; প্রমাণ করি যে $\angle BOC > \angle BAC$

9. প্রমাণ করি যে $\triangle ABC$-এর BC বাহুকে উভয়দিকে বাড়ালে যে দুটি বহিঃকোণ উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি 2 সমকোণের বেশি।

10. $\triangle ABC$ এর কৌনিক বিন্দু A ও C দিয়ে যথাক্রমে BC ও BA বাহুর সমান্তরাল সরলরেখাংশ D বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করি যে, $\angle ABC = \angle ADC$

11. $\triangle ABC$ এর $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর অন্তঃসমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করি যে, $\angle BOC = 90^{o} + \frac{1}{2}\angle BAC$

12. $\triangle ABC$ এর $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর বহিঃসমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করি যে, $\angle BOC = 90^{o} - \frac{1}{2}\angle BAC$

13. $\triangle ABC$ -এর $\angle ACB$ -এর বহিঃ সমদ্বিখণ্ডক A বিন্দুদিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল সরলরেখাকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, $\angle ADC = 90^{o} - \frac{1}{2}\angle ACB$

14. প্রমাণ করি যে, একটি ত্রিভুজের শীর্ষকোণের সমদ্বিখণ্ডক এবং শীর্ষকোণ থেকে ভূমির উপর অঙ্কিত লম্বের অন্তর্ভুক্ত কোণ ত্রিভুজের ভূমিস্থ কোণদ্বয়ের অন্তরের অর্ধেক।

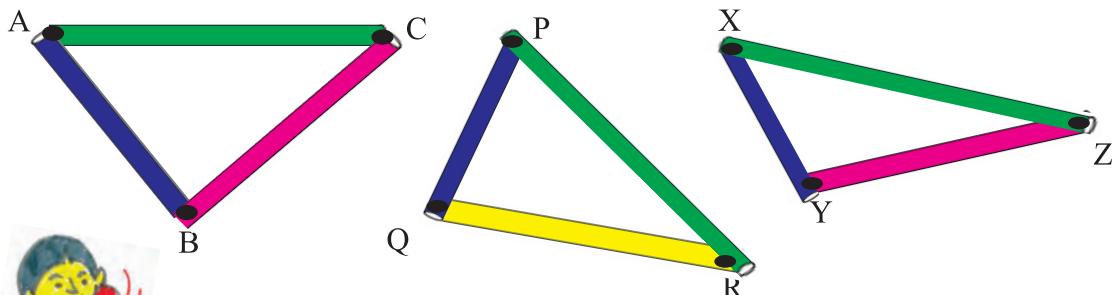
15. ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির একটি কোণ শীর্ষকোণের দ্বিগুণ। ত্রিভুজটির কোণগুলির পরিমাপ লিখি।

16. $\triangle ABC$ -এর $\angle BAC = 90^{o}$ এবং $\angle BCA = 30^{o}$; প্রমাণ করি যে, $AB = \frac{1}{2} BC$.

17. $\triangle XYZ$ -এর $\angle XYZ = 90^{o}$ এবং $XY = \frac{1}{2}XZ$; প্রমাণ করি যে, $\angle YXZ = 60^{o}$

18. প্রমাণ করি যে, সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাপ 60^{o}

19. ABC ত্রিভুজের $\angle BAC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু D দিয়ে AB বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা পরস্পর BC বাহুর বাইরে E বিন্দুতে মিলিত হয়। প্রমাণ করি যে, $\angle AEC = 1$ সমকোণ।

দীপ্তার্ক ও পূজা নানান রঙের ও নানান আকারের ত্রিভুজ তৈরি করেছে যাদের যেকোনো দুটি বাহু অসমান। তারা করল—

আমি প্রতিটি ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্যগুলি মাপি এবং কোনটি ছোটো ও কোনটি বড়ো তুলনা করি।

মেপে দেখছি , Δ ABC এর, AC বাহুর দৈর্ঘ্য > AB বাহুর দৈর্ঘ্য

Δ PQR এর, PR বাহুর দৈর্ঘ্য > QR বাহুর দৈর্ঘ্য

Δ XYZ এর, XZ বাহুর দৈর্ঘ্য > ☐ বাহুর দৈর্ঘ্য [নিজে বসাই]

আমি চাঁদার সাহায্যে প্রতিটি ত্রিভুজের কোণগুলি মাপি ও তুলনা করি।

মেপে দেখছি , Δ ABC এর $\angle ABC$ ☐ $\angle ACB$ [>/< বসাই]

Δ PQR এর $\angle PQR$ ☐ $\angle QPR$ [>/< বসাই]

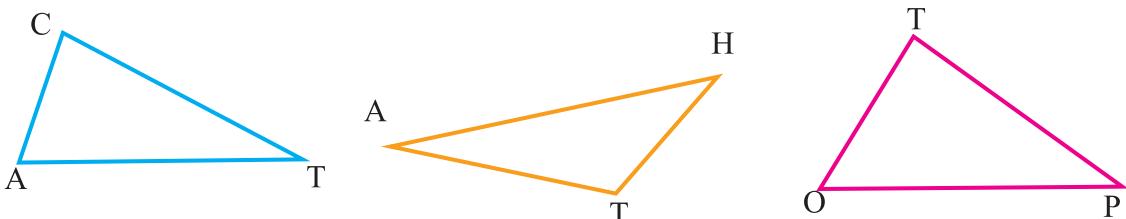
Δ XYZ এর $\angle XYZ$ > ☐ $\angle YXZ$ / $\angle YZX$ বসাই]

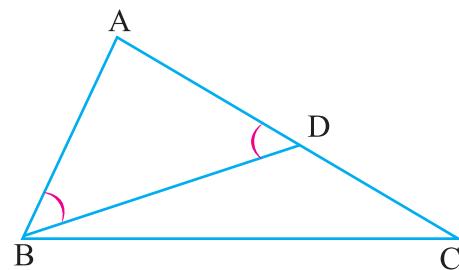
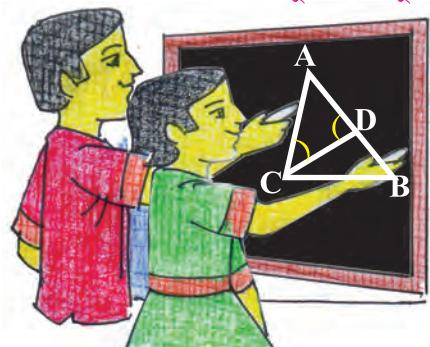
কিন্তু দেখছি, Δ ABC এর, AC বাহুর বিপরীত কোণ $\angle ABC$ এবং AB বাহুর বিপরীত কোণ $\angle ACB$

আবার, Δ PQR এর, PR বাহুর বিপরীত কোণ ☐ এবং QR বাহুর বিপরীত কোণ ☐

ও Δ XYZ এর, XZ বাহুর বিপরীত কোণ ☐ এবং ☐ বাহুর বিপরীত কোণ ☐

চাঁদার সাহায্যে মেপে পেলাম প্রতিটি ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণের পরিমাপ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণের পরিমাপ অপেক্ষা ☐ [বৃহত্তর/ক্ষুদ্রতর]।

পল্লবী ও সিরাজ অনেকগুলি ত্রিভুজ আঁকল যাদের যেকোনো দুটি বাহু পরস্পর অসমান।

আমি স্কেল ও চাঁদা দিয়ে ত্রিভুজগুলির বাহু ও কোণগুলি মেপে তুলনা করে দেখছি— বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ অপেক্ষা ☐ (বৃহত্তর/ক্ষুদ্রতর)। **[নিজে করি]**

উপপাদ্য — 9 প্রমাণ করি যে — একটি ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য পরস্পর অসমান হলে বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণের পরিমাপ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণের পরিমাপ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

প্রদত্ত : Δ ABC একটি যেকোনো ত্রিভুজ যার AC বাহুর দৈর্ঘ্য AB বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর। অর্থাৎ $AC > AB$

প্রামাণ্য : AC বাহুর বিপরীত কোণের পরিমাপ AB বাহুর বিপরীত কোণের পরিমাপ অপেক্ষা বৃহত্তর অর্থাৎ $\angle ABC > \angle ACB$

অঙ্কন : AC বাহু থেকে AB বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান করে AD অংশ কেটে নিলাম। B ও D বিন্দু দুটি যোগ করলাম।

প্রমাণ : Δ ABD - এর $AB = AD$ (অঙ্কন অনুসারে)

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$ (ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হলে তাদের বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ সমান হবে)

ΔDCB এর বহিঃস্থ $\angle ADB = \angle DCB + \angle DBC$ (ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণের পরিমাপ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের পরিমাপের সমষ্টির সমান)

অর্থাৎ, $\angle ADB > \angle DCB$ বা $\angle ACB$

কিন্তু, $\angle ADB = \angle ABD$ সুতরাং, $\angle ABD > \angle ACB$

$\angle ABD$, $\angle ABC$ এর অংশ।

সুতরাং $\angle ABC > \angle ABD$

আবার, $\angle ABD > \angle ACB$ $\therefore \angle ABC > \angle ACB$ **(প্রমাণিত)**

নিষাদ Δ PQR একটি ত্রিভুজ আঁকল যার PQ বাহুর দৈর্ঘ্য >QR বাহুর দৈর্ঘ্য। যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে $\angle PRQ > \angle QPR$।**[নিজে করি]**

নিজে করি—16.3

1) নীচের ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের মাপ দেখি ও কোণগুলি তুলনা করি,

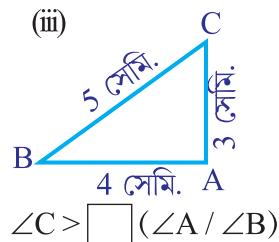
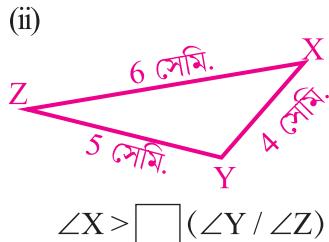
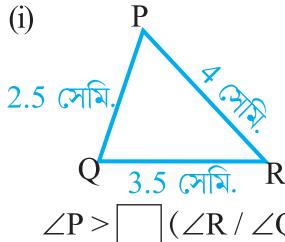
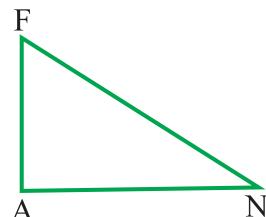
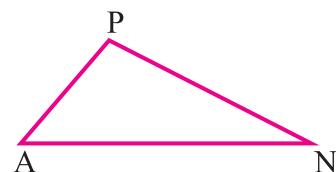
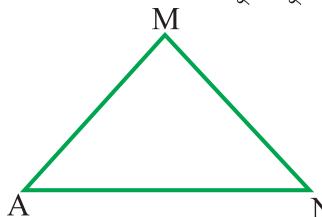
(i)

$\angle P >$ □ $(\angle R / \angle Q)$

(ii)

$\angle X >$ □ $(\angle Y / \angle Z)$

(iii)

$\angle C >$ □ $(\angle A / \angle B)$

পল্লবী ও সিরাজ কিছু ত্রিভুজ আঁকল যাদের দুটি কোণ অসমান।

আমি চাঁদার সাহায্যে কোণগুলি মাপি ও প্রতিটি ত্রিভুজের কোণগুলি তুলনা করি।

মেপে দেখছি, ΔMAN এ $\angle AMN >$ □

ΔPAN এ $\angle PAN >$ □ $[\angle PNA / \angle APN]$

ΔFAN এ $\angle FNA <$ □ $[\angle FAN / \angle AFN]$

আমি উপরের প্রতিটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যগুলি স্কেল দিয়ে মাপি ও তুলনা করি।

মেপে দেখছি, ΔMAN এ MN □ AN [$>$ / $<$ বসাই]

ΔPAN এ PN $>$ □ [PA / AN বসাই]

ΔFAN এ AN $<$ □ [FA / FN বসাই]

কিন্তু দেখছি , ΔMAN এর $\angle AMN$ এর বিপরীত বাহু □

এবং $\angle MAN$ এর বিপরীত বাহু □

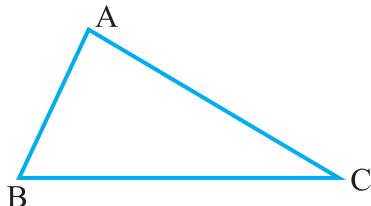
ΔPAN এর $\angle PAN$ এর বিপরীত বাহু □

এবং $\angle PNA$ এর বিপরীত বাহু □

ΔFAN এর $\angle FNA$ এর বিপরীত বাহু □

এবং $\angle FAN$ এর বিপরীত বাহু □

চাঁদা ও স্কেল দিয়ে মেপে পেলাম, প্রতিটি ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা □ (বৃহত্তর / ক্ষুদ্রতর)।

উপপাদ্য-10 প্রমাণ করি যে — একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাপ পরস্পর অসমান হলে বৃহত্তর কোণটির বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য ক্ষুদ্রতর কোণটির বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।

প্রদত্ত: Δ ABC একটি যেকোনো ত্রিভুজ যার $\angle ABC$ এর পরিমাপ $\angle ACB$ এর পরিমাপ অপেক্ষা বৃহত্তর। অর্থাৎ $\angle ABC > \angle ACB$

প্রামাণ্য : $\angle ABC$ এর বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্যর পরিমাপ $\angle ACB$ এর বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্যর পরিমাপ অপেক্ষা বৃহত্তর। অর্থাৎ $AC > AB$

প্রমাণ : AC বাহুর দৈর্ঘ্য যদি AB বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর না হয় তবে হয়

(i) $AC = AB$ অথবা (ii) $AC < AB$ হবে।

(i) $AC = AB$ হলে,

$\angle ABC = \angle ACB$ হবে। [ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হলে তাদের বিপরীত কোণের পরিমাপও সমান হয়]

আবার, (ii) $AC < AB$ হলে ,

$\angle ABC < \angle ACB$ হবে। [ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যর পরিমাপ অসমান হলে বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণের পরিমাপ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণের পরিমাপ অপেক্ষা বৃহত্তর হয়]

$\therefore$ (i) ও (ii) উভয় শর্তই হতে পারে না। কারণ দেওয়া আছে, $\angle ABC > \angle ACB$

$\therefore$ $AC > AB$ [প্রমাণিত]

একটি ত্রিভুজ XYZ আঁকলাম যার $\angle XYZ > \angle XZY$, যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি $XZ > XY$

[নিজে করি]

নিজে করি— 16.4

নীচের ত্রিভুজগুলির কোণগুলির পরিমাপ দেখি ও বাহুগুলির কোনটি ছোটো ও কোনটি বড়ো তুলনা করে লিখি—

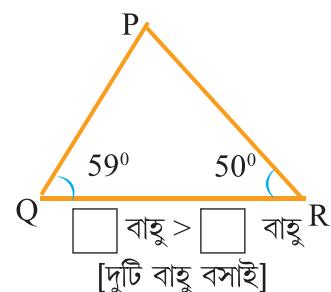
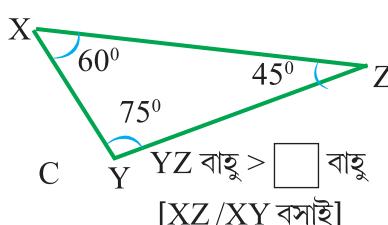
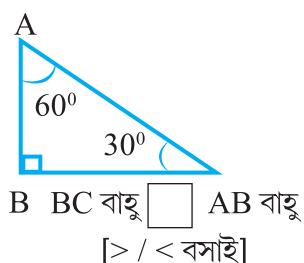
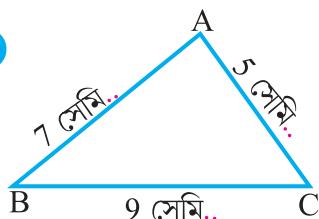
BC বাহু ☐ AB বাহু

[> / < বসাই]

YZ বাহু > ☐ বাহু

[XZ /XY বসাই]

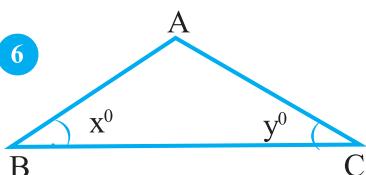
☐ বাহু > ☐ বাহু

[দুটি বাহু বসাই]

প্রয়োগ : 5

ত্রিভুজের কোণগুলি মানের অধঃক্রমে সাজাই।

প্রমাণ : ΔABC তে, $BC > AB$ $\therefore$ $\angle BAC > \angle ACB$

আবার , ΔABC তে, $AB > AC$ $\therefore$ $\angle ACB > \angle ABC$

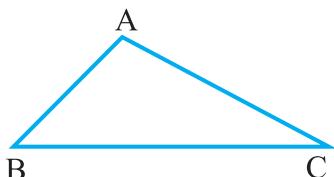
সুতরাং : $\angle BAC > \angle ACB > \angle ABC$

প্রয়োগ: 6

চিত্রে : $AC > AB$ হলে নীচের কোণটি সঠিক লিখি

(i) $x = 2y$ (ii) $x = y$ (iii) $x = \frac{3}{5}y$

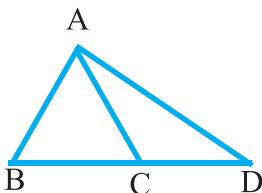
প্রমাণ : ΔABC তে, $AC > AB$ $\therefore$ $\angle ABC > \angle ACB$

সুতরাং $x > y$ $\therefore$ (i) $x = 2y$ সঠিক

প্রয়োগ : 7

চিত্রে : $\angle BAC > \angle ABC$ হলে AC এবং BC বাহুর সম্পর্ক লিখি।

প্রমাণ : ΔABC - তে, $\angle BAC > \angle ABC$

$\therefore BC > AC$

প্রয়োগ : 8

ABC সমবাহু ত্রিভুজে বর্ধিত BC বাহুর উপর D যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে, $\angle BAD > \angle ADB$

প্রদত্ত : ABC সমবাহু ত্রিভুজে বর্ধিত BC বাহুর উপর D যেকোন একটি বিন্দু। A,D বিন্দুদ্বয় যুক্ত করা হলো।

প্রামাণ্য : $\angle BAD > \angle ADB$

প্রমাণ : ABC সমবাহু ত্রিভুজ। $\angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = 60^0$

ΔACD তে, বহিঃস্থ $\angle ACB > \angle ADC$ $\therefore$ $\angle ADC < 60^0$

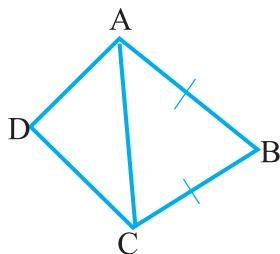
আবার, ΔABD তে, $\angle BAD > 60^0$ সুতরাং $\angle BAD > \angle ADC$

$\therefore \angle BAD > \angle ADB$

বিকল্প প্রমাণ : ABC সমবাহু ত্রিভুজ। $BC = AB$

$BD = BC + CD$ $\therefore$ $BD > AB$ ($\because BC = AB$)

ΔABD তে, $BD > AB$ $\therefore$ $\angle BAD > \angle ADB$

প্রয়োগ : **9** ABCD চতুর্ভুজে $BC = BA$ এবং $CD > AD$; প্রমাণ করি যে, $\angle BAD > \angle BCD$

প্রদত্ত : ABCD চতুর্ভুজে $BC = BA$ এবং $CD > AD$

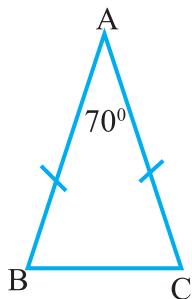
প্রামাণ্য : $\angle BAD > \angle BCD$

অঙ্কন : A ও C বিন্দুদ্বয় যুক্ত করি।

প্রমাণ : ΔABC তে, $AB = BC$; $\therefore \angle BAC = \angle ACB$

ΔACD—তে, $CD > AD$; $\therefore \angle DAC > \angle DCA$

সুতরাং $\angle DAC + \angle BAC > \angle DCA + \angle ACB$ অর্থাৎ $\angle BAD > \angle BCD$

প্রয়োগ : **10** চিত্রে $AB = AC$, $\angle BAC = 70^0$; প্রমাণ করি যে, অসমান বাহুটি ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু।

প্রমাণ : ΔABC - তে, $AB = AC$; $\therefore \angle ABC = \angle ACB$

আবার, $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^0$

বা, $\angle ABC + \angle ACB + 70^0 = 180^0$

বা, $2\angle ABC = 180^0 - 70^0$

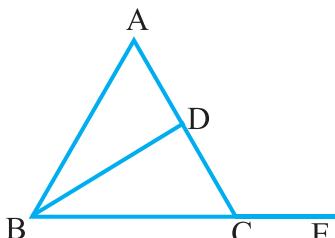
বা, $2\angle ABC = 110^0$

$\therefore \angle ABC = 55^0$ সুতরাং, $\angle ACB = 55^0$

ΔABC - তে, $\angle BAC > \angle ABC$ $\therefore BC > AC$

আবার, $AB = AC$ $\therefore BC > AB$

সুতরাং ΔABC-এর অসমান বাহু BC বৃহত্তম বাহু।

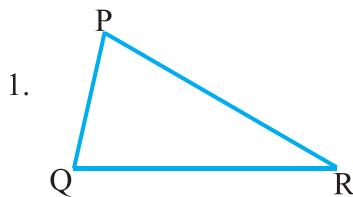
প্রয়োগ : **11** ABC সমবাহু ত্রিভুজের AC বাহুর উপর D একটি বিন্দু এবং বর্ধিত BC বাহুর উপর E অপর একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে, $BE > BD$

প্রদত্ত : ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AC বাহুর উপর D একটি বিন্দু এবং বর্ধিত BC বাহুর উপর E একটি বিন্দু ।

প্রামাণ্য : $BE > BD$

প্রমাণ : ABD ত্রিভুজে, বহিঃকোণ $\angle BDC > \angle BAC$

আবার, $\angle BAC = \angle ACB$ $\therefore \angle BDC > \angle ACB$ অর্থাৎ

$\angle BDC > \angle DCB$ সুতরাং $BC > BD$ ।

আবার, $BE = BC + CE$ $\therefore BE > BC$ সুতরাং, $BE > BD$.

কষে দেখি — 16.2

1. চিত্রে $\angle QPR > \angle PQR$

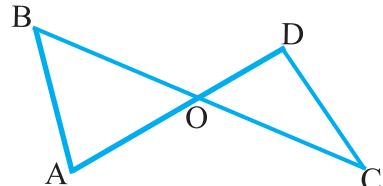
PR এবং QR বাহুর সম্পর্ক লিখি।

2. ΔABC তে, $AC > AB$. AC বাহুর উপর D এমন একটি বিন্দু যে $\angle ADB = \angle ABD$; প্রমাণ করি যে, $\angle ABC > \angle ACB$।

3. ABC ত্রিভুজে $AB > AC$; $\angle BAC$ -এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, $BD > CD$।

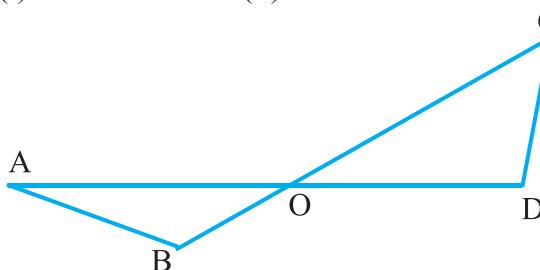
4. ABC ত্রিভুজে AD, BC বাহুর উপর লম্ব এবং $AC > AB$; প্রমাণ করি যে,
(i) $\angle CAD > \angle BAD$ (ii) $DC > BD$ ।

5. একটি চতুর্ভুজের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহু দুটি বিপরীত। প্রমাণ করি যে, বৃহত্তম বাহুর সন্নিহিত একটি কোণ তার বিপরীত কোণের চেয়ে ছোটো।

6. চিত্রে, $AB < OB$ এবং $CD > OD$; প্রমাণ করি যে,
$\angle BAO > \angle OCD$ ।

7. ΔPQR -এর $PQ > PR$; PQ বাহু থেকে PR বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান করে PS সরলরেখাংশ কেটে নিলাম। R এবং S বিন্দু দুটি যুক্ত করলাম। প্রমাণ করি যে,
(i) $\angle PSR = \frac{1}{2}(\angle PQR + \angle PRQ)$ (ii) $\angle QRS = \frac{1}{2}(\angle PRQ - \angle PQR)$ ।

8. ABC ত্রিভুজে, $AB > AC$; $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে। AB বাহু থেকে AC -এর দৈর্ঘ্যের সমান করে AE সরলরেখাংশ কেটে নিলাম। D,E যুক্ত করলাম। প্রমাণ করি যে,
(i) $\Delta ACD \cong \Delta AED$ (ii) $\angle ACB > \angle ABC$ ।

9.

চিত্রে, $AB = CD$, $\angle OCD > \angle COD$ এবং $\angle OAB < \angle AOB$
প্রমাণ করি যে, $OB < OD$

10. প্রমাণ করি যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বৃহত্তম বাহু।

11. প্রমাণ করি যে, স্থূলকোণী ত্রিভুজে স্থূলকোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তম।

12. ABC ত্রিভুজের $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডদ্বয় I বিন্দুতে মিলিত হয়। যদি $AB > AC$ হয়, প্রমাণ করি যে, $IB > IC$।

17. সময় ও কার্য

শান্তিপুরের মনসুরদের তাঁত কারখানায় 18 টি তাঁত আছে। কিন্তু গত সপ্তাহে 3 টি তাঁত বন্ধ ছিল। তাই গত সপ্তাহে 165টি ধুতি-শাড়ি বোনা হয়েছে। এ সপ্তাহে সবগুলি তাঁত চালু আছে।

1 সমানুপাতিক পদ্ধতিতে হিসাব করে দেখি এ সপ্তাহে মনসুরদের তাঁত কারখানায় কতগুলি ধুতি ও শাড়ি বোনা হবে।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

সময় (দিন)	তাঁতের সংখ্যা (টি)	ধুতি-শাড়ির সংখ্যা (টি)
7	18-3=15	165
7	18	?

সময় নির্দিষ্ট থাকলে তাঁতের সংখ্যা বাড়লে বা কমলে ধুতি-শাড়ির সংখ্যা ☐ বা ☐ (বাড়বে/কমবে)।

∴ তাঁতের সংখ্যার সাথে ধুতি-শাড়ির সংখ্যা সরল সম্পর্কে আছে।

∴ সরল সমানুপাতটি

15:18 :: 165 : ? (নির্ণেয় ধুতি-শাড়ির সংখ্যা)

∴ নির্ণেয় ধুতি-শাড়ির সংখ্যা = $\frac{\overset{11}{\cancel{165}} \times 18}{\cancel{15}}$ টি = 198 টি

তাই এ সপ্তাহে সবগুলি তাঁত চালু থাকায় 198 টি ধুতি-শাড়ি তৈরি হবে।

আমি অন্যভাবে ঐকিক নিয়মে হিসাব করি—

15 টি তাঁত তৈরি করে 165 টি ধুতি ও শাড়ি

1 টি তাঁত তৈরি করে $\frac{165}{15}$ টি ধুতি ও শাড়ি

18 টি তাঁত তৈরি করে $\frac{\overset{11}{\cancel{165}} \times 18}{\cancel{15}}$ টি =198 টি ধুতি ও শাড়ি

2 যদি সবগুলি তাঁত চালু থাকে তবে 594 টি ধুতি-শাড়ি তৈরি করতে কত দিন সময় লাগবে হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

তাঁতের সংখ্যা (টি)	ধুতি-শাড়ির সংখ্যা (টি)	সময় (দিন)
18	198	1সপ্তাহ =7 দিন
18	594	?

তাঁতের সংখ্যা নির্দিষ্ট থাকলে ধুতি-শাড়ির সংখ্যা বাড়লে বা কমলে প্রয়োজনীয় সময় ☐ বা ☐ (বাড়বে/কমবে)

∴ সরল সমানুপাতটি হলো,

198:594:: 7: ? (নির্ণেয় সময়)

$\therefore$ নির্ণেয় সময় = $\frac{\overset{3}{\cancel{594}} \times 18}{\cancel{198}}$ দিন = 21 দিন

ঐকিক নিয়মে পাই, 198 টি ধুতি-শাড়ি বোনে 7 দিনে

1 টি ধুতি-শাড়ি বোনে $\frac{7}{198}$ দিনে

594 টি ধুতি-শাড়ি বোনে $\frac{7}{\cancel{198}} \times \overset{3}{\cancel{594}}$ দিনে = 21 দিনে

3 সবগুলি তাঁত অর্থাৎ 18টি তাঁত চালু থাকলে 21 দিনে 594 টি ধুতি-শাড়ি বোনা যায়। কিন্তু 594 টি ধুতি-শাড়ি 14 দিনে বুনতে চাইলে কতগুলি তাঁত বেশি চালাতে হবে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

ধুতি-শাড়ির সংখ্যা (টি)	সময় (দিন)	তাঁতের সংখ্যা (টি)
594	21	18
594	14	?

ধুতি-শাড়ির সংখ্যা নির্দিষ্ট থাকলে সময় বাড়লে তাঁতের সংখ্যা ☐ (বাড়বে/কমবে) এবং সময় কমলে তাঁতের সংখ্যা ☐ (বাড়বে/কমবে)

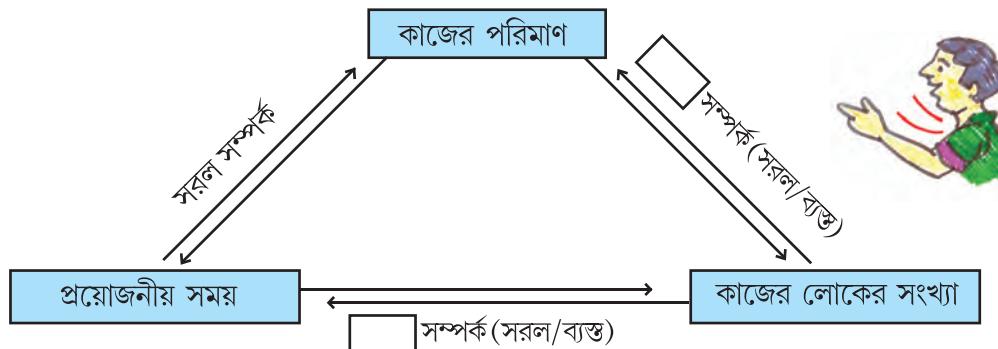
∴ সময়ের সাথে তাঁতের সংখ্যা ব্যস্ত সম্পর্কে আছে।

∴ ব্যস্ত সমানুপাতটি হলো,

21:14 :: ? (নির্ণেয় তাঁতের সংখ্যা) :18 ∴ 14:21 :: 18:? (নির্ণেয় তাঁতের সংখ্যা)

$\therefore$ নির্ণেয় তাঁতের সংখ্যা = $\frac{\overset{3}{\cancel{21}} \times \overset{9}{\cancel{18}}}{\cancel{14}\ \cancel{2}}$ টি = 27 টি

∴ 21 দিনে 594 টি ধুতি-শাড়ি বুনতে 27 টি তাঁত চালাতে হবে অর্থাৎ (27 – 18) টি = 9 টি বেশি তাঁত চালু করতে হবে।

তাই দেখছি মনসুরদের তাঁত কারখানায় সময়ের সাথে কাজের অর্থাৎ সময়-কার্যের সম্পর্ক আছে। কাজের জন্য প্রয়োজনীয় সময় ও কাজের লোক বা তাঁতের মধ্যে যে সম্পর্ক পেলাম নীচের ছকে লিখি—

4 আমাদের পাড়ার মনোজদের গ্রিল তৈরির কারখানায় 15 দিনে 3 টি গ্রিল তৈরি হয়। 8 টি একইরকম লোহার গ্রিল তৈরি করতে কতদিন সময় লাগবে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

লোহার গ্রিলের সংখ্যা (টি)	সময় (দিন)
3	15
8	?

3 টি লোহার গ্রিল তৈরি করতে সময় লাগে 15 দিন

1 টি লোহার গ্রিল তৈরি করতে সময় লাগে $\frac{15}{3}$ দিন

8 টি লোহার গ্রিল তৈরি করতে সলয় লাগে $\frac{15}{3} \times 8$ দিন

$= 40$ দিন

আমি সমানুপাতিক পদ্ধতিতে হিসাব করি ও সম্পর্ক লিখি [নিজে করি]

5 নিয়ামতপুরের একগ্রামে 15 জন এক সপ্তাহে 10 বিঘা জমি চাষ করতে পারেন। একই সময়ে কতজন 18 বিঘা জমি চাষ করতে পারবেন হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

সময় (দিন)	চাষের জমির পরিমাণ (বিঘা)	কাজের লোক সংখ্যা (জন)
7	10	15
7	18	?

সময় অপরিবর্তিত থাকলে কাজের পরিমাণ বাড়লে বা কমলে কাজের লোকের সংখ্যা যথাক্রমে ☐ বা ☐ (বাড়বে বা কমবে / কমবে বা বাড়বে)।

∴ কাজের পরিমাণের সাথে কাজের লোকের সংখ্যা ☐ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

সমানুপাতী পদ্ধতিতে হিসাব করি—

সুতরাং, 10:18 :: 15:? (নির্ণেয় লোক সংখ্যা)   ∴ নির্ণেয় লোক সংখ্যা $= \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \times \overset{9}{\cancel{18}}}{\cancel{10}}$ জন=27 জন

∴ 27 জন লোক এক সপ্তাহে 18 বিঘা জমি চাষ করতে পারবেন।

ঐকিক নিয়মে হিসেব করি **(নিজে করি)**

6 বকুলতলা গ্রাম পঞ্চায়েতের 250 জনের স্বেচ্ছাশ্রম বাহিনী 24 দিনে একটি বাঁধের অর্ধেক সারাই করেছেন। বাকি অর্ধেক 20 দিনে সারাই করতে শ্রম বাহিনীতে আর কতজন লোক নিতে হবে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

কাজের পরিমাণ (অংশ)	সময় (দিন)	শ্রম বাহিনীতে লোক সংখ্যা (জন)
$\frac{1}{2}$	24	250
$\frac{1}{2}$	20	?

কাজের পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকলে সময় বাড়লে বা কমলে কাজের লোকসংখ্যা যথাক্রমে ☐ বা ☐ (বাড়বে/কমবে)

∴ সময়ের সাথে লোকসংখ্যা ☐ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

∴ ব্যস্ত সমানুপাত হলো,

24:20 :: ? (নির্ণেয় লোকসংখ্যা) : 250

∴ 20:24 :: 250:? (নির্ণেয় লোকসংখ্যা)

∴ নির্ণেয় লোকসংখ্যা = $\frac{\overset{25}{\cancel{250}} \times \overset{12}{\cancel{24}}}{\underset{10}{\cancel{20}}}$ জন = 300 জন

তাই আরও 300 জন – 250 জন = ☐ জন শ্রম বাহিনীতে নিতে হবে।

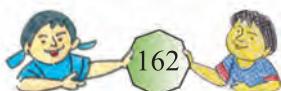
ঐকিক নিয়মে হিসাব করি। **[নিজে করি]**

নিজে করি— 17.1

1) পহলামপুরের সমবায় কৃষি খামারের 30 জন সদস্য 5 দিনে মাঠের অর্ধেক ধান কেটেছেন। কিন্তু হঠাৎ অসুস্থ হয়ে পড়ায় পরের দিন থেকে 5 জন সদস্য কাজ করতে পারছেন না। বাকি ধান কাটতে কতদিন সময় লাগবে সমানুপাতে হিসাব করি ও সম্পর্ক খুঁজি।

2) নিজে গল্প লিখি ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক (সরল/ব্যস্ত) খুঁজে সমাধান করি।

a. গ্রামবাসীর সংখ্যা (জন)	সময় (দিন)
24	12
36	?

b. সমবায় সমিতির সদস্যসংখ্যা (জন)	সময় (দিন)
30	5
30–5	?

3) একজন কনট্রাক্টর জাহাজ থেকে 10 দিনে সম্পূর্ণ মাল নামানোর জন্য 280 জন লোককে নিয়োগ করলেন। কিন্তু 3 দিন পরে দেখা গেল কাজটির $\frac{1}{4}$ অংশ সম্পূর্ণ হয়েছে। আর কতজন অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করলে কাজটি সময়মতো শেষ হবে হিসাব করে দেখি।

3 দিনে $\frac{1}{4}$ অংশ কাজ করেন 280 জন লোক

1 দিনে $\frac{1}{4}$ অংশ কাজ করেন 280×3 জন লোক

1 দিনে 1 অংশ কাজ করেন $280 \times 3 \times 4$ জন লোক

(10–3) দিনে =7 দিনে 1 অংশ কাজ করেন $\frac{280 \times 3 \times 4}{7}$ জন লোক

7 দিনে $(1-\frac{1}{4})$অংশ $=\frac{3}{4}$ অংশ কাজ করেন $\frac{\overset{40}{\cancel{280}} \times 3 \times \cancel{4} \times 3}{\cancel{7} \times \cancel{4}}$ জন লোক = 360 জন

∴ অতিরিক্ত লোক লাগবে (360 – 280) জন = 80 জন

কাজের পরিমাণ (অংশ)	সময় (দিন)	লোকসংখ্যা (জন)
$\frac{1}{4}$	3	280
$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$	10–3=7	?

ব্যাপকতর ত্রৈরাশিক নিয়মে নিজে করি।

4) 3জন লোক প্রতিদিন 7 ঘণ্টা কাজ করে 84 বর্গমিটার দেয়াল 2 দিনে চুনকাম করেন। প্রতিদিন 8 ঘণ্টা কাজ করে 256 বর্গমিটার দেয়াল 4 দিনে চুনকাম করতে কতজন লোকের প্রয়োজন হিসাব করে দেখি।

প্রতিদিন 7ঘণ্টা কাজ করে 2দিনে 84 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন 3 জন লোক

প্রতিদিন 1ঘণ্টা কাজ করে 2দিনে 84 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন 3×7 জন লোক

প্রতিদিন 1ঘণ্টা কাজ করে 1দিনে 84 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $3 \times 7 \times 2$ জন লোক

প্রতিদিন 1ঘণ্টা কাজ করে 1দিনে 1 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $\frac{3 \times 7 \times 2}{84}$ জন লোক

প্রতিদিন 8ঘণ্টা কাজ করে 1দিনে 1 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $\frac{3 \times 7 \times 2}{84 \times 8}$ জন লোক

প্রতিদিন 8ঘণ্টা কাজ করে 4দিনে 1 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $\frac{3 \times 7 \times 2}{84 \times 8 \times 4}$ জন লোক

প্রতিদিন 8ঘণ্টা কাজ করে 4দিনে 256 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $\frac{\cancel{3} \times \cancel{7} \times \cancel{2} \times \overset{4}{\cancel{256}}}{\cancel{84} \times \cancel{8} \times \cancel{4}}$ জন লোক

= 4 জন লোক

∴ প্রতিদিন 8 ঘণ্টা কাজ করে 4 দিনে 256 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন 4 জন লোক।

কাজ (ঘণ্টা প্রতি দিন)	সময় (দিন)	দেয়ালের ক্ষেত্রফল (বর্গমিটার)	লোকসংখ্যা (জন)
7	2	84	3
8	4	256	?

ব্যাপকতর ত্রৈরাশিক নিয়মে নিজে করি।

কষে দেখি— 17.1

1. অমরদের কারখানায় 3 দিনে 216 টি যন্ত্রাংশ তৈরি হয়। 7 দিনে ওই কারখানায় কতগুলি যন্ত্রাংশ তৈরি হবে হিসাব করে লিখি।

2. আঁটপুরের একটি তাঁত কারখানায় 12টি তাঁত প্রতিমাসে 380টি শাড়ি বুনতে পারে। পুজোর মরসুমে বেশি কাজ করার জন্য নতুন 3টি তাঁত বসানো হয়েছে। এখন মাসে কতগুলি শাড়ি বোনা যাবে সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি এবং সম্পর্ক লিখি।

3.

সময় (দিন)	কাজের পরিমাণ (দৈর্ঘ্য)
25	45
15	?

উপরের ছক দেখে গণিতের গল্প তৈরি করি ও সম্পর্ক তৈরি করে হিসাব করি।

4. 1200 মিটার লম্বা একটি সেচের খাল কাটা শুরু হওয়ার 15দিন পর দেখা গেল খালটির $\frac{3}{4}$ অংশ কাটা হয়েছে। বাকি অংশ কাটতে আর কতদিন সময় লাগবে হিসাব করে দেখি।

5. 3টি ট্রাক্টর দৈনিক 18বিঘা জমি চাষ করতে পারে। 7টি ট্রাক্টর দৈনিক কত বিঘা জমি চাষ করতে পারবে হিসাব করে লিখি।

6. কুসুমদের কারখানায় 35জন লোক এক সপ্তাহে 10টন লোহার যন্ত্রাংশ ঢালাই করতে পারেন। মালিক এক সপ্তাহে 14টন লোহার যন্ত্র ঢালাই করার বরাত পেয়েছেন। তাকে আর কতজন নতুন লোক নিয়োগ করতে হবে সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি ও সম্পর্ক লিখি।

7.

লোক সংখ্যা (জন)	কাজের পরিমাণ (সাইকেলের-সংখ্যা)
9	6
72	?

আমি উপরের ছক দেখি, গণিতের গল্প তৈরি করি ও সম্পর্ক তৈরি করে হিসাব করি।

8. আমাদের পাড়ায় একটি পুকুর কাটতে হবে। 24 জন লোকের ওই পুকুর কাটতে 12 দিন সময় লাগে। 8দিনে ওই পুকুর কাটতে কতজন লোকের দরকার সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি ও সম্পর্ক খুঁজি।

9. বালব তৈরির একটি সমবায় কারখানায় 45 জন সদস্য 12 দিনে 10,000টি বালব তৈরি করতে পারেন। হঠাৎ একটি জরুরি বরাত পাওয়ায় 9 দিনে 10,000 বালব তৈরি করতে হবে। চুক্তিমতো বালব জোগান দিতে কতজন বাড়তি সদস্য নিয়োগ করতে হবে হিসাব করে দেখি।

10. 250 জন লোকের 50 মিটার দীর্ঘ এবং 35 মিটার প্রশস্ত একটি পুকুর কাটতে 18 দিন সময় লাগে। একই গভীরতা বিশিষ্ট 70 মিটার দীর্ঘ এবং 40 মিটার প্রশস্ত অপর একটি পুকুর কাটতে 300 জন লোকের কতদিন সময় লাগবে হিসাব করে লিখি।

7.1 আমাদের বাড়ির ভেতরে প্লাস্টার হচ্ছে। হারুনচাচা, আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা তিনটি একই মাপের ঘরের প্লাস্টার করতে শুরু করলেন।

কিন্তু হারুনচাচা 10দিনে, আনোয়ারাবিবি 12দিনে ও মিহিরকাকা 15দিনে কাজটি শেষ করলেন।

তিনজনে যদি একসাথে 1টি ঘর করতেন, তবে কাজটি তাড়াতাড়ি অর্থাৎ কম সময়ে শেষ হতো। কিন্তু তিনজনে একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করলে কতদিনে কাজটি শেষ করতেন কীভাবে হিসাব করব?

প্রথমে দেখি প্রত্যেকে 1দিনে মোট কাজের কত অংশ করতেন,

হারুনচাচা 1টি ঘর প্লাস্টার করেন 10দিনে

হারুনচাচা 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{10}$ অংশ

আনোয়ারাবিবি 1টি ঘর প্লাস্টার করেন ☐ দিনে

আনোয়ারাবিবি 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{12}$ অংশ

মিহিরকাকা 1টি ঘর প্লাস্টার করেন 15দিনে

মিহিরকাকা 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{15}$ অংশ

∴ তিনজনে একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করলে 1দিনে করেন

$\frac{1}{10}$ অংশ + $\frac{1}{12}$ অংশ + $\frac{1}{15}$ অংশ

$= \frac{6+5+4}{60}$ অংশ

$= \frac{15}{60}$ অংশ

$= \frac{1}{4}$ অংশ

∴ তিনজনে একসাথে 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{4}$ অংশ।

তিনজনে একত্রে $\frac{1}{4}$ অংশ কাজ করেন 1 দিনে

∴ সম্পূর্ণ বা 1 অংশ কাজ করেন $1 \div \frac{1}{4}$ দিনে $= 4$ দিনে

∴ তিনজনে একসাথে কাজ করলে 1টি ঘরের প্লাস্টার 4 দিনে শেষ করবেন।

7.2 যদি হারুনচাচা ও আনোয়ারাবিবি একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করতেন তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারতেন হিসাব করে দেখি।

হারুনচাচা 1দিনে করেন $\frac{1}{10}$ অংশ

আনোয়ারাবিবি 1দিনে করেন $\frac{1}{12}$ অংশ

দুজনে একসাথে 1দিনে করেন $\frac{1}{10}$ অংশ + $\frac{1}{12}$ অংশ

$= (\frac{1}{10} + \frac{1}{12})$ অংশ

$= \frac{6+5}{60}$ অংশ

$= \frac{11}{60}$ অংশ

$\therefore$ হারুনচাচা ও আনোয়ারাবিবি 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{11}{60}$ অংশ।

দু-জনে একসাথে $\frac{11}{60}$ অংশ করেন 1দিনে

1 অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ করেন $1 \div \frac{11}{60}$ দিনে $= \frac{60}{11}$ দিনে $= 5\frac{5}{11}$ দিনে।

1) যদি আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করতেন তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতেন হিসাব করে দেখি।

দেখছি আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{3}{20}$ অংশ। **[নিজে করি]**

2) যদি হারুনচাচা ও মিহিরকাকা একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করতেন তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতেন হিসাব করে দেখি। **[নিজে করি]**

7.3 হারুনচাচা, আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা একসাথে কাজ শুরু করলেন। কিন্তু 2দিন পরে হারুনচাচা কাজ বন্ধ করে চলে যান এবং আরও দু-দিন পরে আনোয়ারাবিবিও কাজ বন্ধ করে দেন।
তবে মিহিরকাকা একা বাকি কাজটি কতদিনে শেষ করতেন হিসাব করে লিখি। এভাবে কাজ করলে কাজটি শেষ করতে মোট কতদিন লাগবে দেখি।

প্রথমে হারুনচাচা চলে যাওয়ার পরে মোট কাজের কত অংশ কাজ পড়ে থাকে হিসাব করি।

তিনজনে একসাথে 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{4}$ অংশ

2দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{4} \times 2$ অংশ $= \frac{1}{2}$ অংশ

$\therefore$ বাকি থাকে $= (1 - \frac{1}{2})$ অংশ $= \frac{1}{2}$ অংশ কাজ।

7.4 এবার হিসাব করে দেখি আনোয়ারাবিবি চলে যাওয়ার পরে মোট কাজের কত অংশ পড়ে রইল।

আনোয়ারাবিবি 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{12}$ অংশ

মিহিরকাকা 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{15}$ অংশ

∴ আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা দু-জনে একসাথে 1দিনে করেন মোট কাজের

$\frac{1}{12}$ অংশ + $\frac{1}{15}$ অংশ

$= \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right)$ অংশ

$= \frac{5+4}{60}$ অংশ

$= \frac{9}{60}$ অংশ $= \frac{3}{20}$ অংশ

∴ ওরা দু-জনে একসাথে দু-দিনে করেন $\frac{3}{\not{20}_{10}} \times \not{2}$ অংশ $= \frac{3}{10}$ অংশ

∴ আনোয়ারাবিবি কাজ বন্ধ করার পরে বাকি থাকে মোট কাজের $= \frac{1}{2}$ অংশ $- \frac{3}{10}$ অংশ

$= \frac{5-3}{10}$ অংশ

$= \frac{\not{2}^{1}}{\not{10}_{5}}$ অংশ $= \frac{1}{5}$ অংশ

7.5 এবার মিহিরকাকা বাকি $\frac{1}{5}$ অংশ কাজ কতদিনে শেষ করবেন হিসাব করি।

মিহিরকাকা 1 অংশ কাজ করেন 15দিনে

মিহিরকাকা $\frac{1}{5}$ অংশ কাজ করেন = ☐ × $\frac{1}{5}$ দিনে = ☐ দিনে

∴ মিহিরকাকা বাকি কাজ একা 3দিনে শেষ করেন।

∴ এভাবে কাজ করলে কাজটি শেষ করতে মোট সময় লাগবে = (2 + 2 + ☐) দিন = 7 দিন।

7.6 এবার হিসাব করে দেখি এভাবে কাজ করলে প্রত্যেকে মোট কাজের কত অংশ কাজ করলেন।

হারুনচাচা করলেন মোট কাজের $\left(\frac{1}{10} \times 2\right)$ অংশ $= \frac{1}{5}$ অংশ কাজ।

আনোয়ারাবিবি করলেন মোট কাজের $\left(\frac{1}{12} \times 4\right)$ অংশ = ☐ অংশ কাজ।

মিহিরকাকা করলেন মোট কাজের $\left(\frac{1}{15} \times 7\right)$ অংশ $= \frac{7}{15}$ অংশ কাজ।

8 বুলু ও তথাগত একটি কাজ একা একা যথাক্রমে 20 দিনে ও 30 দিনে করতে পারে। তারা একসঙ্গে 7দিন কাজ করার পরে দু-জনেই চলে গেল। তখন তাতাই এসে একা 10 দিনে বাকি কাজটি শেষ করল। ওই কাজটি তাতাই একা কতদিনে শেষ করতে পারবে সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি।

প্রথমে 7দিন পরে বুলু ও তথাগত চলে যাওয়ার পরে মোট কাজের কত অংশ কাজ পড়ে রইল হিসাব করি।

বুলু একা 1দিনে করে কাজের $\frac{1}{20}$ অংশ

তথাগত একা 1দিনে করে কাজের $\frac{1}{30}$ অংশ

$\therefore$ দু-জনে একসাথে 1দিনে করে $(\frac{1}{20} + \frac{1}{30})$ অংশ

$= \frac{3+2}{60}$ অংশ $= \frac{5}{60}$ অংশ $= \frac{1}{12}$ অংশ

$\therefore$ বুলু ও তথাগত 7দিনে করে কাজের $\frac{1}{12}$ অংশ $\times 7 = \frac{7}{12}$ অংশ

$\therefore$ 7দিন পরে বুলু ও তথাগত চলে গেলে বাকি কাজের পরিমাণ $= (1 - \frac{7}{12})$ অংশ $= \frac{5}{12}$ অংশ

তাতাই 10দিনে করে বাকি $\frac{5}{12}$ অংশ কাজ

$\therefore$ গণিতের ভাষায় সমস্যাটি—

কাজের পরিমাণ (অংশ)	সময় (দিন)
$\frac{5}{12}$	10
1	?

কাজের পরিমাণ বাড়লে বা কমলে প্রয়োজনীয় সময় (বাড়বে/কমবে) ☐ বা ☐

$\therefore$ কাজের পরিমাণের সাথে সময়ের ☐ (সরল/ব্যস্ত) সমানুপাতে আছে।

$\therefore$ সরল সমানুপাতটি হলো—

$\frac{5}{12} : 1 :: 10 : ?$ (নির্ণেয় সময়)

$\therefore$ নির্ণেয় সময় $= \frac{10 \times 1}{\frac{5}{12}}$ দিন $= \overset{2}{\cancel{10}} \times \frac{12}{\cancel{5}}$ দিন $= 24$ দিন

$\therefore$ তাতাই একা ওই কাজটি 24দিনে শেষ করবে।

9 আয়েষা, অনিতা ও অমল একা একা একটি কাজ যথাক্রমে 10, 12 ও 15 দিনে করতে পারে। তারা প্রত্যেকে 2দিন একা একা কাজ করার পরে কতুটুকু কাজ বাকি থাকবে হিসাব করে লিখি। **[নিজে করি]**

আমাদের বাড়ির জল তোলার পাম্প মেশিন খারাপ হয়ে গেছে। কাল সারানো হবে। তাই কাল আমাদের বাড়িতে 12 ঘণ্টা কলে জল পাব না। আজ আমাদের বাড়ির চৌবাচ্চায় জল ভরে রাখব।

কিন্তু বাড়ির চৌবাচ্চায় দেখছি 2টি নল আছে। এখানে দুটি নল কেন?

10.1 একটি নলে চৌবাচ্চায় জল ভরতি হয়, অন্যটি দিয়ে চৌবাচ্চায় জল খালি হয়। দেখছি প্রথম নল দিয়ে খালি চৌবাচ্চা 12 মিনিটে ভরতি হয়, যখন দ্বিতীয় নলটি বন্ধ থাকে। আবার দ্বিতীয় নল দিয়ে ভরতি চৌবাচ্চা 18 মিনিটে খালি হয়, যখন প্রথম নলটি বন্ধ থাকে।
যদি দুটি নলই খোলা থাকে অর্থাৎ চৌবাচ্চা ভরতি ও খালি হওয়ার নলদুটি একসাথে খোলা থাকে তখন চৌবাচ্চা ভরতি হতে কত সময় লাগবে হিসাব করি।

প্রথম নল দিয়ে 1মিনিটে ভরতি হয় চৌবাচ্চাটির $\frac{1}{12}$ অংশ

দ্বিতীয় নল দিয়ে 1মিনিটে খালি হয় চৌবাচ্চাটির $\frac{1}{18}$ অংশ

$\therefore$ দুটি নল খোলা থাকলে 1 মিনিটে ভরতি হয় $\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{18}\right)$ অংশ

$= \frac{3-2}{36}$ অংশ $= \frac{1}{36}$ অংশ

$\frac{1}{36}$ অংশ ভরতি হয় 1 মিনিটে

1 অংশ ভরতি হয় $1 \div \frac{1}{36}$ মিনিটে $= 1 \times 36$ মিনিটে $= 36$ মিনিটে

$\therefore$ দুটি নল খোলা থাকলে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চা ভরতি হবে 36 মিনিটে।

10.2 যদি দুটি নল দিয়ে খালি চৌবাচ্চা আলাদা আলাদা ভাবে যথাক্রমে 12 মিনিটে ও 15 মিনিটে পূর্ণ হয়, তবে দুটি নল একসাথে খুলে দিলে অর্ধেক ভরতি চৌবাচ্চা কতক্ষণে পূর্ণ হবে হিসাব করে লিখি।

প্রথম নল দিয়ে 1 মিনিটে খালি চৌবাচ্চার $\frac{1}{12}$ অংশ পূর্ণ হয়

দ্বিতীয় নল দিয়ে 1মিনিটে খালি চৌবাচ্চার $\frac{1}{15}$ অংশ পূর্ণ হয়

$\therefore$ দুটি নল একসঙ্গে খোলা থাকলে 1 মিনিটে পূর্ণ হয় $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right)$ অংশ

$= \frac{5+4}{60}$ অংশ

$= \frac{9}{60}$ অংশ $= \frac{3}{20}$ অংশ

চৌবাচ্চাটি অর্ধেক ভরতি আছে।

$\therefore$ দুটি নল একসাথে জলপূর্ণ করবে বাকি $(1-\frac{1}{2})$ অংশ $=\frac{1}{2}$ অংশ

দুটি নল একসাথে $\frac{3}{20}$ অংশ পূর্ণ করে 1 মিনিটে

1 অংশ পূর্ণ করে $1\times\frac{20}{3}$ মিনিটে

$\frac{1}{2}$ অংশ পূর্ণ করে $1\times\frac{20}{3}\times\frac{1}{2}$ মিনিটে $=\frac{10}{3}$ মিনিটে $=3\frac{1}{3}$ মিনিটে

$=$ ☐ মিনিট ☐ সেকেন্ডে

আমি সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি।

$\therefore$ গণিতের ভাষায় সমস্যাটি—

ভরতির পরিমাণ (অংশ)	সময় (মিনিট)
$\frac{3}{20}$	1
$\frac{1}{2}$	?

জল ভরতির পরিমাণের সাথে সময় ☐ (সরল/ব্যস্ত) সমানুপাতে আছে।

$\therefore$ সরল সমানুপাত তৈরি করে পাই,

$\frac{3}{20}:\frac{1}{2}::1:?$ (নির্ণেয় সময়)

$\therefore$ নির্ণেয় সময় $=1\times\frac{1}{2}\times\frac{20}{3}$ মিনিট

$=\frac{10}{3}$ মিনিট $=$ ☐ মিনিট ☐ সেকেন্ড

11 পিয়ালীদের চৌবাচ্চায় প্রথম নল দিয়ে খালি চৌবাচ্চা 40 মিনিটে ভরতি হয় এবং অন্য আর একটি নল দিয়ে ভরতি চৌবাচ্চা 60 মিনিটে খালি হয়। পিয়ালী দুটি নল একসাথে খুলে দিল। হিসাব করে লিখি কত সময়ে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে। **[নিজে করি]**

কষে দেখি— 17.2

1. প্রিয়া ও দেবু প্রত্যেকে আলাদা ভাবে একটি কাজ যথাক্রমে 10 ঘণ্টায় ও 12 ঘণ্টায় করতে পারে। তারা যদি একসঙ্গে ওই কাজটি করে তবে কত ঘণ্টায় কাজটি শেষ করবে হিসাব করি।
2. আমি, আমার দাদা ও আমার দিদি তিনজনে মিলে বাড়ির জানালাগুলি রং করব। আমার দাদা, দিদি ও আমি আলাদাভাবে এই কাজটি যথাক্রমে 12, 4 ও 6 দিনে করতে পারি। আমরা তিনজন যদি একসাথে কাজটি করি তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারব হিসাব করে লিখি।
3. কোনো একটি কাজ অবনী ও আনোয়ার আলাদাভাবে যথাক্রমে 20 এবং 25 দিনে করতে পারে। তারা একসঙ্গে কাজ শুরু করার 10 দিন পর দু-জনেই চলে গেল। সুখেন এসে বাকি কাজটি 3 দিনে শেষ করল। যদি সুখেন পুরো কাজটি একা করত তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারত হিসাব করে লিখি।

4. পৌরসভার একটি জলের ট্যাঙ্ক থেকে জল নেওয়ার দুটি নল আছে। নলদুটি দিয়ে আলাদাভাবে 4 ঘণ্টায় ট্যাঙ্কটি খালি করা যায়। দুটি নলকে একই সঙ্গে খুলে রাখলে কতক্ষণে জলপূর্ণ ট্যাঙ্কটি খালি হবে হিসাব করে লিখি।

5. আমাদের চৌবাচ্চায় 3টি নল আছে। ওই তিনটি নল দিয়ে আলাদা আলাদা ভাবে যথাক্রমে 18, 21 ও 24 ঘণ্টায় চৌবাচ্চা পূর্ণ করা যায়। (a) একসাথে 3টি নল খোলা থাকলে কতক্ষণে চৌবাচ্চাটি জলপূর্ণ হবে সমানুপাত তৈরি করি ও হিসাব করে লিখি। (b) যদি প্রথম দুটি নল খোলা থাকত তাহলে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগত হিসাব করি। (c) যদি শেষের দুটি নল খোলা থাকত তাহলে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগত হিসাব করি।

6. পৌরসভার জল সরবরাহের নলটি দিয়ে রেহানাদের বাড়ির চৌবাচ্চাটি 30মিনিটে পূর্ণ করা যায়। ওদের বাড়ির সব নলের কল খুলে ওরা 4 ঘণ্টায় ওই পূর্ণ চৌবাচ্চার সমস্ত জল দিয়ে কাজ করতে পারে। কোনো একদিন যদি জল সরবরাহের নলটি মাত্র 25 মিনিট খোলা থাকে তাহলে ওই জল দিয়ে কতক্ষণ ওরা বাড়ির কাজ করতে পারবে হিসাব করে লিখি।

7. কোনো একটি কাজ রমা ও রোহিত 20দিনে, রোহিত ও সাব্বা 15 দিনে এবং রমা ও সাব্বা 20 দিনে করতে পারে। হিসাব করে লিখি তিনজনে একত্রে কতদিনে কাজটি শেষ করবে। রমা, রোহিত ও সাব্বা প্রত্যেকে আলাদা আলাদা কাজ করলে কে কতদিনে কাজটি করতে পারবে হিসাব করি।

8. অলোক, কালাম ও জোসেফ প্রত্যেকে কোন একটি কাজ যথাক্রমে 10, 12 ও 15 দিনে করতে পারে। তারা একসাথে কাজটি শুরু করল। 3দিন পরে কালামকে চলে যেতে হলো। বাকি কাজটি অলোক ও জোসেফ কতদিনে শেষ করতে পারবে সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি।

9. একটি কাজ মেরি ও ডেভিড একা একা যথাক্রমে 10 দিন ও 15 দিনে করতে পারে। প্রথমে মেরি একা 4দিন ও পরে ডেভিড একা 5দিন কাজ করে চলে গেল। মারিয়া এসে একা বাকি কাজটি 4 দিনে শেষ করল। যদি মেরি, ডেভিড ও মারিয়া একসাথে কাজটি করত তবে কতদিনে কাজটি শেষ করত হিসাব করে লিখি।

10. একটি পৌরসভা পানীয় জল সংরক্ষণের জন্য একটি জলাধার নির্মাণ করে তাতে পাম্প যুক্ত করেছে। পাম্পগুলি আলাদা ভাবে যথাক্রমে 16, 20,30 ঘণ্টায় খালি জলাধারটি পূর্ণ করতে পারে। আজ সকাল 7 টায় তিনটি পাম্প যখন একসঙ্গে চালু করা হলো,তখন জলাধারটির $\frac{1}{3}$ অংশ জলপূর্ণ ছিল। 1ঘণ্টা 36 মিনিট পর প্রথম পাম্পটি এবং তারও 2 ঘণ্টা পর তৃতীয় পাম্পটি বন্ধ হয়ে যায়।

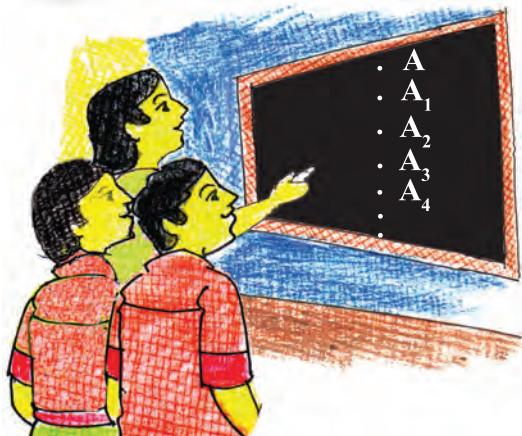
    (a) হিসাব করে দেখি জলাধারটি কখন সম্পূর্ণ জলপূর্ণ হয়েছিল।

    (b) হিসাব করে দেখি দ্বিতীয় পাম্পটি জলাধারের কত অংশ পূর্ণ করেছিল।

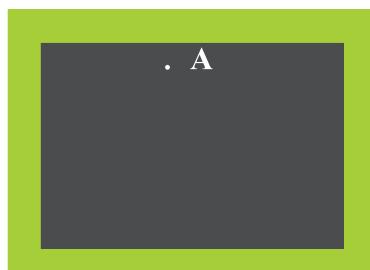
    (c) তৃতীয় পাম্পটি যখন বন্ধ হয়, তখন জলাধারটির কত অংশ জলপূর্ণ ছিল হিসাব করে লিখি।

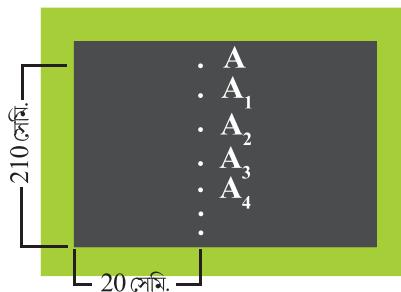
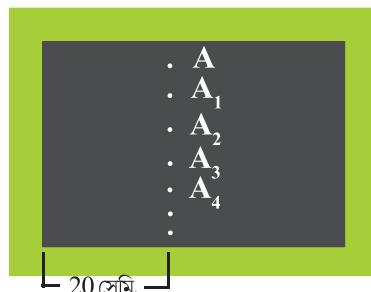
11. আমার বন্ধু রীণা বাগানের কাজ একা 4 ঘণ্টায় করতে পারে। আমি ওই কাজ একা ☐ ঘণ্টায় করতে পারি। কিন্তু দু-জনে একসাথে বাগানের ওই কাজ করলে কত সময় লাগবে হিসাব করে লিখি। (ফাঁকা ঘরে নিজে সংখ্যা বসাই)

18. লেখচিত্র

আজ আমরা আমাদের শ্রেণিকক্ষ সাজাব। তাই রঙিন কাগজ, আঠা ও কাঁচি নিয়ে নানান রকম শৌখিন জিনিস তৈরি করব। সোমেয়া খুব ভালো ছবি আঁকে। তাই সে ব্ল্যাকবোর্ডে কিছু আঁকবে।

প্রথমে ঠিক করি বোর্ডের কোন বিন্দু থেকে আঁকা শুরু করব যাতে সম্পূর্ণ ছবিটি বোর্ডে আঁকতে পারি।

আমি বোর্ডে একটি বিন্দু A বসালাম।

কিন্তু 'A' বিন্দুটি ব্ল্যাকবোর্ডের কোথায় আছে কীভাবে বলব?
অর্থাৎ ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর অবস্থান কীভাবে জানব?

মেপে দেখছি 'A' বিন্দুটি ব্ল্যাকবোর্ডের বামদিক থেকে 20 সেমি. দূরে।

কিন্তু ব্ল্যাকবোর্ডের বামদিক থেকে 20 সেমি. দূরে দেখছি অনেকগুলি বিন্দু আছে।
তার মধ্যে A বিন্দুটি নীচ থেকে 210 সেমি. উপরে আছে।

এবার বুঝেছি ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর অবস্থান হলো বোর্ডের বামপ্রান্ত থেকে 20 সেমি. দূরে এবং ব্ল্যাকবোর্ডের নীচ থেকে 210 সেমি. উপরে।

ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর নির্দিষ্ট অবস্থান জানতে হলে কি দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুদিক থেকে দূরত্ব জানতে হবে?

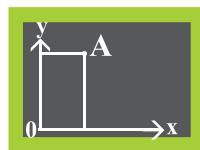
ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর নির্দিষ্ট অবস্থান জানতে ব্ল্যাকবোর্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়দিক থেকে দূরত্ব জানতে হবে।

ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর অবস্থান (20, 210) বলতে পারি কি?

ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর অবস্থান (20, 210) বলতে পারি।

আমার এই A বিন্দুকে কেন্দ্র করে সোমেয়া সমগ্র ছবিটি ব্ল্যাকবোর্ডে আঁকল।

অমিত খাতায় একটি বিন্দু এঁকে তার অবস্থান লিখবে। কিন্তু A বিন্দুর অবস্থান লেখার জন্য ব্ল্যাকবোর্ডের দুই ধারের মতো দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর দুটি সরলরেখা দরকার যারা লম্বভাবে আছে।

এদের কী নাম দেবো?

অনুভূমিক সরলরেখাকে x অক্ষ ও উল্লম্ব সরলরেখাকে y অক্ষ বলা হয় এবং এদের ছেদবিন্দু O যার অবস্থান (0, 0); কারণ, O থেকে গণনা শুরু হয়। O কে মূলবিন্দু বলা হয়। (0, 0) তে প্রথম 0 মানে x অক্ষ বরাবর ডানদিকে যাওয়া হয়নি এবং দ্বিতীয় 0 মানে y অক্ষ বরাবর উপরে যাওয়া হয়নি।

সপ্তদশ শতাব্দীতে গণিতজ্ঞ **রেনে দেকার্তে** (Renè Descartes) তার সিলিং-এর কোনায় একটি পোকার অবস্থান দেখে তলের কোনো বিন্দুর অবস্থান নিয়ে চিন্তাভাবনা শুরু করেন। তিনি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়ের জন্য অনুভূমিক ও উল্লম্ব দুটি সরলরেখার প্রয়োজনের কথা বলেন। তাই এই পদ্ধতিকে **কার্তেসীয় পদ্ধতি** (Cartesian System) বলা হয়।

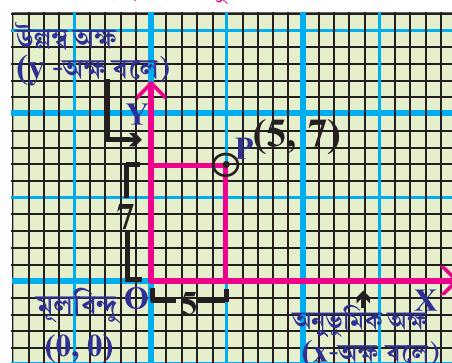
লিলি এই কাজ অর্থাৎ বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়ের কাজ সহজ করানোর জন্য অনেকগুলি ছক কাগজ (graph paper) নিয়ে এসেছে।

আমি আমার ছক কাগজে x অক্ষ ও y অক্ষ টানলাম। আমি (5, 7) বিন্দুটি খোঁজার চেষ্টা করি।

(1) প্রথমে ছক কাগজে দুটি অক্ষ টানলাম। একটি অনুভূমিক অক্ষ বা x অক্ষ। অন্যটি উল্লম্ব অক্ষ বা y অক্ষ।

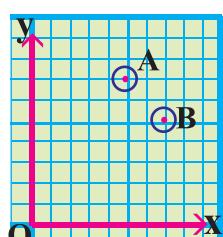
(2)দুটি অক্ষের ছেদবিন্দু O (0, 0) নিলাম। O কে মূলবিন্দু বলে।

(3)O (0, 0) থেকে x অক্ষ বরাবর 5 একক ডানদিকে গেলাম।

এবার সেখান থেকে y অক্ষ বরাবর 7 একক উপরে উঠে P বিন্দুতে পৌঁছালাম যার অবস্থান (5, 7)।

(5, 7) আকারে বিন্দুর অবস্থান প্রকাশকে কী বলে?

(5, 7) হলো P বিন্দুর স্থানাঙ্ক যার 5 হলো x স্থানাঙ্ক বা ভুজ এবং 7 হলো y স্থানাঙ্ক বা কোটি।

(5, 7) ও (7, 5) বিন্দু দুটি কী একই বিন্দু? নিজে ছক কাগজে বসিয়ে দেখি।

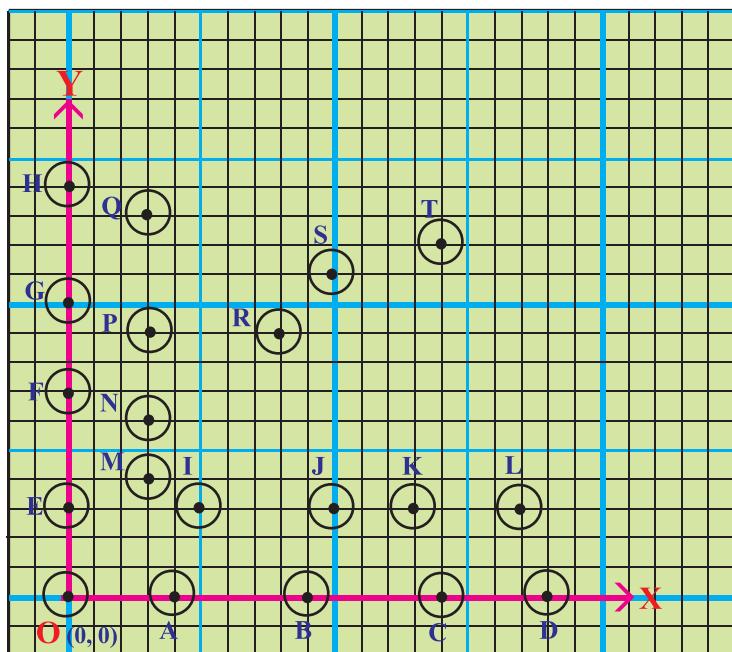
দেখছি, A (5, 7) ও B (7, 5) বিন্দু দুটি ☐ (একই/আলাদা)

ছক কাগজে বিন্দু খুঁজি

আমার ছক কাগজে অনেকগুলি বিন্দু দেখছি। বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক লেখার চেষ্টা করি।

দেখছি, A বিন্দু x অক্ষের উপরে মূলবিন্দু থেকে 4 একক দূরে আছে।

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক কি হবে?

A বিন্দুর y অক্ষের থেকে দূরত্ব 4 একক এবং x অক্ষ থেকে দূরত্ব 0 একক।

$\therefore$ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 0)

বুঝেছি, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (9, 0)

C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (___ , ___) (নিজে লিখি)

___ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (18, 0) (নিজে লিখি)

পেলাম, x অক্ষের উপর অবস্থিত কোনো বিন্দুর y স্থানাঙ্ক 0 (শূন্য)।

দেখছি, E বিন্দু y অক্ষের উপর মূলবিন্দু থেকে 3 একক দূরত্বে অবস্থিত।

E বিন্দুর স্থানাঙ্ক কী হবে?

E বিন্দু y অক্ষের উপর x অক্ষ থেকে 3 একক দূরত্বে অবস্থিত কিন্তু y অক্ষের থেকে 0 দূরত্বে আছে।

$\therefore$ E বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 3)

বুঝেছি, F বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 7)

G বিন্দুর স্থানাঙ্ক (___ , ___) **[নিজে লিখি]**

___ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 14) **[নিজে লিখি]**

পেলাম, y অক্ষের উপর অবস্থিত কোন বিন্দুর x স্থানাঙ্ক ___ ।

ছক কাগজ থেকে I ও J বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।

দেখছি, I বিন্দু y অক্ষ থেকে 5 একক দূরে এবং x অক্ষ থেকে 3 একক দূরে আছে।

∴ I বিন্দুর স্থানাঙ্ক (5, 3)

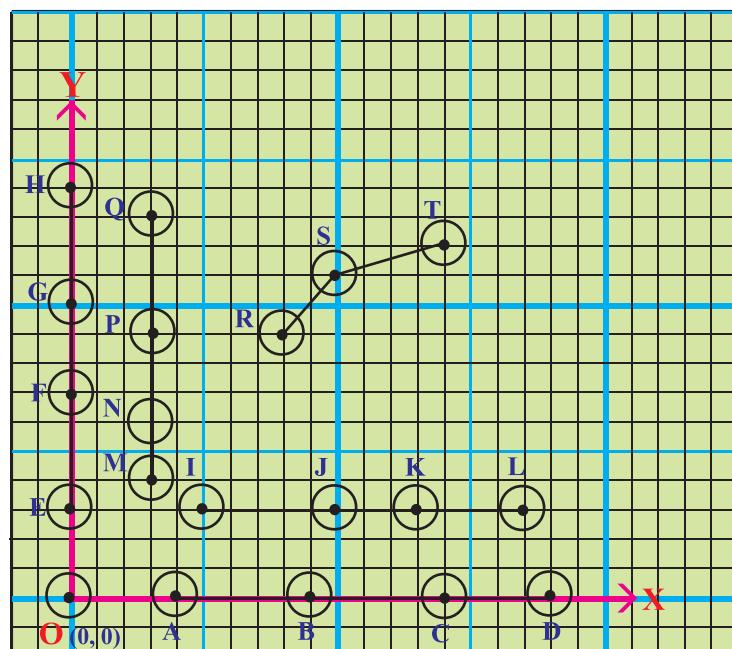
J বিন্দু y অক্ষ থেকে ☐ একক দূরে এবং x অক্ষ থেকে ☐ একক দূরে আছে।

∴ J বিন্দুর স্থানাঙ্ক (☐, ☐)

K ও L বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি। **[নিজে করি]**

একইভাবে M, N, P, Q, R, S ও T বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি **[নিজে করি]**

এবারে ছক কাগজের বিন্দুগুলি পেনসিল দিয়ে যোগ করি ও দেখি কোন তিনটি বা তিনের বেশি বিন্দুগুলি সমরেখ।

দেখছি, A, B, C, ও D বিন্দুগুলি ☐ অক্ষের উপরে আছে এবং এরা ☐ (সমরেখ/অসমরেখ)।

☐, ☐, ☐ ও ☐ বিন্দুগুলি y অক্ষের উপর আছে এবং এরা ☐ (সমরেখ/অসমরেখ)।

I, J, ☐ ও ☐ বিন্দুগুলি সমরেখ।

আবার, M, N, ☐ ও ☐ বিন্দুগুলি সমরেখ। কিন্তু R, S ও T বিন্দুগুলি ☐ (সমরেখ/অসমরেখ)।

নিজে করি — 18.1

1) ছক কাগজে A (4, 0), B (0, 6), C(2, 5), D(7, 1), E(☐, 5) ও F(☐, 5) বিন্দুগুলি বসাই।

2) (1, 1), (3, 7), (9, 1) ও (12, 1) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসাই ও পেনসিল দিয়ে যোগ করে দেখি সমরেখ কিনা।

3) ছক কাগজে 4 টি সমরেখ বিন্দু লিখি ও বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক লিখি।

এইভাবে ছক কাগজে বিন্দুগুলি বসিয়ে এবং যোগ করে যে চিত্র পাব তাকে কী বলব?

বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক থেকে ছক কাগজে বিন্দুগুলি বসিয়ে ও যোগ করে যে চিত্র পাব তাকে লেখচিত্র (Graph) বলে।

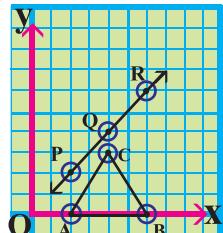
যদি বিন্দুগুলি যোগ করে সরলরেখাংশ পাই তখন সেই চিত্রকে রৈখিক লেখচিত্র (Linear graph) বলা হয়।

1 A(2, 0), B(6, 0) ও C(4, 3) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসাই ও A, B; B, C ও C,A যোগ করে দেখি কী পাই।

বিন্দুগুলি যোগ করে একটি ☐ পেলাম (ত্রিভুজ/চতুর্ভুজ)

2 P(2,2), Q(4, 4), R(6, 6) বিন্দুগুলি যোগ করে একটি ☐ (রৈখিক/রৈখিক নয়) লেখচিত্র পাচ্ছি।

3 P(1, 2), A(2, 3), T(3, 4), , H(4, 5) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসাই ও যোগ করে দেখি রৈখিক লেখচিত্র পেলাম কিনা। **[নিজে করি]**

মোহিত পাড়ার সুবোধকাকুর দোকান থেকে 6টি পেন 12 টাকায় কিনেছে। আমরা ঠিক করেছি পাড়ার বার্ষিক ক্রীড়ার সান্ত্বনা পুরস্কারের জন্য ওই একই পেন কিনব। তাই দু-ডজন পেন কিনলাম ☐ টাকা দিয়ে। গিয়াসুদ্দিন 10 টি একইরকম পেন 10×2 টাকা = 20 টাকায় কিনল

4 আমি পেনের সংখ্যা ও দামের একটি ছক তৈরি করি —

পেনের সংখ্যা (টি)	6	10	24
পেনের দাম (টাকা)	12	20	48

আমি আমার ছক কাগজে উপরের তথ্যের একটি লেখচিত্র আঁকার চেষ্টা করি।

(1) প্রথমে x অক্ষ ও y অক্ষ এঁকে দুই অক্ষ বরাবর একটি সুবিধামতো স্কেল নিলাম।

x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1টি পেন এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 টাকা নিলাম।

(2) x অক্ষ বরাবর পেনের সংখ্যা এবং y অক্ষ বরবার পেনের দাম নিলাম।

(3) ছকের তথ্য থেকে (6, 12), (10, 20) ও (24, 48) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসালাম।

(4) বিন্দুগুলি যোগকরে AB একটি সরলরেখাংশ পেলাম। তাই এটি একটি ☐ লেখচিত্র।

5 আমি উপরের রৈখিক লেখচিত্র থেকে 14 টি পেনের দাম খোঁজার চেষ্টা করি।

অনুভূমিক রেখা অর্থাৎ x অক্ষের উপর 14টি পেনের সংখ্যার বিন্দু নিয়ে y অক্ষের সমান্তরালে একটি উল্লম্ব রেখা টানলাম যা AB সরলরেখাংশকে P বিন্দুতে ছেদ করল।

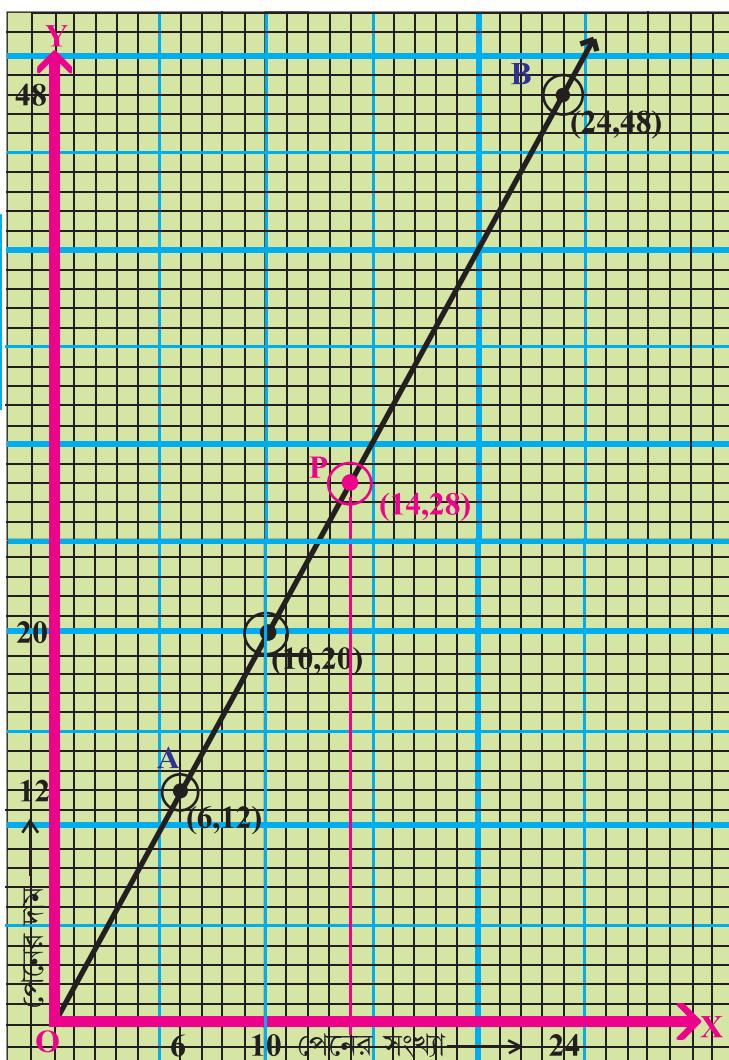
P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (14, ☐)

∴ 14টি পেনের দাম 28 টাকা।

6 আমি উপরের রৈখিক লেখচিত্র থেকে 36 টাকায় কতগুলি পেন পাব দেখি।

উল্লম্ব রেখায় অর্থাৎ y অক্ষের উপর 36 টাকার বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরালে একটি অনুভূমিক রেখা টানলাম যা AB সরলরেখাংশকে Q বিন্দুতে ছেদ করল।

Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (☐, 36)

∴ রৈখিক লেখচিত্র থেকে পেলাম, 36টাকায় 18 টি পেন পাব।

7 কিন্তু এই BA সরলরেখাংশকে মূলবিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে কী পাই দেখি।

বুঝতে পারলাম, যেহেতু মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 0) তাই, 0 টি পেনের দাম 0 টাকা।

আবার পেনের দাম ও পেনের সংখ্যা ☐ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে অছে।
এই সরল সম্পর্কে রৈখিক লেখচিত্র পেলাম।

নিজে করি — 18.2

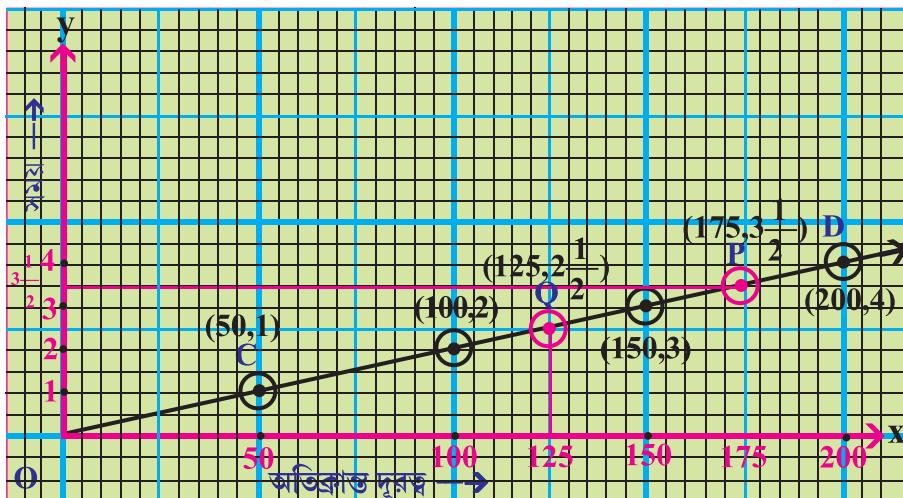
1) আমি 4 টি খাতা 20 টাকায় কিনলাম। একইরকম খাতার সংখ্যার সঙ্গে খাতার দামের তথ্য ছকে লিখি ও সেই ছকের তথ্যের লেখচিত্র ছক কাগজে আঁকি।

খাতার সংখ্যা (টি)	4	8	10	12
খাতার দাম (টাকা)	20	40	50	60

ছক কাগজে নিজে লেখচিত্র তৈরি করি ও সেই লেখচিত্র থেকে 6 টি খাতার দাম ও 45 টাকায় কতগুলি খাতা পাব হিসাব করে লিখি।

8 আজ আমরা ট্যাক্সি ভাড়া করে শালবনীতে যাচ্ছি। সেখানে আমার মামার বাড়ি। সকাল 7 টায় রওনা দিয়েছি। প্রতি ঘণ্টায় আমাদের গাড়ি কতটা পথ অতিক্রম করল তার তথ্য আমি নীচের ছকে লিখেছি। আমি ছক কাগজে এই তথ্যগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

সময় (ঘণ্টা)	1	2	3	4
অতিক্রান্ত দূরত্ব (কিমি.)	50	100	150	200

লেখচিত্র থেকে সকাল 10 টা 30 মিনিট পর্যন্ত গাড়িটি কতপথ অতিক্রম করেছিল দেখি এবং 125 কিমি. দূরত্ব কখন অতিক্রম করেছিল দেখি।

(1) প্রথমে ছক কাগজে x অক্ষ ও y অক্ষ আঁকলাম ও দুই অক্ষ বরাবর সুবিধামতো স্কেল নিলাম।

(2) x অক্ষ বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং y অক্ষ বরাবর সময় নিলাম।

x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 কিমি. এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 ঘণ্টা ধরলাম।

(3) উপরের ছকের তথ্য থেকে (50, 1), (100, 2), (150, 3) ও (200, 4) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসালাম।

(4) বিন্দুগুলি যোগকরে CD সরলরেখাংশ পেলাম।

লেখচিত্র থেকে সকাল 10টা 30 মিনিটে অর্থাৎ (10টা 30মিনিট – 7টা)

= 3 ঘণ্টা 30 মিনিট বা $3\frac{1}{2}$ ঘণ্টাপরে গাড়িটি কতটুকু পথ অতিক্রম করেছে দেখি।

উল্লম্ব রেখায় অর্থাৎ y অক্ষ বরাবর $3\frac{1}{2}$ ঘণ্টা বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখাংশ CD সরলরেখাংশকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(175, 3\frac{1}{2})$

∴ 3 ঘণ্টা 30 মিনিটে আমাদের গাড়ি গিয়েছিল 175 কিমি.।

একইভাবে লেখচিত্র থেকে দেখছি আমাদের গাড়িটি 125 কিমি. পথ অতিক্রম করেছিল 2 ঘণ্টা 30 মিনিটে অর্থাৎ সকাল 9 টা 30 মিনিটে।

DC সরলরেখাংশকে O বিন্দু পর্যন্ত বাড়ালাম। O বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,0) কী প্রকাশ করে নিজে লিখি।

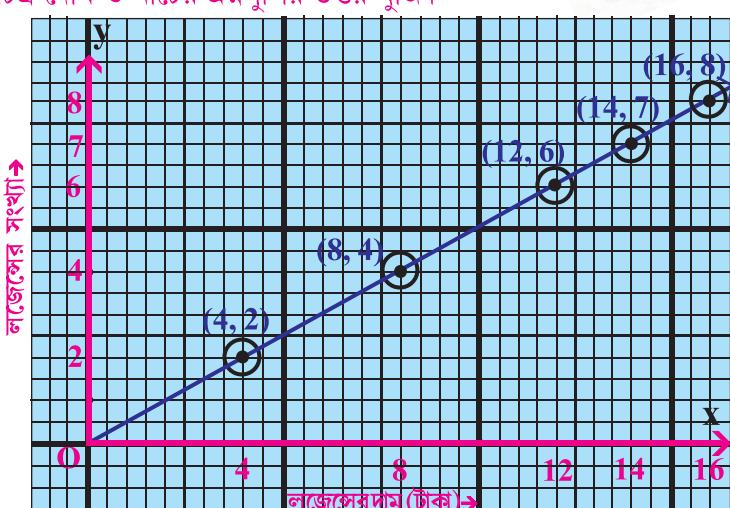
নিজে করি — 18.3

(1) আমি ছক কাগজে নীচের তথ্যগুলির সময় দূরত্বের লেখচিত্র তৈরি করি ও সেখান থেকে 4 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব দেখি ও 150 কিমি. দূরত্ব কত সময়ে যাবে লেখচিত্র থেকে বলি।

সময় (ঘণ্টা)	2	3	5
দূরত্ব (কিমি.)	50	75	125

9 আমি নীচের ছক কাগজের লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর খুঁজি।

x অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টাকা

y অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টি লজেন্স।

(i) ছক কাগজের লেখচিত্রটি কোন বিষয়ের লিখি।

(ii) লজেন্সের সংখ্যা ও দাম কী সম্পর্কে আছে লিখি।

(iii) 8 টি লজেন্সের দাম কত টাকা লিখি।

(iv) 12 টাকায় কতগুলি লজেন্স পাওয়া যায় ছক কাগজ থেকে লিখি।

(v) 1 টি লজেন্সের দাম কত টাকা লিখি।

(vi) 14 টাকায় কতগুলি লজেন্স পাব লিখি।

উত্তর :

(i) ছক কাগজের লেখচিত্রটি লজেন্সের দাম ও সংখ্যার লেখচিত্র।

(ii) লেখচিত্রটি রৈখিক লেখচিত্র। লজেন্সের সংখ্যা ও লজেন্সের দাম ☐ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।
[নিজে লিখি]

(iii) লেখচিত্র থেকে দেখছি 8 টি লজেন্সের দাম 16 টাকা।

(iv) লেখচিত্র থেকে দেখছি 12 টাকায় পাওয়া যায় 6 টি লজেন্স।

(v) 1 টি লজেন্সের দাম ☐ টাকা **[নিজে লিখি]**

(vi) 14 টাকায় পাওয়া যায় ☐ টি লজেন্সে। **[নিজে লিখি]**

কষে দেখি — 18

1. (i) পাশের ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 একক নিয়ে বিন্দুগুলি দেখি ও তাদের স্থানাঙ্কগুলি লিখি।

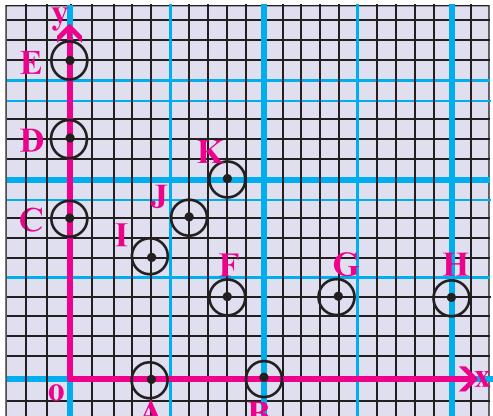
   (ii) বিন্দুগুলির মধ্যে কোন বা কোন কোন তিনটি বিন্দু সমরেখ দেখি।

   (iii) বিন্দুগুলির মধ্যে তিনটি বিন্দু খুঁজি যারা সমরেখ নয়।

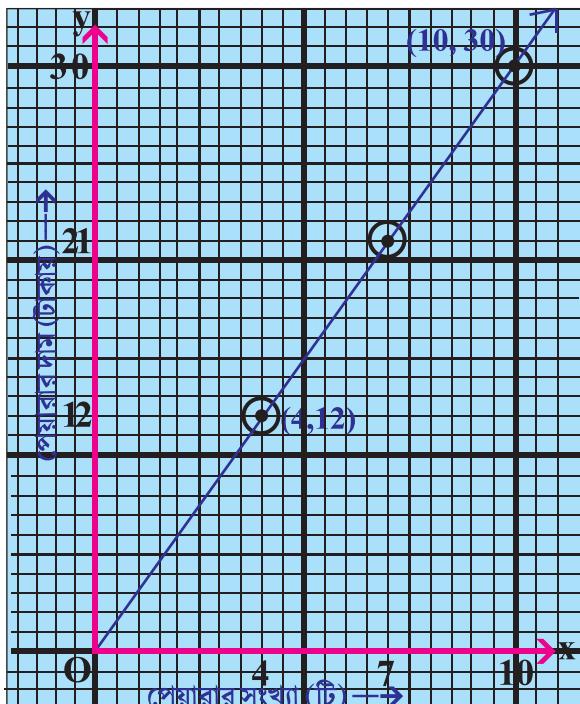
2. নিজে ছক কাগজে (1, 0), (0, 5), (2, 1), (3, 3), (1, 3), (2, 5) ও (0, 0) বিন্দু দেখাই।

3. (i) নিজে (1, 1), (2, 2) ও (6, 6) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসাই ও যোগ করে সমরেখ কিনা দেখি।

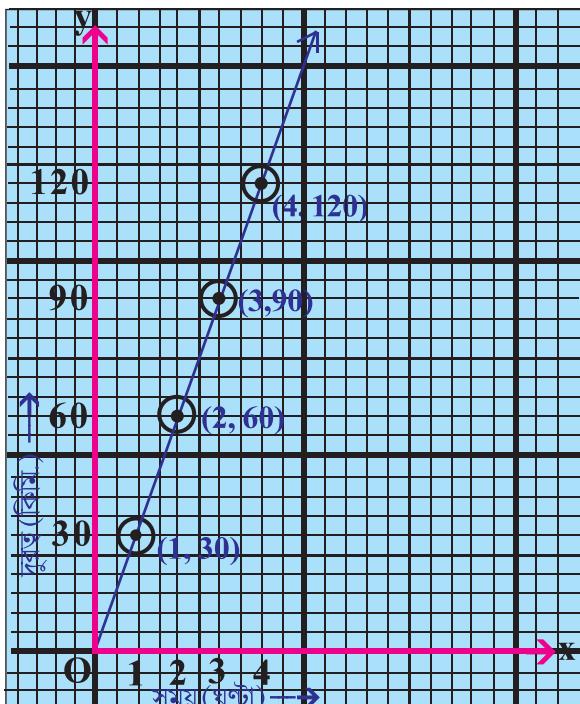
   (ii) নিজে যেকোনো তিনটি অসমরেখ বিন্দু ছক কাগজে বসাই।

   (iii) আমি উপরের তিনটি বিন্দু বাদে যেকোনো তিনটি সমরেখ বিন্দু ছক কাগজে আঁকি ও তাদের স্থানাঙ্কগুলি লিখি।

4. পাশের ছকের লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর খুঁজি।

ধরি, x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টি পেয়ারা ও
y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টাকা।

(i) লেখচিত্র থেকে পেয়ারার সংখ্যা ও দাম কী সম্পর্কে আছে লিখি।
(ii) 4 টি পেয়ারার দাম কত লিখি।
(iii) 30 টাকায় কতগুলি পেয়ারা পাওয়া যায় লিখি
(iv) 9 টাকায় কতগুলি পেয়ারা পাব লেখচিত্র থেকে লিখি।
(v) 9 টি পেয়ারার দাম লেখচিত্র থেকে লিখি।

5. পাশের সময় ও দূরত্বের লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর খুঁজি।

x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 ঘণ্টা ও
y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 কিমি.।

(i) সময়ের সাথে দূরত্ব কী সম্পর্কে আছে লিখি।
(ii) লেখচিত্র থেকে 3 ঘণ্টায় কত দূরত্ব গেছে লিখি।
(iii) 120 কিমি. পথ যেতে কত ঘণ্টা সময় লাগে লিখি।
(iv) গতিবেগ ঘণ্টায় কত কিমি. দেখি।
(v) 2 ঘণ্টা 30 মিনিটে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে লেখচিত্র থেকে লিখি।
(v) 45 কিমি. দূরত্ব অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে হিসাব করে লিখি।

6. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

পেনসিলের সংখ্যা	3	5	7	8
পেনসিলের দাম (টাকায়)	6	10	14	16

7. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

সময় (ঘণ্টা)	2	4	6	8
দূরত্ব (কিমি.)	40	80	120	160

8. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

ব্যাগের সংখ্যা	1	2	3	4
ব্যাগের দাম (টাকায়)	50	100	150	200

9. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

বইয়ের সংখ্যা	2	3	5	8
বইয়ের দাম (টাকায়)	50	75	125	200

10. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

ওভার	1	3	5	7
ওভারের শেষে রান সংখ্যা	4	12	20	24

19. সমীকরণ গঠন ও সমাধান

আজ আমরা এক মজার খেলা খেলব। শিবানী অনেকগুলি মার্বেল একটি কাপড়ের ছোটো থলেতে জমা করেছে। আমি, ধ্রুব, মহুয়া, অশোক ও মুরাদ শিবানীদের ছাদের ঘরে মার্বেলগুলি নিয়ে খেলা খেলব।

খেলাটি হলো শিবানী প্রথমে ধ্রুব ও মহুয়াকে কিছু মার্বেল একটি নিয়মে ভাগ করে দেবে। আমি না দেখে ওদের পাওয়া মার্বেলের সংখ্যা বলব।

শিবানী যতগুলি মার্বেল ধ্রুবকে দিল, মহুয়াকে তার দ্বিগুণ অপেক্ষা 18 টি বেশি মার্বেল দিল। আমি হিসেব করে দেখি কতগুলি মার্বেল শিবানী মহুয়াকে দিতে পারে।

ধরি, শিবানী ধ্রুবকে x টি মার্বেল দিল।

$\therefore$ মহুয়াকে দিল $\rightarrow (2\times x+18)$ টি = ☐ টি

ধ্রুবকে মার্বেল দিল (টি)	1	2	3	4	5	6	7	.....	x
মহুয়াকে মার্বেল দিল (টি)	20	22	☐	☐	☐	☐	☐	.....	☐

$\therefore$ মহুয়াকে 20টি, 22টি, ... মার্বেল দিতে পারে।

জানতে পারলাম, শিবানী মহুয়াকে 108 টি মার্বেল দিয়েছে।

$$2x+18=108$$

বা, $2x = 108 - 18$

বা, $2x = 90$

$\therefore x = 45$

সুতরাং, শিবানী ধ্রুবকে ☐ টি মার্বেল দিয়েছে।

$\therefore$ $x = 45$ হলো $2x + 18 = 108$ সমীকরণের **বীজ**।

এবার শিবানী মুরাদকে যতগুলি মার্বেল দিল মহুয়াকে তার অর্ধেক অপেক্ষা 4টি মার্বেল কম দিল। হিসাব করে দেখি, এবার শিবানী মহুয়াকে কতগুলি মার্বেল দিতে পারে।

ধরি, শিবানী মুরাদকে x টি মার্বেল দিল।

∴ মহুয়াকে দিল (☐ – 4) টি মার্বেল।

মুরাদকে মার্বেল দিল (টি)	8	10	12	20	28	.....	n
এবারে, মহুয়াকে মার্বেল দিল (টি)	0	☐	☐	☐	☐		☐

গুনে দেখলাম শিবানী মহুয়াকে 86 টি মার্বেল দিয়েছে,

∴ শিবানী মুরাদকে ☐ টি মার্বেল দিয়েছে।

পেলাম, $\frac{x}{2} - 4 = 86$ সমীকরণের বীজ ☐ ।

$\frac{x}{2} - 4 = 86$

$\therefore x =$ ☐

[নিজে করি]

এবার শিবানী অশোককে যতগুলি মার্বেল দিল, মহুয়াকে তার $\frac{5}{2}$ অংশের চেয়ে 3 টি মার্বেল কম দিল। হিসাব করে দেখি, এবারে শিবানী মহুয়াকে কতগুলি মার্বেল দিতে পারে।

ধরি , শিবানী অশোককে x টি মার্বেল দিল।

∴ মহুয়াকে দিল ☐ টি মার্বেল।

অশোককে মার্বেল দিল (টি)	2	4	8	10	20	.....	n
এবারে, মহুয়াকে মার্বেল দিল (টি)	☐	☐	☐	☐	☐	.....	☐

যদি শিবানী মহুয়াকে 127 টি মার্বেল দেয় তবে অশোককে কতগুলি মার্বেল দিয়েছে হিসাব করে লিখি।

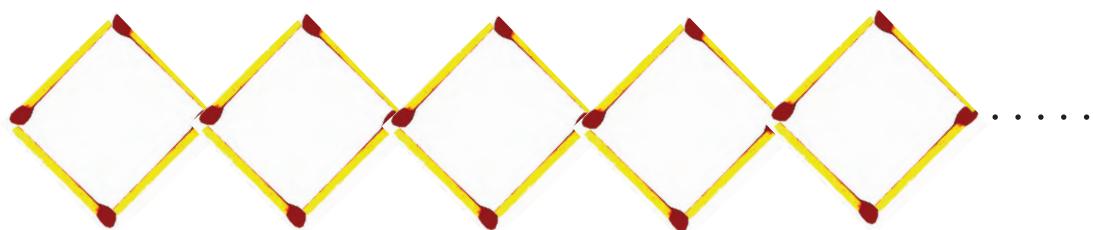
$\frac{5x}{2} - 3 = 127$ সমীকরণের বীজ খুঁজি **[নিজে করি]**

নিজে করি — 19

1) শিবানী আমাকে ও মুরাদকে কিছু মার্বেল দিল। যদি মুরাদের পাওয়া মার্বেলের সংখ্যা আমাকে দেওয়া মার্বেলের সংখ্যার $\frac{7}{3}$ এর চেয়ে 2টি কম হয় তবে মুরাদকে কী কী সংখ্যক মার্বেল দিতে পারে হিসাব করি।

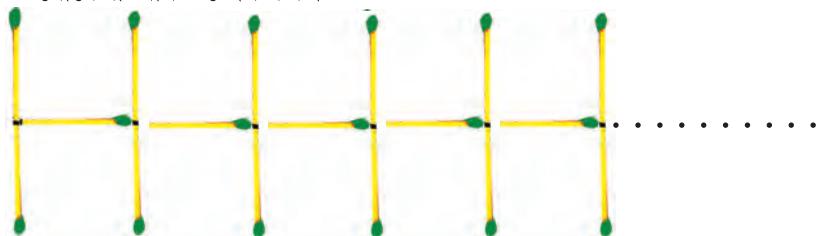
যদি মুরাদ 40 টি মার্বেল পেয়ে থাকে তবে শিবানী আমাকে কতগুলি মার্বেল দিয়েছে হিসাব করে লিখি।

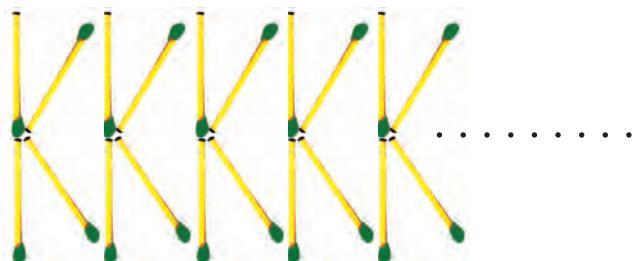
কিছু পরে আরও দুজন বন্ধু রোকেয়া ও অর্ঘ্য আমাদের সাথে খেলায় যোগ দিল।

রোকেয়া অনেকগুলি দেশলাই কাঠি সাথে এনেছে। সে এই কাঠিগুলি দিয়ে নানান রকম নকশা তৈরি করল।

এইরকম n সংখ্যক নকশায় কাঠি লাগবে 4n টি।

যদি 80 টি দেশলাই কাঠি লাগে তবে বর্গক্ষেত্রের সংখ্যা ☐ টি **[নিজে করি]**।

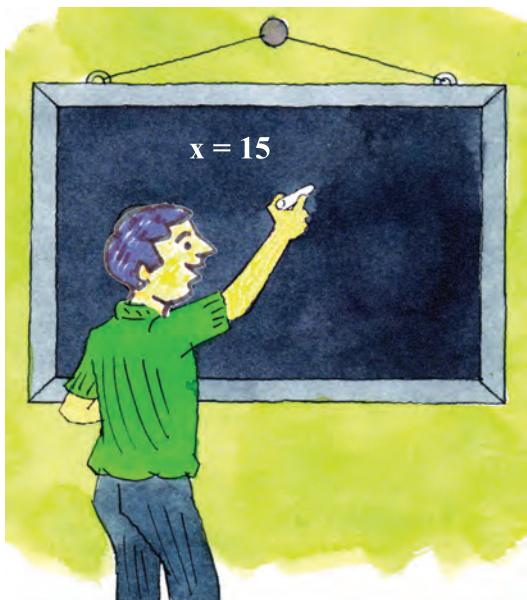
সুতরাং $4n = 80$ সমীকরণের বীজ ☐

রোকেয়া আরও তৈরি করল —

এইরকম n সংখ্যক 'H' তৈরি করতে মোট কাঠি লাগবে (☐ $\times n + 2$) টি।

35 টি দেশলাই কাঠি দিয়ে এইরকম কতগুলি 'H' তৈরি করেছে সমীকরণ গঠন করে সমীকরণের বীজ নির্ণয় করি। এবার রোকেয়া তৈরি করল —

এইরকম n সংখ্যক 'K' তৈরি করতে মোট কাঠি লাগবে ☐ টি [নিজে করি]।

আমি দেশলাই কাঠি দিয়ে নিজে আর একটি নকশা তৈরি করি ও একইরকম n সংখ্যক নকশায় কতগুলি দেশলাই কাঠি লাগবে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

সমীকরণ	সমীকরণের বীজে গোল দাগ দিই
$10+3x=25-2x$	1, 3, 7, 0
$\frac{x}{4}-\frac{1}{3}=\frac{x}{3}+\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$, 5, – 11, $-\frac{44}{5}$
$\frac{5}{2}(t-3)=(5t-12)$	$\frac{5}{9}$, $1\frac{4}{5}$ $\frac{-9}{5}$, 5,
$\frac{2x}{3}=\frac{3x}{8}+\frac{7}{12}$	0, 1, 2, 9

[নিজে করি]

নতুন মজার খেলা

ধ্রুব ও মুরাদ ঠিক করল একটি নতুন মজার খেলা খেলবে। মুরাদ ও ধ্রুব ঠিক করল তারা একটি একচল সমীকরণের একটি বীজ বলবে আর আমরা সবাই মিলে এমন একটি সমীকরণ তৈরির চেষ্টা করব যার বীজ ওদের দেওয়া বীজের সমান হবে।

ধ্রুব লিখল → $x = 15$

আমি সমীকরণ তৈরি করি যার বীজ 15

$x = 15$

উভয়দিকে 3 গুণ করে পাই → $3\times x = 3\times 15$ ← উভয়দিকে 3 ভাগ করে পাই।

উভয়দিক থেকে 10 বিয়োগ করে পাই → $3x - 10 = 35$ ← উভয়দিকে 10 যোগ করে পাই।

∴ $3x - 10 = 35$ হলো নির্ণেয় একটি সমীকরণ যার বীজ 15

∴ x এর তিনগুণ থেকে 10 বিয়োগ করলে বিয়োগফল যদি 35 হয় তখন x এর মান 15 এর সমান হবে।

মুরাদ লিখল → $y = -9$

আমি সমীকরণ তৈরি করি যার বীজ (-9)

$$y = -9$$
$$2 \times y = -18$$
$$2y + 18 = 0$$

$\therefore$ $2y + 18 = 0$ হলো নির্ণেয় একটি সমীকরণ যার বীজ (-9)

সমীকরণ তৈরি করি ও ভাষায় প্রকাশ করি :

(1) $x = -19$ ☐

(2) $t = 21$ ☐

[নিজে করি]

1 সবাই মিলে চাঁদা তুলে আমরা কিছু খাওয়া দাওয়ার ব্যবস্থা করব। আমার কাছে 2 টি 100 টাকার নোট আছে। আমি আমার 200 টাকাকে 5 টাকা ও 10 টাকার নোটে ভাঙাতে চাই।

শিবানীর বাবা আমাকে টাকা খুচরো করে 5 টাকা ও 10 টাকার নোট মিলে মোট 32 টি নোট দিলেন।

আমি সমীকরণ গঠন করে হিসাব করে দেখি প্রত্যেক প্রকারের কতগুলি নোট আমার কাছে আছে।

ধরি x টি 5 টাকার নোট আছে।

$\therefore$ 10 টাকার নোট আছে $(32-x)$ টি।

1 টি 5 টাকার নোটের মূল্য 5 টাকা।

$\therefore$ x টি 5 টাকার নোটের মূল্য 5x টাকা।

1 টি 10 টাকার নোটের মূল্য 10 টাকা।

$\therefore$ $(32-x)$ টি 10 টাকার নোটের মূল্য $10(32-x)$ টাকা।

আমার কাছে 5x টাকা ও $10(32-x)$ টাকা মিলে মোট 200 টাকা আছে।

শর্তানুসারে, $5x + 10(32-x) = 200$

বা, $5x + 320 - 10x = 200$

বা, $5x - 10x = 200 - 320$

বা, $-5x = -120$

বা, $x = \frac{-120}{-5}$ $\therefore$ $x = 24$

$\therefore$ আমার কাছে 5 টাকার নোট আছে 24 টি ও 10 টাকার নোট আছে $32-24 =$ ☐ টি।

2 আমি যদি 3 টি 100 টাকার নোট 5 টাকা ও 10 টাকার নোটে খুচরো করতাম এবং 5 টাকা ও 10 টাকার নোট মিলে মোট 48 টি নোট পেতাম, তবে আমার কাছে কোন নোট কতগুলি থাকত হিসাব করি। [নিজে করি]

3 ধ্রুবদের শ্রেণিতে মোট 35 জন ছাত্রছাত্রী। তাদের বয়সের গড় ছিল 14 বছর। নতুন 7 জন ছাত্রছাত্রী ভরতি হওয়ায় শ্রেণির মোট ছাত্রছাত্রীর বয়সের গড় হলো 13.9 বছর। সমীকরণ গঠন করি ও ধ্রুবদের শ্রেণিতে ছাত্রছাত্রীর বয়সের গড় কত ছিল হিসাব করে লিখি।

ধরি, নতুন ভরতি হওয়া 7 জন ছাত্রছাত্রীর বয়সের গড় x বছর।

$\therefore$ নতুন 7 জন ছাত্রছাত্রীর মোট বয়স $(7 \times x)$ বছর = 7x বছর।

আগের 35 জন ছাত্রছাত্রীর মোট বয়স ছিল 35×14 বছর

= ☐ বছর

এখন 7 জন ছাত্রছাত্রী ভরতি হওয়ায় ধ্রুবদের শ্রেণিতে মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (35 + 7) জন

= 42 জন

$\therefore$ 42 জন ছাত্রছাত্রীর মোট বয়স = $(7x + 490)$ বছর

কিন্তু এখন 42 জন ছাত্রছাত্রীর গড় বয়স = 13.9 বছর

$\therefore$ 42 জন ছাত্রছাত্রীর মোট বয়স = (13.9×42) বছর

শর্তানুসারে, $7x + 490 = 13.9 \times 42$

বা, $7x = 13.9 \times 42 - 490$

বা, $x = \dfrac{13.9 \times 42 - 490}{7}$

$\therefore$ x = ☐

$\therefore$ নতুন ভরতি হওয়া 7 জন ছাত্রছাত্রীর গড় বয়স ☐ বছর।

4 মানস একটি ভগ্নাংশ লিখেছে যার হর লবের দ্বিগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। যদি লব ও হরের সঙ্গে 4যোগ করি তাহলে ভগ্নাংশটি $\frac{7}{11}$ হয়। সমীকরণ গঠন করি ও হিসাব করে মানসের লেখা ভগ্নাংশটি নির্ণয় করি।

ধরি, ভগ্নাংশের লব = x

এবং হর = 2x+1

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $\dfrac{\square}{\square}$

ভগ্নাংশটির লব ও হরের সাথে 4 যোগ করি ও কী পাই দেখি,

$$\frac{\square + 4}{\square + 4} = \frac{x+4}{2x+1+4} = \frac{x+4}{2x+5}$$

শর্তানুসারে,

$$\frac{x+4}{2x+5} = \frac{7}{11}$$

বা, $14x + 35 = 11x+44$

বা, $14x - 11x = 44 - 35$

বা, $3x = 9$

$\therefore x = 3$

সুতরাং ভগ্নাংশটি $\dfrac{x}{2x+1}$

$$= \frac{3}{2\times3+1} = \frac{3}{7}$$

5 অশোক একটি ভগ্নাংশ লিখেছে যার লব হর অপেক্ষা 2 কম। যদি লব ও হরের সঙ্গে 1 যোগ করা হয় তাহলে ভগ্নাংশটির মান হয় $\frac{4}{5}$; সমীকরণ গঠন করি ও হিসাব করে অশোকের ভগ্নাংশটি নির্ণয় করি।

[নিজে করি]

6 মহুয়া একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লিখেছে যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল (সমষ্টি) 9; যদি সংখ্যাটির সাথে 45 যোগ করি তাহলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সমীকরণ গঠন করি ও মহুয়ার লেখা দুই অঙ্কের সংখ্যাটি কী হবে হিসাব করে লিখি।

ধরি দুই অঙ্কের সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x

সুতরাং দশক স্থানীয় অঙ্ক $(9 - x)$

দশক	একক
$(9-x)$	x

$\therefore$ দুই অঙ্কের সংখ্যাটি 10 × (দশকস্থানীয় অঙ্ক) + একক স্থানীয় অঙ্ক

$= 10\times(9 - x) + x$

$= 90 - 10x + x$

$= \boxed{90 - 9x}$

এবার যদি এই দুই অঙ্কের সংখ্যার অঙ্কগুলির স্থান বিনিময় করি

(অর্থাৎ একক স্থানীয় অঙ্ককে দশকে এবং দশক স্থানীয় অঙ্ককে এককে বসাই)

দশক	একক
x	$(9-x)$

তবে সংখ্যাটি পাই, $10 \times x + (9 - x)$

$= 10x + 9 - x$

$= \boxed{9x + 9}$

মহুয়া দুই অঙ্কের সংখ্যাটি এমন নিয়েছে যে,

(দুই অঙ্কের সংখ্যাটি) + 45 = (স্থানবিনিময় করে পাওয়া দুই অঙ্কের সংখ্যাটি)

শর্তানুসারে, $90 - 9x + 45 = 9x + 9$

বা, $-9x - 9x = 9 - 45 - 90$

বা, $-18x = -126$

বা, $x = \frac{-126}{-18}$ (126 ও 18 কেটে 7) $\therefore x = 7$

∴ দুই অঙ্কের সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 7

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক $= 9 - x$

$= 9 - 7 = 2$

নির্ণেয় দুই অঙ্কের সংখ্যা $= 2 \times 10 + 7$

$= 27$

7 মুরাদ একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লিখেছে যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 11; এই সংখ্যাটির সাথে 63 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সমীকরণ গঠন করি ও মুরাদের লেখা দুই অঙ্কের সংখ্যাটি খোঁজার চেষ্টা করি।

[নিজে করি]

8 একটি সংখ্যার অর্ধেক, সংখ্যাটির $\frac{1}{5}$ অংশ অপেক্ষা 6 বেশি হলে সংখ্যাটি কী হবে সমীকরণ গঠন করি ও হিসাব করে লিখি।

ধরি সংখ্যাটি x,

∴ সংখ্যাটির অর্ধেক = ☐

সংখ্যাটির অর্ধেক, সংখ্যাটির $\frac{1}{5}$ অংশ অপেক্ষা 6 বেশি

শর্তানুসারে, $\frac{x}{2} - \frac{x}{5} = 6$

বা, $\frac{5x - 2x}{10} = 6$

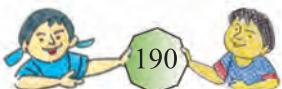
বা, $\frac{3x}{10} = 6$

∴ x = ☐ **[নিজে করি]**

নির্ণেয় সংখ্যাটি ☐

কষে দেখি — 19

প্রতিক্ষেত্রে সমীকরণ গঠন করি ও নিজে করি —

1. সীমা একটি সংখ্যা লিখেছে যার দ্বিগুণের সঙ্গে 2 যোগ করলে যা হয় তা সংখ্যাটির তিনগুণের চেয়ে 5 ছোটো। সীমার লেখা সংখ্যাটি লিখি।
2. তিনটি ক্রমিক সংখ্যা লিখি যাদের যোগফল থেকে 5 বিয়োগ করলে বিয়োগফলটি মাঝের সংখ্যার দ্বিগুণের চেয়ে 11 বেশি হয়। ক্রমিক সংখ্যা তিনটি লিখি।
3. আমি এমন একটি সংখ্যা খুঁজি যার এক-তৃতীয়াংশ থেকে তার এক-চতুর্থাংশ 1 কম।
4. আমি এমন একটি ভগ্নাংশ খুঁজি যার হর তার লব থেকে 2 বড়ো এবং লবের সঙ্গে 3 যোগ ও হর থেকে 3 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{7}{3}$-এর সমান হয়।
5. সুচেতা একটি ভগ্নাংশ লিখল যার হর তার লবের চেয়ে 3 বড়ো। আবার ভগ্নাংশটির লবের সঙ্গে 2 যোগ ও হর থেকে 1 বিয়োগ এবং লব থেকে 1 বিয়োগ ও হরের সঙ্গে 2 যোগ করলে যে দুটি নতুন ভগ্নাংশ পাব তাদের গুণফল $\frac{2}{5}$ । সুচেতার লেখা ভগ্নাংশটি লিখি।

6. রাজু দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা লিখল যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ এবং অঙ্ক দুটি স্থানবিনিময় করলে যে সংখ্যাটি তৈরি হবে তা মূল সংখ্যাটি থেকে 36 কম। রাজুর লেখা দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাটি লিখি।
7. দুটি সংখ্যার যোগফল 89 এবং অন্তর 15 হলে সংখ্যা দুটির মান খুঁজি।
8. 830-কে এমন দুটি অংশে ভাগ করি যেন একটি অংশের 30% অপর অংশের 40% অপেক্ষা 4 বেশি হয়।
9. 56-কে এমন দুটি অংশে ভাগ করি যেন প্রথম অংশের তিনগুণ, দ্বিতীয় অংশের এক-তৃতীয়াংশ অপেক্ষা 48 বেশি হয়।
10. একটি দণ্ডের $\frac{1}{5}$ অংশ কাদায়, $\frac{3}{5}$ অংশ জলে এবং অবশিষ্ট 5 মিটার জলের উপর আছে। দণ্ডটির দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
11. আমার বাবার বর্তমান বয়স আমার বর্তমান বয়সের 7 গুণ। 10 বছর পরে বাবার বয়স আমার বয়সের 3 গুণ হবে। আমার ও বাবার বর্তমান বয়স লিখি।
12. আমার মামা 1000 টাকার একটি চেক ব্যাংক থেকে ভাঙালেন। তিনি কয়েকটি পাঁচ টাকার নোট ও কয়েকটি দশ টাকার নোট পেলেন। যদি মামা মোট 137টি নোট পেয়ে থাকেন তাহলে কতগুলি 5 টাকার নোট পেলেন দেখি।
13. আমাদের গ্রামের সালেমচাচা সরকারি চাকুরি থেকে অবসর গ্রহণ করার পর তার সঞ্চয়ের $\frac{1}{2}$ অংশ দিয়ে একটি বাড়ি কেনেন। হঠাৎ বিপদে পড়ে তিনি বাড়িটি বিক্রি করে কেনা দামের 5% বেশি পান। যদি তিনি বাড়িটি 3450 টাকা বেশি দামে বিক্রি করতেন তাহলে কেনা দামের উপর 8% বেশি পেতেন। সালেমচাচা কত টাকায় বাড়িটি কিনেছিলেন এবং তার সঞ্চয় কত ছিল দেখি।
14. গোপালপুর গ্রামের আশ্রয় শিবিরে আশ্রয়প্রার্থীদের জন্য 20 দিনের খাবার মজুত ছিল। 7 দিন পরে আরও 100 জন আশ্রয়প্রার্থী সেই শিবিরে আশ্রয় নিলে 11 দিনের মাথায় সব খাবার শেষ হয়ে যায়। প্রথমে কতজন আশ্রয়প্রার্থী ছিল লিখি।
15. নীচের সমীকরণগুলির বীজ খুঁজি (সমাধান করি) :

(i) $\frac{3}{x+3} = \frac{5}{x+2}$ (ii) $\frac{5}{3x+4} = \frac{4}{5(x-3)}$ (iii) $14(x-2)+3(x+5)=3(x+8)+5$

(iv) $\frac{x}{2}+5 = \frac{x}{3}+7$ (v) $\frac{x+1}{8}+\frac{x-2}{5} = \frac{x+3}{10}+\frac{3x-1}{20}$

(vi) $\frac{x+1}{4}+3=\frac{2x+4}{5}+2$ (vii) $\frac{x+1}{7}+x=\frac{3x-4}{14}+6$

(viii) $\frac{3}{5}(x-4)-\frac{1}{3}(2x-9)=\frac{1}{4}(x-1)-2$ (ix) $\frac{x+5}{3}+\frac{2x-1}{7}=4$

(x) $25+3(4x-5)+8(x+2)=x+3$ (xi) $\frac{x-8}{3}+\frac{2x+2}{12}+\frac{2x-1}{18}=3$

(xii) $\frac{t+12}{6}-t=6\frac{1}{2}-\frac{1}{12}$ (xiii) $\frac{x+1}{2}-\frac{5x+9}{28}=\frac{x+6}{21}+5-\frac{x-12}{3}$

(xiv) $\frac{9x+5}{14} + \frac{8x-7}{7} = \frac{18x+11}{28} + \frac{5}{4}$

(xv) $\frac{3y+1}{16} + \frac{2y-3}{7} = \frac{y+3}{8} + \frac{3y-1}{14}$

(xvi) $5x-(4x-7)(3x-5) = 6-3(4x-9)(x-1)$

(xvii) $3(x-4)^2 + 5(x-3)^2 = (2x-5)(4x-1) - 40$

(xviii) $3(y-5)^2 + 5y = (2y-3)^2 - (y+1)^2 + 1$

16. সমীকরণ তৈরি করি ও গণিতের গল্প লিখি :

(i) $x = 5$ ⟶ ☐

(ii) $y = -11$ ⟶ ☐

(iii) $t = \frac{7}{8}$ ⟶ ☐

(iv) $x = 24$ ⟶ ☐

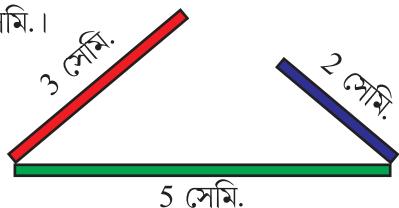
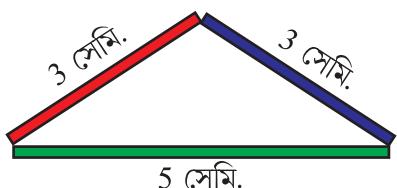
(v) $x = \square$ ⟶ ☐ [নিজে বসাই]

20. জ্যামিতিক প্রমাণ

আজ নানান দৈর্ঘ্যের ছোটো-বড়ো রঙিন কাঠি নিয়ে মজার এক খেলা খেলব। আমরা কয়েকজন বন্ধু মিলে এই খেলা খেলব।

খেলাটি হলো মিতালী ও অনীক দুটি কাঠি দেবে। আমরা অন্য একটি কাঠি খুঁজব যাতে এই তিনটি কাঠি দিয়ে একটি ত্রিভুজের মতো তৈরি করতে পারি। এবার যে ত্রিভুজের মতো তৈরির করব তার বাহুগুলির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজব।

প্রথমে মিতালী দুটি কাঠি দিল যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সেমি. ও 5 সেমি.।

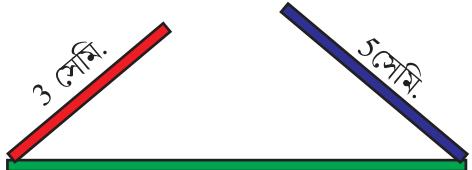
আমি 2 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি কাঠি নিলাম ও মিতালীর দেওয়া দুটি কাঠি যোগ করে ত্রিভুজের মতো তৈরি করার চেষ্টা করলাম ও এইরকম পেলাম—

কিন্তু দেখছি, ত্রিভুজ তৈরি করতে পারছি না। এখানে দেখছি, 3 সেমি. + 2 সেমি. ☐ 5 সেমি. (= / < / > বসাই)

জেসমিন 2 সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠিটি সরিয়ে 3 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি কাঠি নিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরির চেষ্টা করল এবং সে একটি ত্রিভুজের মতো পেল।

এখানে দেখছি, 3সেমি. + 3সেমি. ☐ 5সেমি. (= / < / > বসাই)

স্নেহা 3সেমি., 5সেমি. ও 4সেমি. দৈর্ঘ্যের তিনটি কাঠি নিয়ে একটি ☐ তৈরি করল। এখানে দেখছি, 4সেমি. + 3সেমি. ☐ 5সেমি. (= / < / > বসাই)

আমি 3সেমি. ও 5সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠির সাথে 6সেমি. বা 7সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরি করতে পেরেছি। অর্থাৎ দেখছি যে (3সেমি., 6সেমি. ও 5সেমি.) এবং (3সেমি., 7সেমি. ও 5সেমি.) দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরি করা যায়।

স্নেহা বলল এই ত্রিভুজের মতো আকারটিকে নিয়ে খাতায় বসিয়ে পেনসিল দিয়ে দাগ দিয়ে যে ত্রিভুজগুলি পেলাম তাদের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ☐ (বৃহত্তর / ক্ষুদ্রতর)।

এবার সুচেতা 9সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে অর্থাৎ (9সেমি., 3সেমি. ও 5সেমি.) দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরির চেষ্টা করল এবং সে পেল —

অর্থাৎ এই ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বড়ো নয়।

পেলাম, (i) 5সেমি. ও 3সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠির সাথে যে দৈর্ঘ্যের কাঠি ত্রিভুজের মতো তৈরি করবে তার দৈর্ঘ্য হবে 5সেমি. – 3সেমি. = 2সেমি.-র ☐ (ছোটো / বড়ো)
এবং (5 + 3) সেমি. = 8সেমি.-র ☐ (ছোটো / বড়ো)।

(ii) ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ☐ (ক্ষুদ্রতর / বৃহত্তর)।

এবার অনীক 2সেমি. ও 4সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠি দিল।

আমি আগের মতো নানান দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরির চেষ্টা করি ও কী কী পাই দেখি।

দেখছি, (i) (4 – 2) সেমি. = 2সেমি. র ☐ (ছোটো / বড়ো) দৈর্ঘ্যের কাঠি ও (4 + 2) সেমি. = 6সেমি.র ☐ (ছোটো / বড়ো) দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে 2সেমি. ও 4সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠির সাথে ত্রিভুজের মতো তৈরি করতে পারছি।

(ii) আবার দেখছি ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ☐ (ক্ষুদ্রতর / বৃহত্তর)।

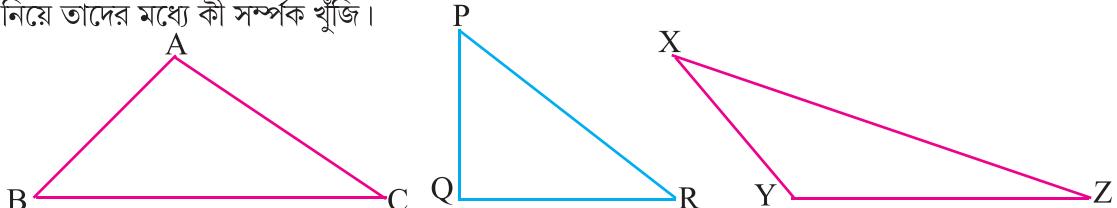
নিজে করি—20.1

(i) 4সেমি. ও 6সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠির সাথে কী কী দৈর্ঘ্যের কাঠি নিলে ত্রিভুজ তৈরি করতে পারব দেখি।

(ii) কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3সেমি. ও 6সেমি. হলে তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য কোন দুটি সংখ্যার মধ্যে থাকবে হিসাব করে লিখি।

আমি যেকোনো দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠি নিয়ে তৃতীয় কাঠির দৈর্ঘ্যের সাথে অপর দুটি কাঠির দৈর্ঘ্যের সমষ্টির সম্পর্ক কী পাই লিখি। **[নিজে করি]**

হাতেকলমে নানান দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে দেখছি, ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের চেয়ে সর্বদা বৃহত্তর হবে।

আমিনুর অনেকগুলি ত্রিভুজ তার খাতায় এঁকেছে। সে বলল এই ত্রিভুজগুলির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্যের পরিমাপ নিয়ে তাদের মধ্যে কী সম্পর্ক খুঁজি।

AB = ☐ সেমি., BC = ☐ সেমি., CA = ☐ সেমি.

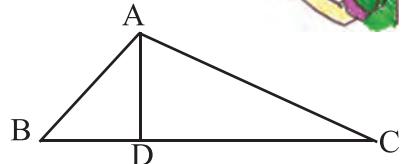
AB + BC ☐ CA [> / < বসাই]

BC + CA ☐ AB [> / < বসাই]

CA + AB ☐ BC [> / < বসাই]

একইভাবে △POR ও △XYZ এর বাহুগুলি স্কেল দিয়ে মেপে দেখছি প্রতিটি ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের চেয়ে সর্বদা ☐ **[নিজে করি]**

উপপাদ্য **11** ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

A, B, C, D

প্রদত্ত : ধরি $\triangle ABC$ -এর বৃহত্তম বাহু BC

প্রামাণ্য : যদি $AB + AC > BC$ প্রমাণ করি তাহলে প্রমাণিত হবে যে ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

অঙ্কন : $\triangle ABC$ এর শীর্ষবিন্দু A থেকে BC এর উপর AD লম্ব টানলাম যা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করল। অর্থাৎ $AD \perp BC$

প্রমাণ : $\triangle ADB$ এর $\angle ADB = 1$ সমকোণ [অঙ্কনানুসারে $AD \perp BC$]

$\angle ADB$ সমকোণ ও $\angle BAD$ সূক্ষ্মকোণ [সূক্ষ্মকোণের পরিমাপ < সমকোণের পরিমাপ]

অর্থাৎ $\angle ADB > \angle BAD$

সুতরাং, $AB > BD$ ________ (i) [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

$\triangle ADC$ -এর $\angle ADC = 1$ সমকোণ [অঙ্কনানুসারে অর্থাৎ $AD \perp BC$]

$\angle ADC$ সমকোণ ও $\angle DAC$ সূক্ষ্মকোণ [সূক্ষ্মকোণের পরিমাপ < সমকোণের পরিমাপ]

অর্থাৎ $\angle ADC > \angle DAC$

সুতরাং, $AC > DC$ ________ (ii) [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $AB + AC > BD + DC$

অর্থাৎ $AB + AC > BC$ **প্রমাণিত**।

মেঘা একটি ত্রিভুজ PQR এঁকেছে। আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে $PQ + QR > PR$; $QR + RP > PQ$ এবং $RP + PQ > QR$ **[নিজে করি]**

নিজে করি—20.2

1) আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যেকোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অন্তর তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোটো হবে।

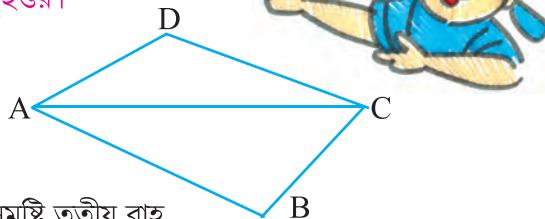
2) নীচের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য দেখি ও কোন কোন ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্যগুলি নিয়ে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব লিখি—

(a) (3 সেমি., 6 সেমি. ও 8 সেমি.)

(b) (8 সেমি., 6 সেমি. ও 15 সেমি.)

(c) (2.7 সেমি., 6.1 সেমি. ও 8.8 সেমি.)

(d) (2.5 সেমি., 8 সেমি. ও 6 সেমি.)

প্রয়োগ 1 প্রমাণ করি যে, একটি চতুর্ভুজের যেকোনো তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি চতুর্থ বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

প্রদত্ত : ধরি ABCD চতুর্ভুজের বৃহত্তম বাহু AB।

প্রামাণ্য : চতুর্ভুজের যেকোনো তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর অর্থাৎ $AD + DC + BC > AB$ প্রমাণ করলেই যথেষ্ট।

অঙ্কন : A ও C বিন্দু দুটি যোগ করে AC সরলরেখাংশ পাই।

প্রমাণ : $\triangle ACD$ এর $AD + DC > AC$

$\triangle ACB$ এর $AC + BC > AB$

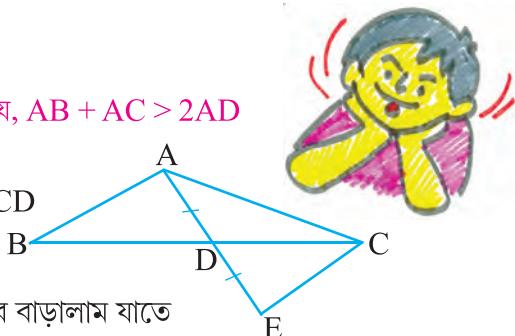
সুতরাং, $AD + DC + AC + BC > AC + AB$

$\therefore$ $AD + DC + BC > AB$

প্রয়োগ 2 $\triangle ABC$ এর AD মধ্যমা। প্রমাণ করি যে, $AB + AC > 2AD$

প্রদত্ত : ধরি $\triangle ABC$ এর AD মধ্যমা। অর্থাৎ $BD = CD$

প্রামাণ্য : $AB + AC > 2AD$

অঙ্কন : AD সরলরেখাংশকে E বিন্দু পর্যন্ত এমন ভাবে বাড়ালাম যাতে $AD = DE$ হয়। C ও E বিন্দু যোগ করে CE সরলরেখাংশ পাই।

প্রমাণ : $\triangle ABD$ ও $\triangle DCE$ -এর $BD = CD$ (প্রদত্ত)

$\angle ADB =$ বিপ্রতীপ $\angle CDE$

$AD = DE$ (অঙ্কনানুসারে)

$\therefore$ $\triangle ABD \cong \triangle DCE$ (বাহু-কোণ -বাহু বা S-A-S সর্বসমতা শর্তানুসারে)

সুতরাং, $AB = CE$ (অনুরূপ বাহু)

$\triangle ACE$ -এর $AC + CE > AE$

বা, $AC + CE > AD + DE$

বা, $AC + AB > AD + AD$ ($\because CE = AB$ এবং $DE = AD$)

$\therefore$ $AC + AB > 2AD$

প্রয়োগ **3** প্রমাণ করি যে, যেকোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা বৃহত্তর।

প্রদত্ত : ধরি ABCD একটি চতুর্ভুজ।

প্রামাণ্য : $AB + BC + CD + DA > AC + BD$

প্রমাণ : $\triangle ABC$-তে $AB + BC > AC$

$\triangle ADC$-তে $AD + DC > AC$

$\therefore$ $AB + BC + AD + DC > 2AC$ (i)

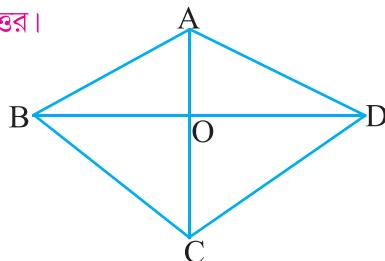
$\triangle ABD$-তে $AB + AD > BD$

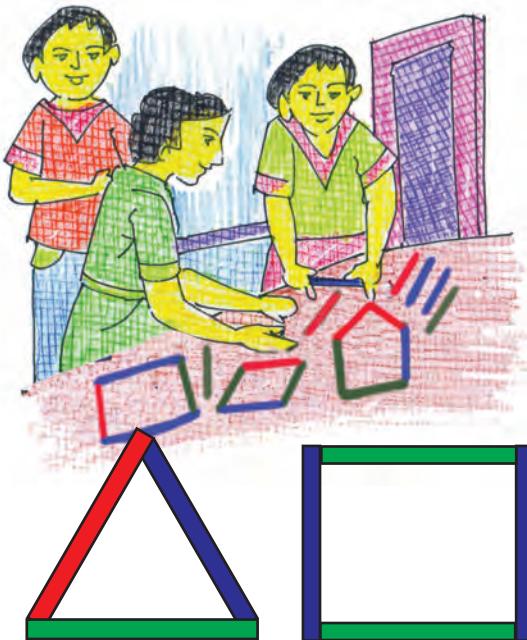
$\triangle BCD$-তে $BC + CD > BD$

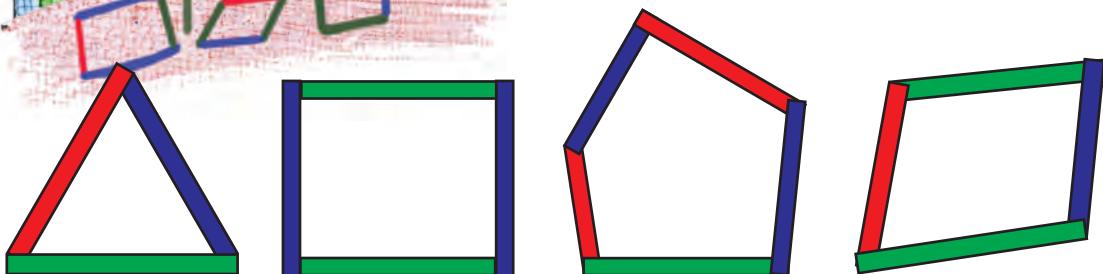
$\therefore$ $AB + BC + AD + DC > 2BD$ ———————— (ii)

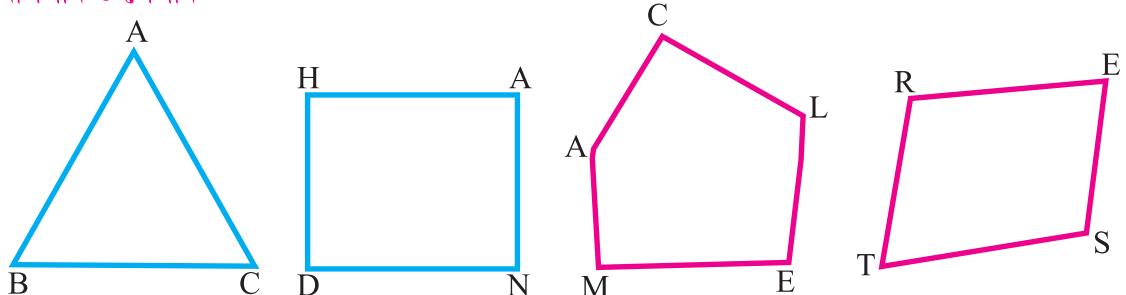
(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2\,(AB + BC + AD + DC) > 2(AC + BD)$

$\therefore$ $(AB + BC + AD + DC) > (AC + BD)$

কষে দেখি- 20.1

1. $\triangle ABC$ এর BC বাহুর উপর D যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে, $AB + BC + CA > 2AD$
2. $\triangle ABC$ এর ভিতরে O যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে,
   (i) $AB + AC > OB + OC$
   (ii) $AB + BC + AC > OA + OB + OC$
3. প্রমাণ করি যে, একটি চতুর্ভুজের পরিসীমা যেকোনো কর্ণের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ অপেক্ষা বৃহত্তর।
4. $\triangle ABC$ এর ভিতরে P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে,
   (i) $AP + BP > AB$
   (ii) $AB + BC + AC < 2(AP + BP + CP)$
5. প্রমাণ করি যে, ত্রিভুজের পরিসীমা ত্রিভুজটির মধ্যমা তিনটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টির চেয়ে বড়ো।
6. প্রমাণ করি যে, একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি চতুর্ভুজের যেকোনো দুটি বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টির চেয়ে বড়ো।
7. প্রমাণ করি যে, একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি চতুর্ভুজটির অর্ধ-পরিসীমার চেয়ে বড়ো।
8. প্রমাণ করি যে, যেকোনো চতুর্ভুজের অন্তঃস্থ কোনো বিন্দু (কোনো কর্ণের উপর নয়) থেকে চর্তুভুজের শীর্ষবিন্দুগুলির সংযোজক সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি চর্তুভুজটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টির চেয়ে বড়ো। এবার দেখি যে চতুর্ভুজের ভিতর বিন্দুটির কোনো অবস্থানের জন্য চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলির সংযোজক সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি ক্ষুদ্রতম হবে।

আমরা যখন ছোটো বড়ো নানান রঙের কাঠি দিয়ে কীভাবে ত্রিভুজের মতো তৈরি করব ভাবছি, তখন সালেমা ও বিভাস দুজনে 3টি, 4টি, 5টি, 6টি ইত্যাদি বিভিন্ন সংখ্যার কাঠি আটকে বিভিন্ন আকারের সীমাবদ্ধ চিত্র বা বহুভুজ তৈরির চেষ্টা করছে।

সালেমা ও বিভাস বানাল —

আমি বড়ো মোটা আর্ট পেপারে এদের ছবিগুলি এঁকে নিলাম ও নাম দিলাম। চাঁদার সাহায্যে এদের অন্তঃকোণগুলি মাপলাম ও পেলাম —

A, B, C   H, A, D, N   C, L, A, M, E   R, E, T, S

চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, ΔABC -এর $\angle BAC$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle ABC$ = ☐ ডিগ্রি এবং $\angle ACB$ = ☐ ডিগ্রি।

চতুর্ভুজ HAND এর কোণগুলি মেপে দেখছি, $\angle AHD$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle HAN$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle AND$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle HDN$ = ☐ ডিগ্রি।

পঞ্চভুজ CAMEL এর কোণগুলি মেপে দেখছি, $\angle ACL$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle CLE$ = ☐ ডিগ্রি,

$\angle LEM$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle EMA$ = ☐ ডিগ্রি ও $\angle MAC$ = ☐ ডিগ্রি

চতুর্ভুজ REST এর কোণগুলি মেপে দেখছি ,

$\angle ERT$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle RES$ = ☐ ডিগ্রি, $\angle EST$ = ☐ ডিগ্রি ও $\angle RTS$ = ☐ ডিগ্রি।

আমি প্রতিটি বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপ যোগ করি ও তাদের থেকে সাধারণ সূত্র খোঁজার চেষ্টা করি।

$\triangle$ABC এর কোণগুলির বা অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি = $\angle$BAC + $\angle$ABC + $\angle$ACB = $\square$ ডিগ্রি = $\square$ সমকোণ।

চতুর্ভুজ HAND এর কোণগুলির বা অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি $\angle$AHD + $\angle$HAN + $\angle$AND +$\angle$BAC = $\square$ ডিগ্রি = $\square$ সমকোণ।

পঞ্চভুজ CAMEL এর অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি = $\angle$ACL + $\angle$CAM + $\angle$AME + $\angle$MEL + $\angle$ELC = $\square$ ডিগ্রি = $\square$ সমকোণ।

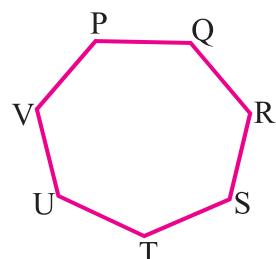
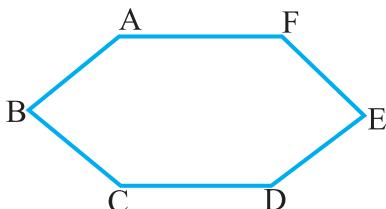
চতুর্ভুজ REST এর অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি = $\angle$ERS + $\angle$RES + $\angle$EST + $\angle$RTS = $\square$ ডিগ্রি = $\square$ সমকোণ।

দেখছি, ত্রিভুজের তিনটি অন্তঃকোণের সমষ্টি 2 সমকোণ
চতুর্ভুজের চারটি অন্তঃকোণের সমষ্টি 4 সমকোণ
পঞ্চভুজের পাঁচটি অন্তঃকোণের সমষ্টি 6 সমকোণ

বহুভুজের অন্তঃকোণের সাথে তাদের বাহুসংখ্যার কি কোনো সম্পর্ক আছে?

আমি বহুভুজের বাহুসংখ্যার সাথে তাদের অন্তঃকোণগুলির সম্পর্ক খোঁজার চেষ্টা করি।

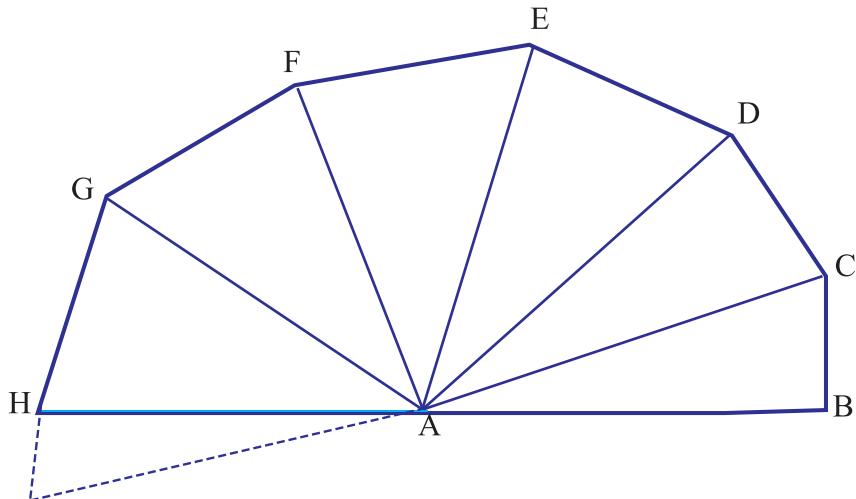
বহুভুজ	বাহুসংখ্যা	অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি
ত্রিভুজ	3	2 সমকোণ = 2 (3 – 2) সমকোণ
চতুর্ভুজ	4	4 সমকোণ = 2 (4 – 2) সমকোণ
পঞ্চভুজ	$\square$	6 সমকোণ = 2 ($\square$ –2) সমকোণ

সহেলী তার খাতায় অন্য অনেকগুলি বহুভুজ আঁকল।
সে আঁকল —

আমি সহেলীর আঁকা ABCDEF ষড়্ভুজ ও PQRSTUV সপ্তভুজের অন্তঃকোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মেপে যোগ করে দেখছি —

ষড়্ভুজ ABCDEF এর অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি 2 (6 – 2) সমকোণ = 8 সমকোণ

সপ্তভুজ PQRSTUV এর অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি 2 (7 – 2) সমকোণ = 10 সমকোণ

আমি যেকোনো সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজ এঁকে দেখছি, তার অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি = 2 (n – 2) সমকোণ, যেখানে n বহুভুজের বাহুসংখ্যা। **[হাতেকলমে নিজে করি]**

উপপাদ্য **12** আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি 2 (n – 2) সমকোণের সমান।

প্রদত্ত: ধরি ABCDEFGH ... একটি n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজ।

প্রামাণ্য : n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি 2 (n – 2) সমকোণ।

অঙ্কন : AC, AD, AE, AF, AG, AH ... কর্ণগুলি আঁকলাম।

প্রমাণ : A বিন্দুর সঙ্গে বহুভুজের অন্য কৌণিক বিন্দু C, D, E, F, G, H... যুক্ত করার ফলে অর্থাৎ A বিন্দুগামী AC, AD, AE, AF, AG, AH... কর্ণগুলি অঙ্কনের ফলে (n–2) সংখ্যক ত্রিভুজ তৈরি হয়েছে।

∴ ABCDEFGH ... বহুভুজটির অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি

= (n – 2) সংখ্যক ত্রিভুজের অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি

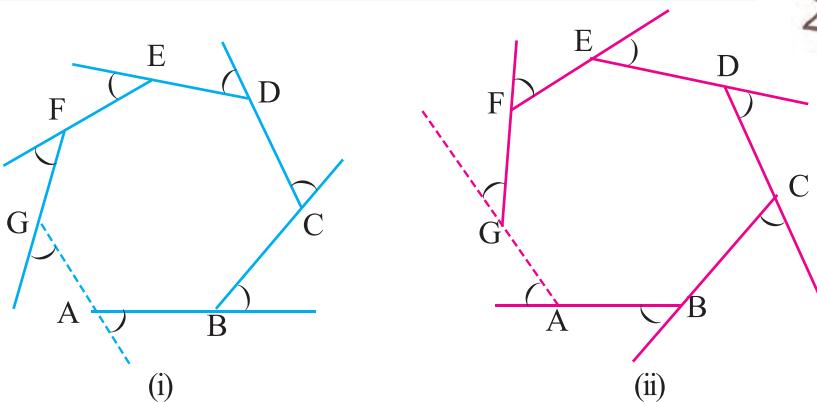
= (n – 2) × 2 সমকোণ

= 2 (n – 2) সমকোণ **[প্রমাণিত]**

রিয়া একটি বহুভুজ এঁকেছে যার বাহুসংখ্যা 10; আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে রিয়ার আঁকা বহুভুজের অন্তঃকোণের সমষ্টি 16 সমকোণ। **[নিজে করি]**

আমরা n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টির মান জানলাম। কিন্তু কুব্জ বহুভুজের বাহুগুলিকে একই ক্রমে বাড়ালে যে বহিঃকোণগুলি উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি কী হবে দেখি এবং বাহুগুলি একই ক্রমে বর্ধিত বলতে কী বোঝায় দেখি।

(i)

(ii)

প্রয়োগ 4 ধরি ABCDEFG ... একটি n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজ। এই বহুভুজের বাহুগুলিকে একইদিকে বা একইক্রমে বাড়ালাম। এর ফলে n সংখ্যক বহিঃকোণ উৎপন্ন হলো। n সংখ্যক বহিঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি কত হিসাব করে লিখি।

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট ABCDEFG ... বহুভুজের বাহুগুলি একইদিকে বা একইক্রমে বর্ধিত করার ফলে n সংখ্যক বহিঃকোণ তৈরি হয়েছে।

1টি বহিঃকোণ ও 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি = 2 সমকোণ

∴ n সংখ্যক বহিঃকোণ ও n সংখ্যক অন্তঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি = $2 \times n$ সমকোণ।

কিন্তু n সংখ্যক অন্তঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি = $2(n-2)$ সমকোণ।

∴ n সংখ্যক বহিঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি = $2 \times n$ সমকোণ – $2(n-2)$ সমকোণ।

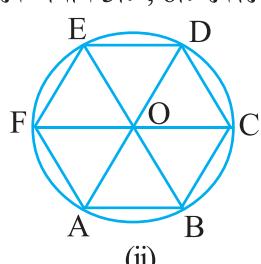
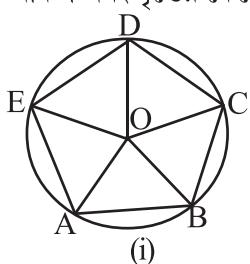
= $(2n - 2n + 4)$ সমকোণ।

= 4 সমকোণ = 360°

পেলাম, n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের বাহুগুলি একইদিকে বা একইক্রমে বর্ধিত করলে যে বহিঃকোণগুলি উৎপন্ন হয় তার সমষ্টি 4 সমকোণ বা 360°।

রজত খাতায় দুটি বৃত্ত আঁকল এবং বৃত্তের কেন্দ্রের সম্পূর্ণ কোণটিকে সমান 5টি , 6টি কোণে ভাগ করল নীচের ছবির মতো —

(i)

(ii)

আমি রজতের আঁকা (i) নং ছবির কেন্দ্রীয় কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখলাম প্রতিটি কোণের পরিমাপ 72^o; আবার O তে সম্পূর্ণ কোণ অর্থাৎ 360^o কে 5 দিয়ে ভাগ করলে পাই $360^o \div 5 = \square$ ডিগ্রি।
এবার আমি স্কেল দিয়ে AB, BC, CD, DE ও EA সরলরেখাংশগুলির দৈর্ঘ্য মেপে দেখছি সমান এবং চাঁদা দিয়ে $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDE$, $\angle DEA$ ও $\angle EAB$ মেপে দেখছি কোণগুলির পরিমাপ সমান।

এইরকম যে বহুভুজের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ সমান সেই ধরনের বহুভুজকে কী বলব?

এইধরনের বহুভুজকে সুষম বহুভুজ বলে।

একইভাবে রজত (ii) নং চিত্রে বৃত্তের কেন্দ্রের সম্পূর্ণ কোণকে সমান 6টি ভাগে ভাগ করল।
আমি স্কেল ও চাঁদা দিয়ে একইভাবে রজতের আঁকা ABCDEF বহুভুজটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্য ও কোণগুলি মেপে দেখি বহুভুজটি কী ধরনের বহুভুজ।

যদি বহুভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ সমান হয় তাহলে বহুভুজটিকে সুষম বহুভুজ বলা হয়।

তাহলে সুষম ত্রিভুজ ও সুষম চতুর্ভুজ কাদের বলব?
বুঝেছি, সুষম ত্রিভুজ হলো সমবাহু ত্রিভুজ এবং সুষম চর্তুভুজ হলো বর্গক্ষেত্র।

প্রয়োগ 5 n সংখ্যক বাহুবিশিষ্টি সুষম বহুভুজের 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ ও বহিঃকোণের পরিমাপ কী হবে দেখি।

সুষম বহুভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ সমান। সুতরাং সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপও সমান ।

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্টি সুষম বহুভুজের অন্তঃকোণেগুলির পরিমাপের সমষ্টি = 2 (n – 2) সমকোণ।

$\therefore$ 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ = 2 (n – 2) সমকোণ $\div$ n

$= \dfrac{2\,(n-2)\text{ সমকোণ}}{n}$

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 360^o \div n$

$= \dfrac{360^o}{n}$

প্রয়োগ 6 একটি বহুভুজ এঁকেছি যার বাহুসংখ্যা 12 টি; এই বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি কত হিসাব করি।

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্টি বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি = 2 (n – 2) সমকোণ।

12 টি বাহুবিশিষ্টি বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= 2\,(12 - 2) \times 90^o$

$= 20 \times 90^o = 1800^o$

প্রয়োগ 7 একটি সুষম বহুভুজের বাহুসংখ্যা 18; এই বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ এবং প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ কত হিসাব করি।

18 টি বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= 2\,(18 - 2) \times 90^\circ$
$= 2 \times 16 \times 90^\circ = 2880^\circ$

$\therefore$ একটি অন্তঃকোণের পরিমাপ $= 2880^\circ \div 18 = 160^\circ$

বহুভুজটির বহিঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= \square$

$\therefore$ একটি বহিঃকোণের পরিমাপ $= \square \div 18 = 20^\circ$

অন্যভাবে, 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ + 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 180^\circ$

$\therefore$ 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 360^\circ \div 18 = 20^\circ$

$\therefore$ 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ $= 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$

প্রয়োগ 8 একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ 60°; আমি হিসাব করি বহুভুজটির বাহুসংখ্যা কটি।

সুষম বহুভুজটির বহিঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= 360^\circ$

$\therefore$ বহুভুজটির বাহুসংখ্যা $= 360^\circ \div 60^\circ = 6$।

প্রয়োগ 9 একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ 144°; আমি বহুভুজটির বাহুসংখ্যা হিসাব করে লিখি।

1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ + 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= \square$

$\therefore$ 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$

$\therefore$ বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা $= \square \div \square = 10$।

প্রয়োগ 10 একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের ও প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপের অনুপাত 2:3; আমি বহুভুজটির বাহুসংখ্যা হিসাব করে লিখি।

মনে করি বহুভুজটির 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ $= 2x$ ও 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 3x$

(যেখানে x কোণগুলির পরিমাপের সাধারণ উৎপাদক)

1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ + 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 180^\circ$

বা, $2x + 3x = 180^\circ$

বা, $5x = 180^\circ$ বা, $x = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$

1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 36^\circ \times 2 = 72^\circ$ $\therefore$ বহুভুজটির বাহু সংখ্যা $\frac{360^\circ}{72^\circ} = 5$

নিজে করি—20.3

1) জ্যামিতিক যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে চতুর্ভুজের চারটি অন্তঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি 360°
2) অষ্টভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি কত হিসাব করে লিখি।
3) যে সুষম বহুভুজের বাহুসংখ্যা 10টি, সেই বহুভুজটির প্রতিটি বহিঃকোণ ও অন্তঃকোণের পরিমাপ লিখি।
4) যে সুষম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাপ 120° তার বাহুসংখ্যা কত হিসাব করে লিখি।

কষে দেখি- 20.2

1. নীচের বহুভুজগুলির অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি লিখি —

   (i) পঞ্চভুজ (ii) ষড়ভুজ (iii) সপ্তভুজ (iv) অষ্টভুজ (v) দশভুজ (vi) বহুভুজ যার বাহুসংখ্যা 12

2. একটি চতুর্ভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 104.5°, 65° এবং 72.5°; চতুর্থ কোণটির পরিমাপ লিখি।

3. একটি পঞ্চভুজের চারটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 65°, 89°, 132° এবং 116°; পঞ্চম কোণটির পরিমাপ লিখি।

4. একটি কুব্জ চতুর্ভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 68°, 70° এবং 75° হতে পারে কিনা লিখি।

5. একটি কুব্জ ষড়ভুজের পাঁচটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 120°, 70°, 95°, 78° এবং 160° হতে পারে কিনা লিখি।

6. নীচের সুষম বহুভুজগুলির প্রতিটি অন্তঃকোণ ও প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ লিখি —

   (i) পঞ্চভুজ (ii) ষড়ভুজ (iii) অষ্টভুজ (iv) বহুভুজের বাহুসংখ্যা 9টি (v) বহুভুজের বাহুসংখ্যা 10টি (vi) বহুভুজের বাহুসংখ্যা 18টি।

7. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ নিম্নলিখিত পরিমাপগুলি হতে পারে কিনা (হ্যাঁ/না) লিখি

   (i) 6° (ii) 10° (iii) 13° (iv) 18° (v) 35°

8. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ নিম্নলিখিত পরিমাপগুলি হতে পারে কিনা (হ্যাঁ/না) লিখি

   (i) 80° (ii) 100° (iii) 120° (iv) 144° (v) 155° (vi) 160°

9. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ 60°; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।

10. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ 135°; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।

11. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণ ও প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপের অনুপাত 3:2; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।

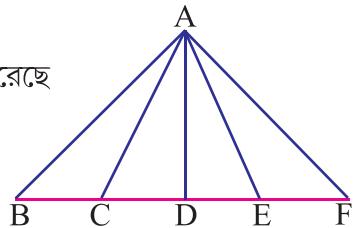
12. একটি বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি 1800°; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।

13. একটি বহুভুজের পাঁচটি অন্তঃকোণের প্রতিটির পরিমাপ 172° এবং অপর অন্তঃকোণগুলির প্রতিটির পরিমাপ 160°; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।

14. প্রমাণ করি যে একটি চতুর্ভুজের যেকোনো দুটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের দ্বারা উৎপন্ন কোণ চতুর্ভুজের অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টির অর্ধেক।

15. ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ। প্রমাণ করি যে ΔABC সমদ্বিবাহু এবং BE ও CD সমান্তরাল সরলরেখাংশ।

16. ABCDEF একটি সুষম ষড়ভুজ। $\angle BAF$ -এর সমদ্বিখণ্ডক DE-কে X বিন্দুতে ছেদ করে। $\angle AXD$-এর পরিমাপ লিখি।

মানসী কয়েকটি কাঠি নিয়ে পাশের ছবির মতো অনেকগুলি ত্রিভুজ তৈরি করেছে যাদের ভূমি একই সরলরেখার উপর অবস্থিত এবং শীর্ষবিন্দু একই।

আমরা কাঠির দৈর্ঘ্য না মেপে শুধু মাত্র কোণের পরিমাপ দেখে ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য অর্থাৎ কাঠির দৈর্ঘ্য মাপার চেষ্টা করি।

দেখছি, $\triangle ABC$-এর $\angle ACB$ স্থূলকোণ

$\therefore$ $\angle ABC$ একটি ☐ (স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ)।

আমরা জানি ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ☐ (বৃহত্তর/ক্ষুদ্রতর)। অর্থাৎ AB ☐ AC [> / < বসাই]।

আবার চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, AD কাঠি FC কাঠির উপর লম্বভাবে আছে।

অর্থাৎ $AD \perp FC$ $\quad \therefore \angle ADB =$ ☐

$\therefore$ $\triangle ADC$-এর $\angle ACD$ ☐ (স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ)। অর্থাৎ AC ☐ AD [> / < বসাই]।

$\therefore$ দেখছি, AC, AD ও AB কাঠিগুলির দৈর্ঘ্যের মধ্যে সম্পর্কটি হলো $AD < AC < AB$

একইভাবে $\triangle AFE$ ও $\triangle AED$ -এর মধ্যে $AD < AE < AF$ হবে। (নিজে করি)

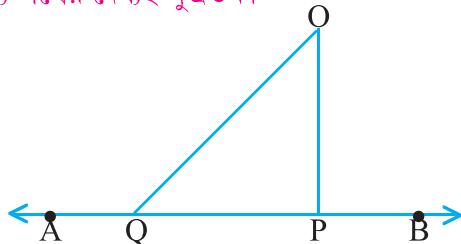
পেলাম, মানসী A বিন্দু থেকে বড়ো কাঠি FB-এর সাথে যে সকল কাঠি দিয়ে সংযোগ তৈরি করেছে তাদের মধ্যে সবচেয়ে ছোটো কাঠি হলো AD কাঠি অর্থাৎ যে কাঠিটি A বিন্দু থেকে FB-এর উপর লম্বভাবে আছে সেই কাঠির দৈর্ঘ্যই সবচেয়ে ছোটো।

আমি মানসীর মতো অনেকগুলি ছোটো বড়ো কাঠি নিয়ে সাজিয়ে দেখছি যেকোনো কাঠির বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে যে সকল কাঠি দিয়ে এই কাঠির সাথে নানানরকমভাবে সংযোগ তৈরি করি না কেন তাদের মধ্যে যে কাঠিটি ওই কাঠির সাথে লম্বভাবে আছে সেটির দৈর্ঘ্যই হবে ক্ষুদ্রতম।

হাতেকলমে কাঠি দিয়ে দেখছি, একটি সরলরেখার বহিঃস্থ যেকোনো বিন্দু থেকে ওই সরলরেখা পর্যন্ত যে সব সরলরেখাংশ আঁকা যায় তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

উপপাদ্য 13 আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে, একটি সরলরেখার বহিঃস্থ যেকোনো বিন্দু থেকে ওই সরলরেখা পর্যন্ত যেসব সরলরেখাংশ আঁকা যায়, তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

O

A Q P B

প্রদত্ত : ধরি AB যেকোনো একটি সরলরেখা এবং O হলো AB সরলরেখার বহিঃস্থ যেকোনো একটি বিন্দু। OP, AB এর উপর লম্ব অর্থাৎ $OP \perp AB$

প্রামাণ্য : প্রমাণ করতে হবে যে O বিন্দু থেকে AB সরলরেখার উপর যেসব সরলরেখাংশ আঁকা যাবে তাদের প্রত্যেকের দৈর্ঘ্যের থেকে OP-এর দৈর্ঘ্য ছোটো।

অঙ্কন : AB সরলরেখার উপর P বিন্দু ছাড়া অপর একটি বিন্দু Q নিলাম। O ও Q যুক্ত করলাম।

প্রমাণ : $\triangle OPQ$ -এর $\angle OPQ = 1$ সমকোণ [$\because OP \perp AB$]

$\angle OPQ > \angle OQP$ [$\because$ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের পরিমাপই বৃহত্তম]

$OQ > OP$ [$\because$ ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর]

AB সরলরেখার উপর P বিন্দু ছাড়া Q যেকোনো একটি বিন্দু।

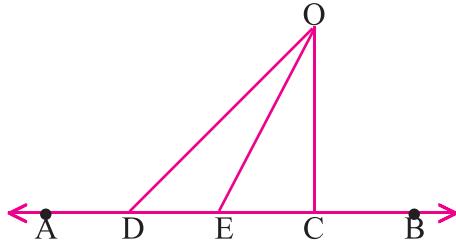
$\therefore$ AB সরলরেখার উপর Q বিন্দুর যেকোনো অবস্থানের জন্যই $OP < OQ$

$\therefore$ OP এর দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

তিয়াসা একটি সরলরেখা PQ আঁকল। PQ -এর বহিঃস্থ একটি বিন্দু X নিল। আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে X বিন্দু থেকে PQ সরলরেখার উপর যে সকল সরলরেখাংশ আঁকা যায় তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

কোনো সরলরেখার বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে অনেক সরলরেখাংশ আঁকা যায়। কিন্তু কোনো সরলরেখা থেকে কোনো বিন্দুর দূরত্ব বলতে কোন সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য বোঝায়?

কোনো সরলরেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ওই সরলরেখার দূরত্ব বলতে লম্ব দূরত্বকেই বোঝায়। লম্ব ছাড়া ওই বহিঃস্থ বিন্দু থেকে ওই সরলরেখা পর্যন্ত অন্য সব সরলরেখাংশকে তির্যক সরলরেখাংশ বলা হয়।

প্রয়োগ **11** AB সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু O থেকে AB সরলরেখার উপর OC সরলরেখাংশ লম্ব। OD এবং OE এমন দুটি তির্যক সরলরেখাংশ যে CD > CE; প্রমাণ করি যে, OD > OE।

প্রদত্ত : ধরি AB যেকোনো একটি সরলরেখা এবং O হলো AB সরলরেখার বহিঃস্থ যেকোনো একটি বিন্দু। OC, AB -এর উপর লম্ব এবং OD ও OE তির্যক সরলরেখাংশ এবং CD > CE

প্রামাণ্য : OD > OE

প্রমাণ : $\triangle OCE$ -এর $\angle OCE = 1$ সমকোণ [$\because OC \perp AB$]

সুতরাং, $\angle OEC$ একটি সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ $\angle OEC < 90^\circ$ সুতরাং $\angle OED$ একটি স্থূলকোণ অর্থাৎ $\angle OED > 90^\circ$

$\triangle ODC$ -এর $\angle OCD = 1$ সমকোণ [$\because OC \perp AB$]

সুতরাং, $\angle ODC$ একটি সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ $\angle ODC < 90^\circ$ বা, $\angle ODE < 90^\circ$

$\triangle OED$ -এর $\angle ODE < 90^\circ$ এবং $\angle OED > 90^\circ$

সুতরাং, $\angle OED > \angle ODE$ $\therefore$ OD > OE [$\because$ ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহুর পরিমাপ ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহুর পরিমাপ অপেক্ষা বৃহত্তর]

কষে দেখি- 20.3

1. দুজন ব্যক্তির একজন একটি পূর্ব-পশ্চিমমুখী রাস্তায় আসার জন্য দক্ষিণদিক বরাবর আসতে শুরু করলেন এবং অপরজন একই স্থান থেকে একই সাথে দক্ষিণ-পূর্ব দিকে আসতে শুরু করলেন। কোন ব্যক্তি রাস্তায় আগে আসবেন হিসাব করে লিখি।
2. ABCD চতুর্ভুজের AB = AD এবং BC = DC; D বিন্দু থেকে AC বাহুর ক্ষুদ্রতম দূরত্ব DP; প্রমাণ করি যে B, P, D বিন্দু তিনটি সমরেখ।
3. ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা। B ও C বিন্দু থেকে AD বাহুর ক্ষুদ্রতম দূরত্ব BP ও CQ; প্রমাণ করি যে BP = CQ।

21. ত্রিভুজ অঙ্কন

আমি, শাহিনা, মেহেবুব ও সৌমেন প্রদর্শনীর জন্য নানান রকম জ্যামিতিক আকারের মজার ছবি তৈরি করছি।

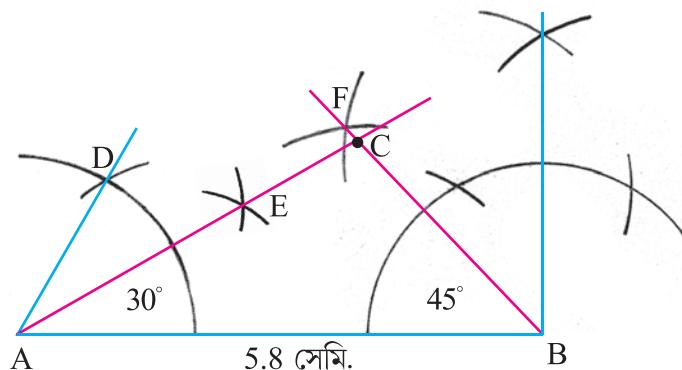
আমরা রঙিন কাঠির সাহায্যে নানা ধরনের ত্রিভুজ, বহুভুজ তৈরি করেছি ও তাদের কোণের সাথে বাহুর সম্পর্ক জেনেছি।

এখন আমরা বোর্ডে নানান ধরনের জ্যামিতিক চিত্র আঁকব। সেগুলি খাতায় এঁকে রং করে কেটে নেব ও সেগুলি দিয়ে নতুন কিছু তৈরির চেষ্টা করব।

মেহেবুব নানান ধরনের ত্রিভুজ নিখুঁতভাবে খুব তাড়াতাড়ি আঁকতে পারে।

আমারা ঠিক করেছি শাহিনা ও সৌমেন বোর্ডে ত্রিভুজ অঙ্কনের বিভিন্ন শর্তগুলি লিখবে। আমরা সেই শর্ত অনুযায়ী আঁকতে চেষ্টা করব।

শাহিনা লিখল — একটি ত্রিভুজ আঁকি যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5.8সেমি. এবং বাহু সংলগ্ন দুটি কোণ 30°ও 45°

মেহেবুব স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকল —

ABC হলো নির্ণেয় ত্রিভুজ যার AB = 5.8 সেমি., $\angle CAB = 30^\circ$ এবং $\angle CBA = 45^\circ$

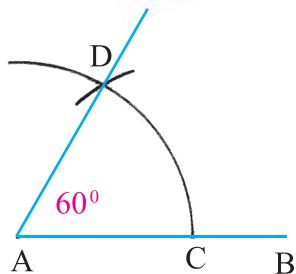
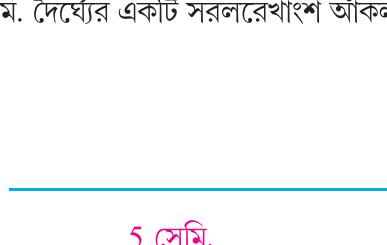
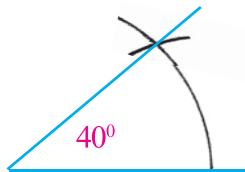
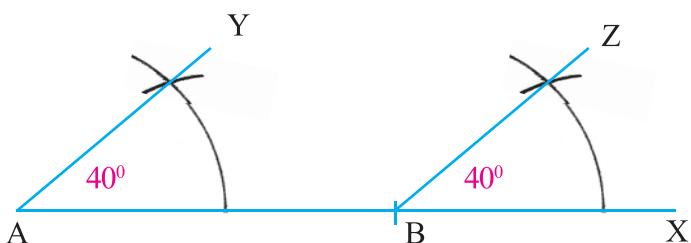
1 সৌমেন লিখল — এবার একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি কোণ 40^0 ও 60^0 এবং 60^0 কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি.।

এইরকম শর্তে কীভাবে ত্রিভুজ আঁকব?

(i) প্রথমে চাঁদার সাহায্যে 40^0 কোণ আঁকলাম। স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে 60^0 কোণ আঁকলাম ও 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি সরলরেখাংশ আঁকলাম।

5 সেমি.

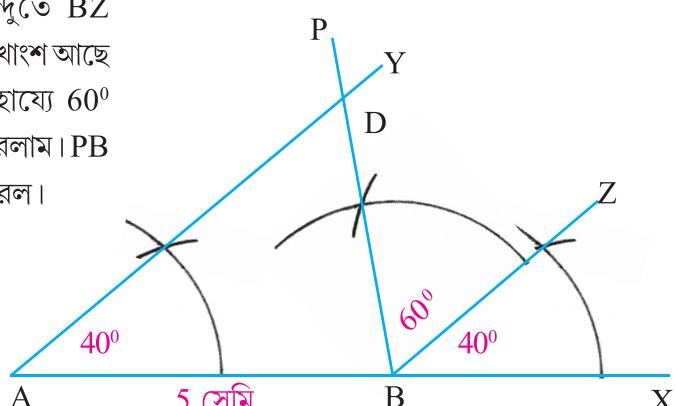
(ii) এবার AX একটি রশ্মি থেকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ AB কেটে নিলাম।

(iii) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে AB সরলরেখাংশের A বিন্দুতে ও B বিন্দুতে 40^0 কোণের সমান করে দুটি কোণ যথাক্রমে $\angle YAB$ ও $\angle ZBX$ অঙ্কন করলাম।

(iv) এবার BZ সরলরেখাংশের B বিন্দুতে BZ সরলরেখাংশের যে পাশে AY সরলরেখাংশ আছে সেই পাশে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 60^0 কোণের সমান করে $\angle PBZ$ অঙ্কন করলাম। PB ও AY পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করল।

ΔADB হলো নির্ণেয় ত্রিভুজ যার

AB = 5 সেমি.

$\angle DAB = 40^0$

এবং $\angle DBZ = \angle ADB = 60^0$

অর্থাৎ 60^0 কোণের ($\angle ADB$) বিপরীত বাহু AB পেলাম যার দৈর্ঘ্য 5 সেমি.।

কিন্তু $\angle ADB = 60^0$ কেমন করে পেলাম? যুক্তি দিয়ে ধাপ ধাপে প্রমাণ করার চেষ্টা করি।

প্রমাণ :

$\angle XBZ = \angle XAY$ (অঙ্কন অনুসারে)

$\therefore BZ \parallel AY$ (অনুরূপ কোণ দুটি সমান)

$\angle ZBP =$ একান্তর $\angle BDA$ ($\because BZ \parallel AY$ এবং PB ছেদক)

$\angle BDA = 60^0$ ($\because \angle ZBP = 60^0$)

$\therefore \Delta ADB$ —এর $\angle DAB = 40^0$, $\angle ADB = 60^0$ এবং $\angle ADB = 60^0$—এর বিপরীত বাহু AB = 5 সেমি.

নিজে করি—21.1

আমি একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি কোণের পরিমাপ 45^0 ও 30^0 এবং 30^0 কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি.। আমি অঙ্কন করে অঙ্কন প্রণালী লিখি ও যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি।

2 শাহিনা আবার লিখল — আমরা একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 4 সেমি. এবং ওই দুই বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ 60^0।

মেহেবুব স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকল।

ABC হলো নির্ণেয় ত্রিভুজ যার AB = 4 সেমি.

AC = 5 সেমি.

এবং $\angle BAC = 60^0$

3 সৌমেন লিখল — এবার একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 6 সেমি. এবং 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 45^0। এইরকম শর্তে কীভাবে ত্রিভুজ আঁকব দেখি।

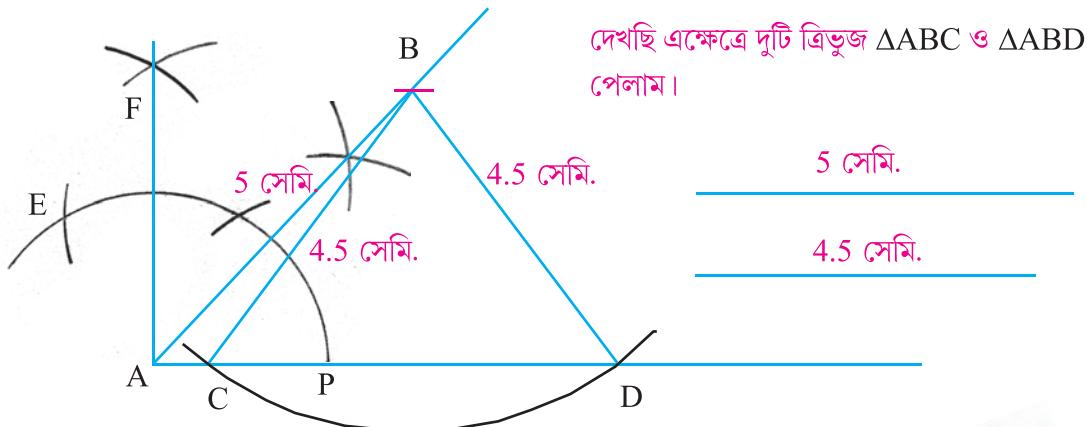
(i) স্কেলের সাহায্যে 5 সেমি. ও 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি সরলরেখাংশ আঁকলাম।

(ii) স্কেলের সাহায্যে যেকোনো একটি রশ্মি AX টানলাম। AX রশ্মির A বিন্দুতে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 45^0 কোণ ∠XAY আঁকলাম।

পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে AY রশ্মি থেকে 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে AB সরলরেখাংশ কেটে নিলাম। B বিন্দুকে কেন্দ্র করে 6 সেমি. সরলরেখাংশের সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা AX রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করল।

B ও C বিন্দু দুটি স্কেল দিয়ে যোগ করে ΔABC পেলাম, যার AB = 5 সেমি. ∠BAC = 45^0 এবং BC = 6 সেমি. এবং BC বাহুর বিপরীত কোণ ∠BAC = 45^0

4 আমি যদি এমন একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 4.5 সেমি. এবং 4.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 45^0, তখন কীরকম ত্রিভুজ পাই দেখি

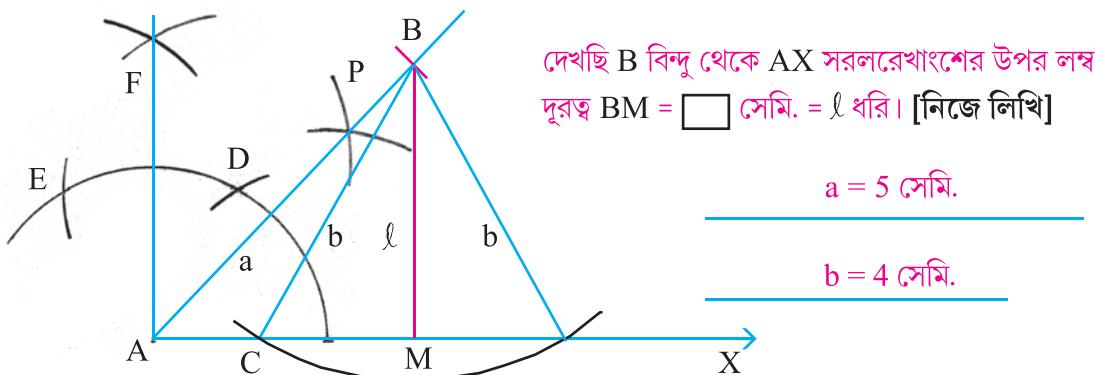
দেখছি এক্ষেত্রে দুটি ত্রিভুজ ΔABC ও ΔABD পেলাম।

নিজে করি— 21.2

কিন্তু আমি যদি এমন একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 4 সেমি. এবং 4 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 45^0। তখন কীরকম ত্রিভুজ পাব দেখি।

দেখছি এক্ষেত্রে কোনো ত্রিভুজ আঁকতে পারছি না।

5 কিন্তু কেন এমন হচ্ছে? কখনও 1টি ত্রিভুজ পাচ্ছি। কখনও 2টি ত্রিভুজ পাচ্ছি। কখনও পাচ্ছি না।

প্রথমে B বিন্দু থেকে AX সরলরেখাংশের উপর লম্ব দূরত্ব মাপি।

দেখছি B বিন্দু থেকে AX সরলরেখাংশের উপর লম্ব দূরত্ব BM = ☐ সেমি. = ℓ ধরি। **[নিজে লিখি]**

দেখছি, যদি $b > a$ হয় তবে ☐ টি ত্রিভুজ আঁকা যাবে।

যদি $\ell < b < a$ হয় তবে ☐ টি ত্রিভুজ আঁকা যাবে।

যদি $b = a$ হয় তবে ☐ টি ত্রিভুজ আঁকা যাবে।

যদি $b < \ell$ হয় তবে কোনো ত্রিভুজ আঁকা যাবে না।

যদি $b = \ell$ হয় তবে ☐ টি ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে। **(নিজে করি)**

যদি $\angle x$ স্থূলকোণ হয় এবং $a < b$ হয় তখন কী পাই এঁকে দেখি।

6 শাহিনা বোর্ডে লিখল — এমন একটি ত্রিভুজ আঁকি যার $a = 5$ সেমি., $b = 8$ সেমি. এবং 8 সেমি. বাহুর দৈর্ঘ্যের বিপরীত কোণের পরিমাপ 100°; এখানে $a < b$.

যখন $a < b$,

ABC একটি ত্রিভুজ পেলাম যার $AB = a = 5$ সেমি. $BC = b = 8$ সেমি.

$\angle x = \angle BAC =$ (স্থূলকোণ) 100°

যদি $a = b$ হয় অর্থাৎ এমন একটি ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যার দুটি বাহু $a = 5$ সেমি., $b = 5$ সেমি. এবং 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ $\angle x = 100^0$

দেখছি এক্ষেত্রে কোনো ত্রিভুজ আঁকতে পারছি না। **[নিজে করি)]**

যদি $a < b$ হয় অর্থাৎ এমন একটি ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যার দুটি বাহু $a = 4$ সেমি., $b = 5$ সেমি. এবং 4 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ $\angle x = 100^\circ$

দেখছি এক্ষেত্রেও কোনো ত্রিভুজ আঁকতে পারছি না। **[নিজে করি)]**

কষে দেখি- 21

1) একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি. ও 7 সেমি. এবং 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 60°; বাহুর মাপ কীরূপ হলে দুটি ত্রিভুজ পাব লিখি।

2) একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি. ও 9 সেমি. এবং 9 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 105°; বাহুর মাপ কীরূপ হলে দুটি ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয় লিখি।

22. সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন

আজ আমরা নিজেদের আর্টপেপারে যেমন খুশি ছবি আঁকছি। আমি ঠিক করেছি গ্রামের ধারে একটি বড়ো মাঠ ও মাঠের সামনে রেললাইন এই রকম ধরনের ছবি আঁকব।

তাই অনেকগুলি সমান্তরাল সরলরেখা আঁকতে হবে। স্কেলের সাহায্যে আমি সমান্তরাল সরলরেখা আঁকব।

কিন্তু আমার স্কেলের একদিক কিছুটা ভাঙা। তাই স্কেলের দু-দিকে সরলরেখাংশ আঁকলে সমান্তরাল হবে না। স্কেলের ভাঙা দিক ব্যবহার না করে নিখুঁতভাবে সমান্তরাল সরলরেখা কীভাবে আঁকব?

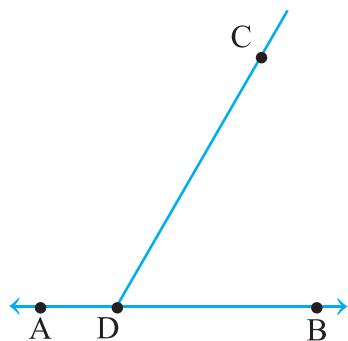
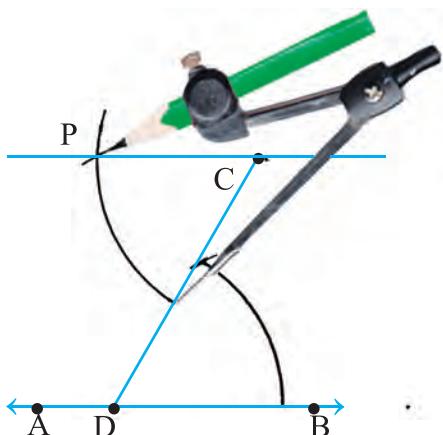
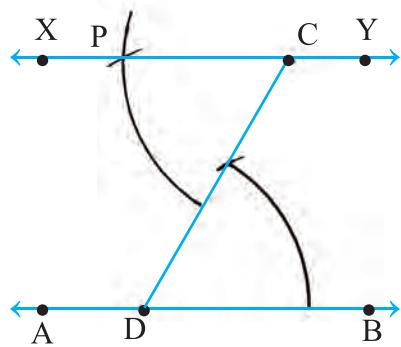
1 স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমান্তরাল সরলরেখা আঁকার চেষ্টা করি।

একটি সরলরেখা AB নিলাম। ওই সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু C নিলাম। C বিন্দু দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা আঁকার চেষ্টা করি।

C

i) প্রথমে স্কেলের সাহায্যে AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা আঁকলাম এবং AB সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু C নিলাম।

A D B

ii) AB সরলরেখার উপর যেকোনো একটি বিন্দু D নিলাম। C এবং D বিন্দুদ্বয় স্কেলের সাহায্যে যোগ করলাম। এর ফলে দেখছি $\angle CDB$ একটি কোণ তৈরি হলো।

iii) এবার স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে DC সরলরেখাংশের C বিন্দুতে ∠CDB-এর বিপরীত দিকে ∠CDB-এর সমান করে একটি কোণ ∠PCD আঁকলাম।

P ও C বিন্দু দুটি স্কেল দিয়ে যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে XY সরলরেখা পেলাম।

এখন, ∠PCD = ∠CDB, কিন্তু এরা একান্তর কোণ।

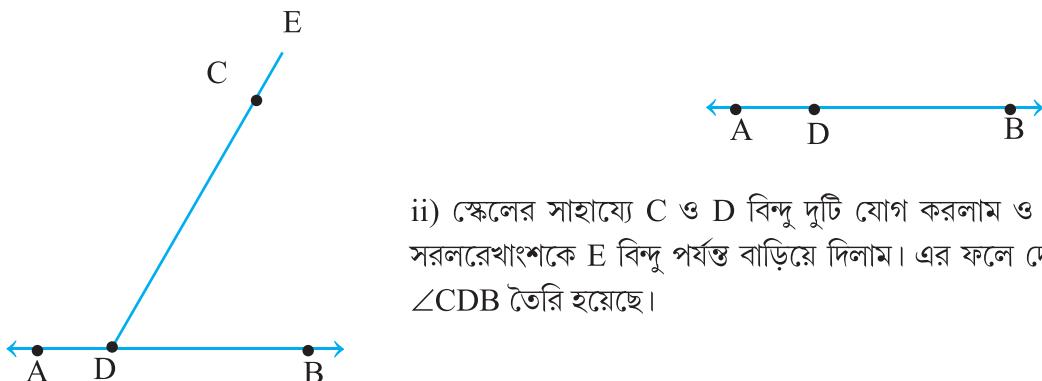
∴ XY ও AB সরলরেখা পরস্পর সমান্তরাল অর্থাৎ XY || AB

∴ AB নির্দিষ্ট সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা XY আঁকলাম।

2 আমি অন্যভাবে সমান্তরাল সরলরেখা আঁকার চেষ্টা করি

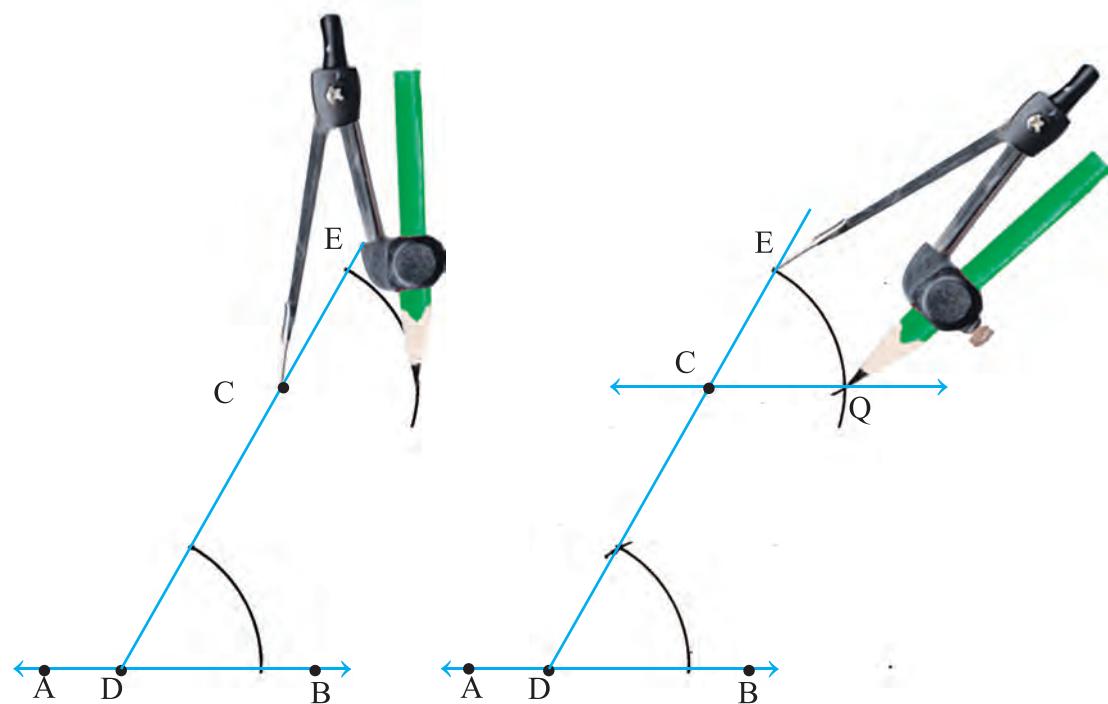
আমি অন্যভাবে AB নির্দিষ্ট সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা আঁকব।

C

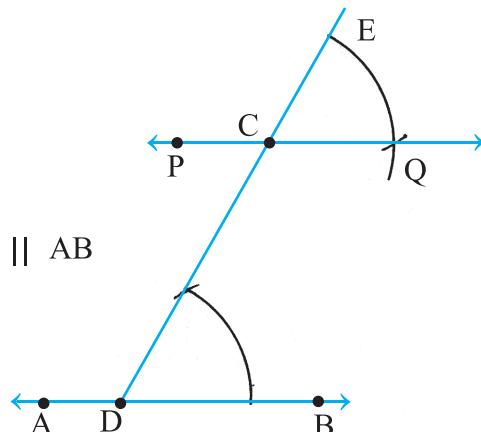
i) AD সরলরেখার উপর যেকোনো একটি বিন্দু D নিলাম।

ii) স্কেলের সাহায্যে C ও D বিন্দু দুটি যোগ করলাম ও DC সরলরেখাংশকে E বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম। এর ফলে দেখছি ∠CDB তৈরি হয়েছে।

iii) CD সরলরেখাংশের যে পাশে ∠CDB আছে সেই পাশেই ∠CDB-এর সমান করে স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে CE সরলরেখাংশের C বিন্দুতে ∠ECQ কোণ অঙ্কন করলাম।

E
C
A D B

E
C
Q
A D B

iv) QC সরলরেখাংশকে P বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম।

এখন ∠ECQ = ∠CDB কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ।

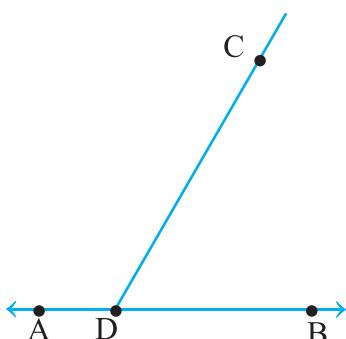
∴ PQ ও AB পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা অর্থাৎ PQ || AB

PQ হলো নির্ণেয় সরলরেখা যা C বিন্দুগামী এবং AB সরলরেখার সমান্তরাল।

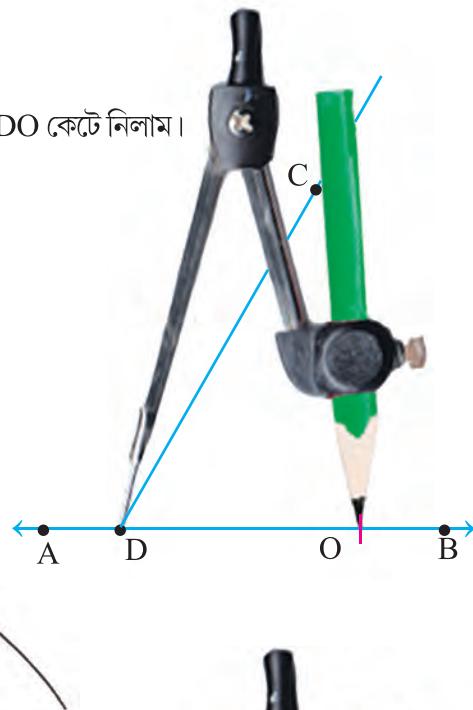
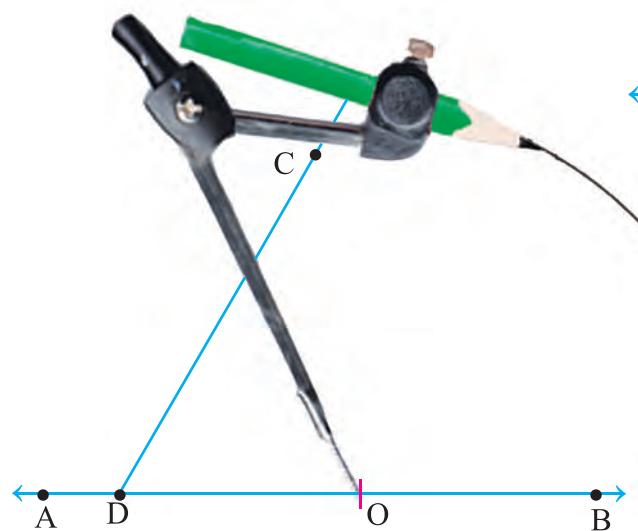
∴ অন্যভাবে AB সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা PQ আঁকলাম।

3 আমি অন্য আর একরকমভাবে একটি সমান্তরাল সরলরেখা আঁকার চেষ্টা করি

আমি অন্য আর একরকমভাবে AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা আঁকব।

i) AB একটি সরলরেখা আঁকলাম এবং AB সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু C নিলাম।

C

ii) AB সরলরেখার উপর যেকোনো একটি বিন্দু D নিলাম। D এবং C বিন্দুদ্বয় স্কেল দিয়ে যোগ করে DC সরলরেখাংশ পেলাম।

iii) DB রশ্মি থেকে যেকোনো সরলরেখাংশ DO কেটে নিলাম।

iv) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে O বিন্দুকে কেন্দ্র করে DC-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।

v) আবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে DO-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা আগের বৃত্তচাপটিকে Q বিন্দুতে ছেদ করল।

vi) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে C ও Q বিন্দুদ্বয় যোগ যোগ করে উভয়দিকে বাড়িয়ে দিলাম এবং PR সরলরেখা পেলাম।

আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে PR || AB

D,Q ও O,Q যোগ করলাম।

ΔCDQ ও ΔDOQ-এর মধ্যে,

DC = OQ, CQ = ☐ এবং DQ উহাদের সাধারণ বাহু।

∴ ΔCDQ ≅ ΔDOQ (বাহু-বাহু-বাহু সর্বসমতার শর্তানুসারে)

∴ ∠CQD = ∠QDO, কিন্তু এরা একান্তর কোণ।

∴ CQ || DO

সুতরাং, PR || AB

∴ PR সরলরেখা পেলাম যা C বিন্দুগামী এবং AB সরলরেখার সমান্তরাল। অর্থাৎ AB সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা PR আঁকলাম।

কষে দেখি— 22

1. একটি সরলরেখা XY-এর বহিস্থ বিন্দু Z দিয়ে কতগুলি সরলরেখাংশ আঁকতে পারব দেখি যারা XY-এর সমান্তরাল।
2. হাবিব খাতায় একটি সরলরেখাংশ PQ এঁকেছে এবং PQ সরলরেখাংশের বহিঃস্থ একটি বিন্দু R এঁকেছে। আমি স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে যেকোনো পদ্ধতিতে PQ সরলরেখাংশের একটি সমান্তরাল সরলরেখাংশ আঁকি যা R বিন্দুগামী হবে।
3. মেঘা স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ∠ABC = 60° আঁকল। BA ও BC রশ্মির উপর সথাক্রমে দুটি বিন্দু P ও Q নিলাম। P বিন্দু দিয়ে BC রশ্মির ও Q বিন্দু দিয়ে BA রশ্মির সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম।
   এই দুটি সরলরেখার ছেদবিন্দুর নাম দিলাম D; PBQD চতুর্ভুজটি কী ধরনের লিখি।

23. প্রদত্ত সরলরেখাংশকে সমান তিনটি, পাঁচটি ভাগে বিভক্ত করা

আমরা সবাই নিজেদের খুশিমতো যখন ছবি আঁকছি, দেবনাথ একটি সুন্দর কার্ড তৈরি করেছে। কার্ডের উপরে তিনটি আলাদা আলাদা মোম রং এমনভাবে সমান দূরত্বে দিয়েছে যে তার জন্য কার্ডটি খুব সুন্দর দেখতে লাগছে।

আমি ও জাকির ঠিক করেছি দেবনাথের মতো মোম রং দিয়ে কার্ড তৈরি করব। জাকির তার কার্ডে কোনাকুনি ভাবে পেনসিল দিয়ে সরলরেখাংশ টানল ও স্কেলের সাহায্যে সেই সরলরেখাংশকে সমান তিনভাগে ভাগ করল।

আমিও জাকিরের মতো আমার আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের কর্ণ টানলাম।

কিন্তু এই কর্ণকে আরও নিখুঁতভাবে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে কীভাবে তিনটি সমান সরলরেখাংশে ভাগ করব?

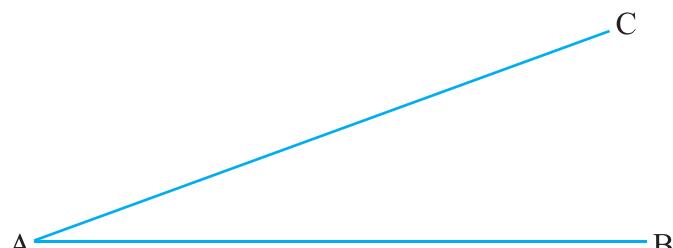
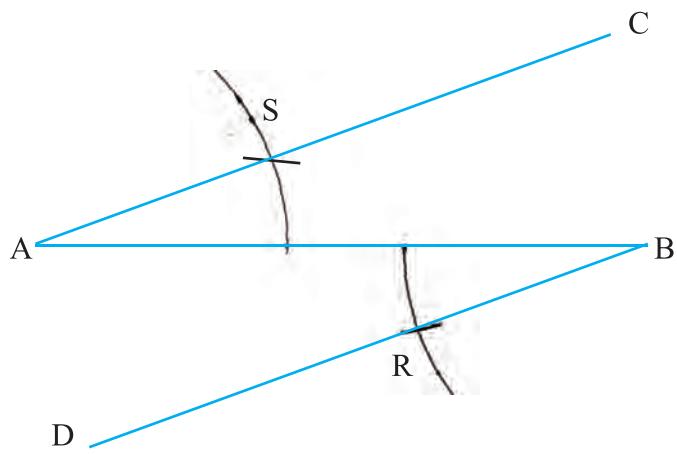
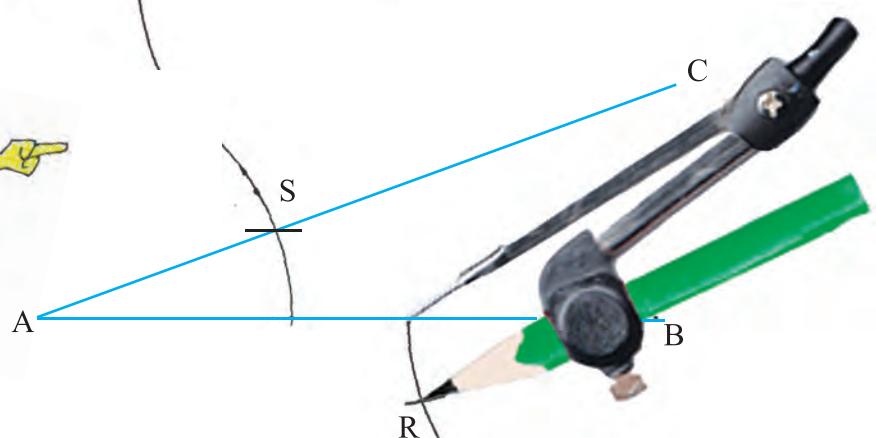
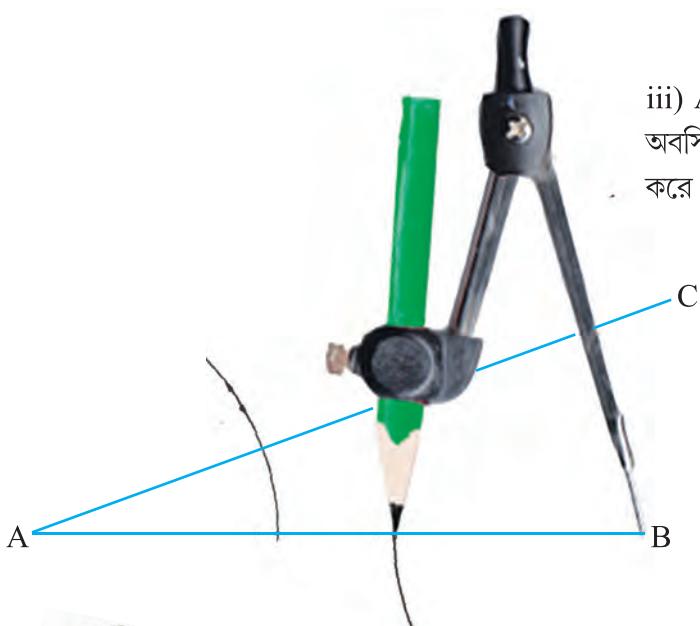
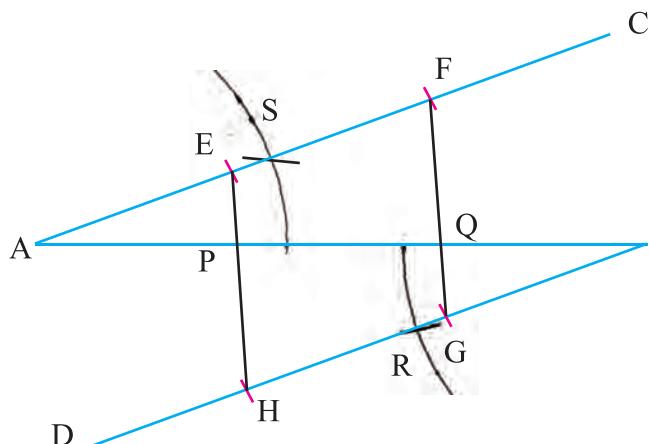
1 একটি সরলরেখাংশকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে তিনটি সমান ভাগে ভাগ করার চেষ্টা করি।

দেখছি আমার আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের কর্ণের দৈর্ঘ্য 8.1 সেমি.।

আমি এই 8.1 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশকে স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে সমান তিনটি ভাগে ভাগ করি।

i) প্রথমে একটি সরলরেখাংশ AB টানলাম যার দৈর্ঘ্য 8.1 সেমি.।

ii) AB সরলরেখাংশের A বিন্দুতে যেকোনো একটি কোণ $\angle BAC$ আঁকলাম।

iii) AB সরলরেখাংশের যে পাশে ∠BAC অবস্থিত তার বিপরীত পাশে ওই কোণের সমান করে ∠ABD আঁকি।

iv) AC সরলরেখাংশ থেকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে একই ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নিয়ে দুটি সমান অংশ AE ও EF কেটে নিলাম।

BD সরলরেখাংশ থেকে একইভাবে ওই একই ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের দুটি সমান অংশ BG ও GH কেটে নিলাম।

v) E, H ও F,G স্কেলের সাহায্যে যোগ করলাম। EH ও FG সরলরেখাংশ দুটি AB সরলরেখাংশকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল।
এবার কাঁটা কম্পাসের সাহায্যে দেখি AP, PQ ও QB সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান কিনা।
দেখছি AB সরলরেখাংশটি P ও Q বিন্দুতে সমান তিন অংশে বিভক্ত হলো।
অর্থাৎ AP = PQ = QB = ☐ AB

কিন্তু যদি AB সরলরেখাংশকে সমান 4 ভাবে ভাগ করি তখন কীভাবে আঁকব?

সেক্ষেত্রে আগের অঙ্কনের মতো একই ভাবে আঁকব। শুধু (iv) নং অঙ্কনে AC সরলরেখাংশ থেকে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে (4–1)টি = 3টি সমান অংশ এবং BD সরলরেখাংশ থেকেও ওই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে 3টি সমান অংশ কেটে নেব।

ভেবে দেখি আর কোনোভাবে একটি সরলরেখাংশকে সমান 4 ভাবে ভাগ করতে পারব কিনা।

অর্থাৎ আমি যদি AB সরলরেখাংশকে সমান 5 ভাগে ভাগ করি তখন অঙ্কনের (iv) নং-এ AC সরলরেখাংশ থেকে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে (5 – 1)টি = ☐ টি সমান অংশ এবং BD সরলরেখাংশ থেকেও ওই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে 4টি সমান অংশ কেটে নেব।

নিজে করি— 23

1) আমি স্কেল ও পেনসিলকম্পাসের সাহায্যে 9 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি সরলরেখাংশকে সমান তিনটি ভাগে ভাগ করি ও প্রতিটি ভাগের দৈর্ঘ্য স্কেল দিয়ে মেপে লিখি।

কষে দেখি— 23

1. রিহানা খাতায় একটি 10 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ PQ এঁকেছে। আমি স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে PQ সরলরেখাংশকে সমান পাঁচটি ভাগে ভাগ করি ও প্রতিটি ভাগের দৈর্ঘ্য 2 সেমি. পেলাম কিনা স্কেল দিয়ে মেপে যাচাই করি।

2. আজিজ 12 সেমি. দৈর্ঘ্যের XY সরলরেখাংশকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমান কয়েকটি ভাগে ভাগ করবে যাতে প্রতিটি ভাগের দৈর্ঘ্য 2.4 সেমি. হয়। আজিজ XY সরলরেখাংশকে কটি সমান ভাগে ভাগ করবে হিসাব করি ও আমি XY সরলরেখাংশকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ততগুলি সমান ভাগে ভাগ করি।

3. আনোয়ারা খাতায় ABC একটি ত্রিভুজ এঁকেছে। BC বাহুকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডিত করে AD মধ্যমা এঁকেছে। আমি AD মধ্যমাকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে AE, EF ও FD এই তিনটি সমান অংশে ভাগ করলাম। এবার আমি স্কেলের সাহায্যে B ও F বিন্দু দুটি যোগ করে বাড়িয়ে দিলাম যা AC সরলরেখাংশকে X বিন্দুতে ছেদ করল।

   স্কেল দিয়ে মেপে দেখছি, AX = ☐ CX [সংখ্যা বসাই]

4. 12.6 সেমি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরলরেখাংশকে সমান সাতটি ভাগে ভাগ করি। এই অঙ্কনের সাহায্য নিয়ে 7.2 সেমি. বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ আঁকি।

5. রামুপ্রধান তার আঁকার খাতায় ABCD একটি সামান্তরিক এঁকেছে যার AB = 6সেমি., BC = 9সেমি. এবং $\angle ABC = 60°$।

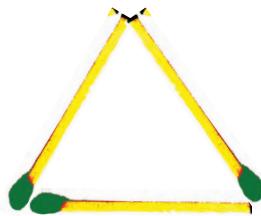
   আমি স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ABCD সামান্তরিকের BD কর্ণের উপর দুটি বিন্দু P ও Q নির্ণয় করি যেন BP = PQ = QD হয়।

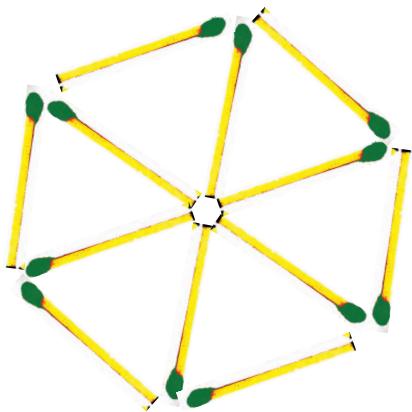
   এবার A, P; P, C; C,Q এবং Q, A যোগ করে APCQ চতুর্ভুজটি কী ধরনের পেলাম লিখি।

6. সুজাতা তিনটি সরলরেখাংশ আঁকল যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4সেমি., 6সেমি. ও 10সেমি.। রাহুল স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে প্রথম সরলরেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত, দ্বিতীয় সরলরেখাংশকে সমত্রিখণ্ডিত এবং তৃতীয় সরলরেখাংশকে সমান 5টি ভাগে ভাগ করল। শবনম প্রথম সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের অর্ধেক, দ্বিতীয় সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ ও তৃতীয় সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের এক-পঞ্চমাংশ নিয়ে একটি ত্রিভুজ PQR আঁকল। শবনমের আঁকা ত্রিভুজটি বাহুভেদে কী ধরনের লিখি।

24. মজার অঙ্ক

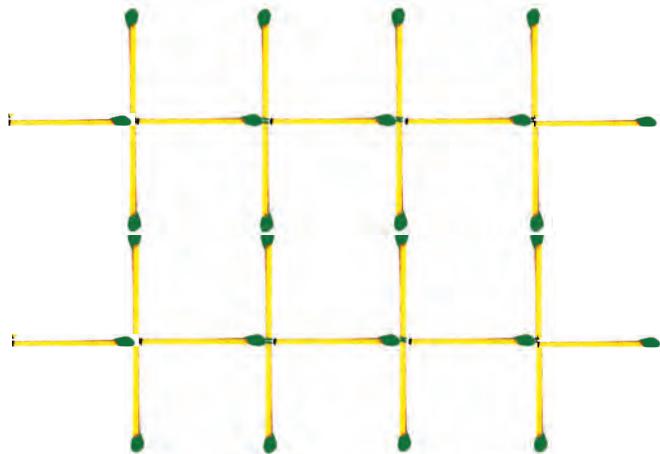
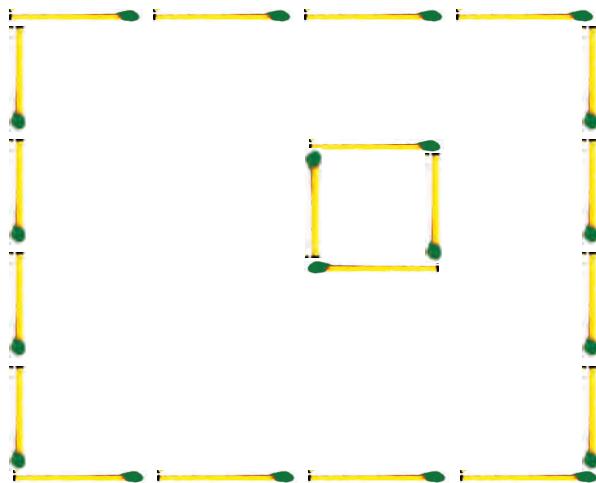
দেশলাই কাঠির মজার খেলা

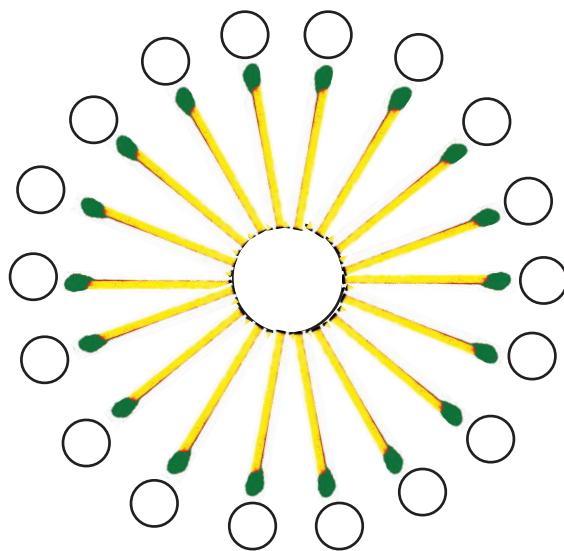
1

আমি তিনটি দেশলাই কাঠি দিয়ে সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করলাম।

আমার ভাই 12টি দেশলাই কাঠি দিয়ে 6টি সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করল।

আমি এই 12টি দেশলাই কাঠির মাত্র 4টি কাঠি নড়িয়ে 3টি সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করি যেখানে সমবাহু ত্রিভুজগুলির মাপ সমান নয়। **[নিজে করি]**

2

মেঘা 26টি দেশলাই কাঠি দিয়ে পাশের মতো একটি সজ্জা তৈরি করেছে।

আমি এই সজ্জা থেকে মাত্র 14টি দেশলাই কাঠি নড়িয়ে 3টি বর্গক্ষেত্র তৈরি করি যেখানে বর্গক্ষেত্রগুলির মাপ সমান নয়। **[নিজে করি]**

3. রোকেয়ার 20টি দেশলাই কাঠি আছে। সে নীচের ছবির মতো 4টি দেশলাই কাঠি দিয়ে 1টি বর্গক্ষেত্রাকার বাড়ি করেছে এবং বাকি 16টি দেশলাই কাঠি দিয়ে বর্গক্ষেত্রাকার বাড়ির চারপাশের বাগানকে বেড়া দিয়ে বর্গক্ষেত্রাকারে ঘিরেছে।

আমি রোকেয়ার এই সজ্জায় আরও 10টি কাঠি দিয়ে এই বাগানকে সমান আকার ও মাপে পাঁচটি ভাগে ভাগ করি।

4. আমি নীচের চাকার বৃত্তে 1 থেকে 19 পর্যন্ত সংখ্যা এমনভাবে বসাই যাতে প্রতিটি রেখার বৃত্ত তিনটির সংখ্যার যোগফল 30 হয়।

হারিয়ে যাওয়া সংখ্যা খুঁজি

5 (a)

1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
2	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$
3	?	$\frac{19}{3}$

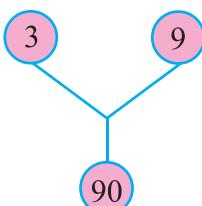
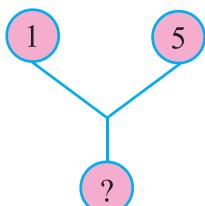
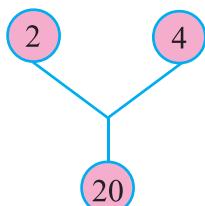
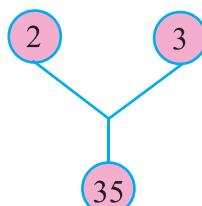
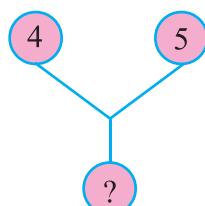
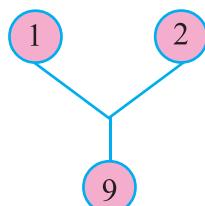
(b)

4	9	26
9	16	50
16	?	40

6 (a)

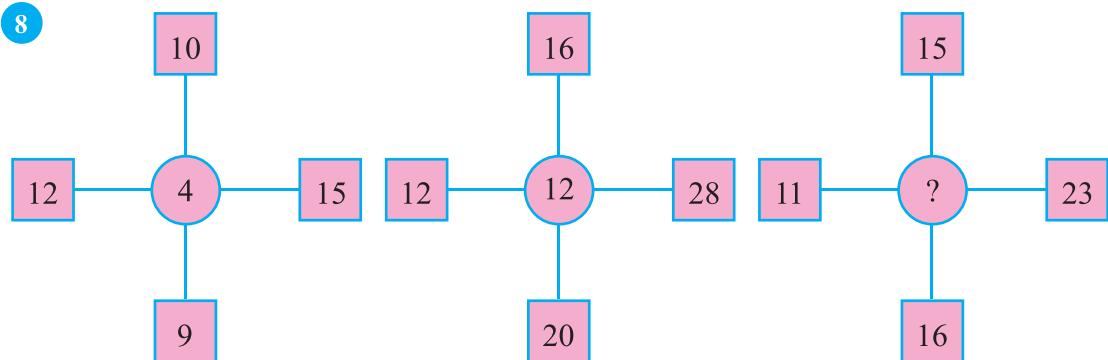
1, 5 → ?

(b)

4, 5 → ?

7 (a)

7	4	5
8	7	6
3	3	?
29	19	31

(b)

4	5	6
2	3	7
1	3	?
7	12	39

খেলার নিয়ম দেখি ও ঠিক সংখ্যা খুঁজি

1. যদি '÷' চিহ্ন নির্দেশ করে '×' চিহ্নকে
'+' চিহ্ন নির্দেশ করে '÷' চিহ্নকে
'#' চিহ্ন নির্দেশ করে '+' চিহ্নকে

তবে 2 ÷ 5 + 5 # 100 -এর মান নীচের কোনটি হবে লিখি।

(a) 100 (b) 102 (c) 108 (d) 105

2. যদি 7 * 1= 64 এবং 3 * 9= 144 হয় তবে 5 * 6-এর মান নীচের কোনটি হবে লিখি।

(a) 22 (b) 45 (c) 101 (d) 121

3. যদি 84 ⊕ 72 = 45 এবং 73 ⊕ 41 = 43 হয় তবে 94 ⊕ 72-এর মান নীচের কোনটি হবে লিখি।

(a) 55 (b) 59 (c) 56 (d) 66

4. যদি '÷' চিহ্ন ও '+' চিহ্ন এবং '6' ও '3' সংখ্যাদুটি পরস্পর স্থান বিনিময় করে, তবে নীচের কোন সম্পর্কটি সত্য হিসাব করে লিখি—

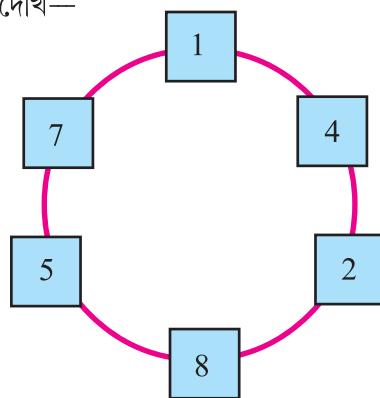
(a) 3 + 6 ÷ 2 = 5 (b) 6 ÷ 3 + 2 = 8 (c) 3 + 6 ÷ 5 = 7 (d) 3 ÷ 6 + 1 = 6

5. যদি '+' চিহ্ন ও '–' চিহ্ন এবং '4' ও '8' সংখ্যাদুটি পরস্পর স্থান বিনিময় করে, তবে নীচের কোন সম্পর্কটি সত্য হিসাব করে লিখি—

(a) 4 + 8 – 12 = 16 (b) 4 – 8 + 12 = 6 (c) 8 + 4 – 12 = 24 (d) 8 – 4 + 12 = 8

6. কিছু মজার সংখ্যা খুঁজি—

1 4 2 8 5 7 আবৃত্ত সংখ্যা (Revolving Number) কেন দেখি—

1 4 2 8 5 7 × 1 = ☐
1 4 2 8 5 7 × 2 = 2 8 5 7 1 4
1 4 2 8 5 7 × 3 = 4 2 8 5 7 1
1 4 2 8 5 7 × 4 = 5 7 1 4 2 8
1 4 2 8 5 7 × 5 = ☐
1 4 2 8 5 7 × 6 = ☐

7. আমি এক অঙ্কের সংখ্যা তিনবার ব্যবহার করে 24 করি। $3^3 - 3 =$ ☐

   এবার 3-এর বদলে অন্যকোনো এক অঙ্কের সংখ্যা তিনবার ব্যবহার করে 24 তৈরি করি। [অন্তত দু-ভাবে নিজে করি]

8. আমি এক অঙ্কের সংখ্যা তিনবার ব্যবহার করে 30 করি। $3^3 + 3 =$ ☐

   এবার 3-এর বদলে অন্যকোনো এক অঙ্কের সংখ্যা তিনবার ব্যবহার করে 30 তৈরি করি। [অন্তত দু-ভাবে নিজে করি]

9. ইমন 8টি কাগজের টুকরোর উপর 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 লিখে নীচের মতো সাজিয়ে রেখেছে —

আমি মাত্র 2টি টুকরো সরিয়ে দুটি স্তম্ভের যোগফল সমান করার চেষ্টা করি।

10. মারিয়ার বাবা বইকেনার জন্য একটি খামে কিছু টাকা ভরে বাড়ির টেবিলে খামটি রেখে অফিসে চলে গেলেন। তিনি খামের উপর টাকার পরিমাণটা লিখে রাখলেন।

   মারিয়া বাড়ি ফিরে দেখল খামের উপর 98 লেখা আছে। তাই সে দোকানে গিয়ে 92 টাকা দামের একটি বই নিল। কিন্তু দাম দেওয়ার সময়ে দেখল খামে 92 টাকার কম টাকা রাখা আছে।

   এটা কেমন করে হলো? ভেবে দেখি ও লিখি।

11. নীচের অঙ্কটি দেখি ও ঠিকভাবে লেখার চেষ্টা করি।

প্রতিটি ইংরেজি বর্ণের বদলে আলাদা নির্দিষ্ট সংখ্যা বসাই।

25. মিলিয়ে দেখি

কষে দেখি — 1.1

2. 16.45 বর্গমি. **3.** 1416 বর্গমি. **4.** 200 বর্গমি. **a)** 120 বর্গমি. **b)** 304 বর্গমি. **5.** 720 বর্গমি. **6. a)** দ্বিগুণ **b)** দ্বিগুণ **c) (a)** ছবির আয়তক্ষেত্রাকার ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ **(d)** এক-চতুর্থাংশ **7.(a)** চারগুণ **(b)** এক-চতুর্থাংশ 8. **(a)** 39.6 বর্গমি. 2455.20 টাকা **(b)** 93.18 বর্গমি. **(c)** 39.6 বর্গমি., **(d)** 1593.36 টাকা

নিজে করি — 1.2

$(-9x^3 + 27x^2 - 2x + 6)$ বর্গমি.; $(-2y^2 - 5xy^2 + 40x + 16)$ বর্গমি.; $(2x^2 - x + 4)$ সেমি.; $(3x^2y^2 - 9x + 6y)$ মি.; $(4 - 25x^2)$ বর্গমি. $(4 - 10p)$ মি.; $(11m + 13n)$ মি.; $(81x^2 - y^2)$ বর্গসেমি.

কষে দেখি — 1.2

1. **(i)** $1 + 5n$ **(ii)** $2 + 5n$ **(iii)** $1 + 4n$ **2.** $(12y + 6)$ সেমি. **3.** $(64x^2 - 9y^2)$ বর্গসেমি.

4. $(3m - 4)^2$ বর্গমি.; $m = 2$ **5. (b)** $3a^2 + a + 5$; $-9a^2 + 3a - 2$; $-6a^2 - 2a + 1$ **(c)** $11m^2 - 5mn$; $8m^2 - 2mn$; $3n^2 + 3mn$ **6. (b)** $x^6 - 4x^5 + 6x^4$; $x^2 - 4x + 6$ **(c)** $30m^4n^5 + 400m^5n^6 - 50m^6n^7$; $\frac{3}{10}n + 4mn^2 - \frac{1}{2}m^2n^3$ **(d)** $343\ell^3 - 700\ell m^2 + 490m\ell^2 - 1000m^3$; $7\ell - 10m$
(e) $3125a^5 - 405ab^4 + 1875a^4b - 243b^5$; $(25a^2 + 9b^2)(5a - 3b)$

7. (i) 0 **(ii)** 0 **(iii)** $x^4 - y^4$ **(iv)** 0 **(v)** 0 **(vi)** 0 **8. (i)** $25x^2 - 20xy + 4y^2$ **(ii)** $49 + 28m + 4m^2$ **(iii)** $x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ **(iv)** $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2cd - 2ac - 2ad - 2bc - 2bd$

9. (i) $(3x - \frac{3}{5y})^2$ **(ii)** $(5m - 7n)^2$ **(iii)** $(3a)^2$ **(iv)** $(\frac{p}{q} - \frac{q}{p})^2$ **10. (i)** $(400)^2 - 9^2$ **(ii)** $(3x)^2 - (x+3y)^2$ **(iii)** $(\frac{x+1}{2})^2 - (\frac{x-1}{2})^2$ **[অন্য সমাধান ভেবে দেখি]**

11. (i) $25(3m + 2n)(3m - 2n)$ **(ii)** $(5x - \frac{1}{3}yz)(5x + \frac{1}{3}yz)$ **(iii)** $7a(x + 1)(x + 1)$
(iv) $3(x - a)(x - a)(x+a)(x+a)$ **(v)** $(a + b + c)(b + c - a)(a + b - c)(a - b + c)$
(vi) $a(x + 14y)(15x - 14y)$ **(vii)** $(x - 2y + 3)(x - 2y - 3)$ **(viii)** $(x - y)(x + y - 2)$
(ix) $(3 - a)(a + 1)$ **(x)** $(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ **(xi)** $(a + b - c)(a - b + c)$ **(xii)** $(a + b)(c + 1)$
(xii) $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$ **12. (i)** $x^2y^2 - p^2q^2$ **(ii)** 2499 **(iii)** $4x^2 + 9z^2 + 12xz - y^2$ **(iv)** 2249879 **(v)** $a^4 - 16$ **(vi)** $b^2 - a^2 - c^2 + 2ca$ **13. (e)** 65 **14. (a)** $(a + b)^2 + (a - b)^2$ **(b)** $(5x+3y)^2+(5x - 3y)^2$ **(c)** $(a + c)^2 + (b - d)^2$ **15. (i)** $t = \pm 1$ **(ii)** $\pm 4a$ **(iii)** $a = 10, b = 1$ **(v)** ধনাত্মক **16. (i)** 12 **(ii)** 2 **(iii)** 1 **(iv)** 42 **(v)** $-16\frac{1}{2}$ **(vi)** 41

কষে দেখি — 1.3

4. একটি বাহুর দৈর্ঘ্য **5.** দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাপ। **11. (i)** BD = 5 সেমি. **(ii)** 2.5 সেমি. **(iii)** $\angle ADC = 60^\circ$ **(iv)** $\angle AOB = 90^\circ$ **(v)** বর্গক্ষেত্র **(vi)** আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র

কষে দেখি — 2

2. (i) 2 ঘণ্টা করে কাজ করে 8 জন, 3 ঘন্টা করে 12 জন, 4 ঘণ্টা করে 14 জন, 5 ঘণ্টা করে 6 জন।

(ii) 6 জন **(iii)** 8 জন

3. (a) (i) $\frac{1}{5}$ অংশ **(ii)** আধুনিকসংগীত **(iii)** ধ্রুপদী সংগীত

(b) (i) $\frac{1}{18}$ অংশ **(ii)** প্রমোদমূলক **(iii)** তথ্যমুলক **(iv)** $\frac{1}{4}$ অংশ

9. (i) শীতকাল, 72 জন **(ii)** 18 জন **(iii)** 36 জন **(iv)** বর্ষাকাল

নিজে করি — 3.1

(i) 6 **(ii)** $\frac{11}{5}$ **(iii)** $-\frac{20}{7}$ **(iv)** 0

নিজে করি — 3.2

1) $-\frac{2}{9}$ **2)** $\frac{9}{8}$ **3)** $-\frac{5}{2}$ **4)** $\frac{8}{5}$ **5)** -3 **6)** $-\frac{623}{20295}$

কষে দেখি — 3

1. (a) $x = \frac{2}{1}$ **(b)** $p = -\frac{8}{1}$ **(c)** $\frac{0}{11}$ **(d)** $m = \frac{3}{5}$ **(e)** $y = -\frac{2}{1}$ **(f)** $t = \frac{8}{13}$ **(g)** $y = \frac{1}{1}$

3. (a) $\frac{17}{4}$ **(b)** 0 **(c)** $\frac{37}{8}$ **4. (a)** $-\frac{9}{11}$ **(b)** $\frac{21}{29}$ **(c)** $\frac{19}{7}$ **(d)** $-\frac{1}{5}$ **(e)** $-\frac{23}{15}$ **(f)** $\frac{14}{5}$

5. $-\frac{7}{15}$ **6. (i)** $\frac{319}{800}$ **(ii)** $\frac{100}{3003}$

কষে দেখি — 4.1

1. b) $2x^3 - x^2y + 24x - 12y - 14xy + 7y^2$; -12 **c)** $32p^5 - 8p^4 - 52p^3 + 10p^2 + 15p$; -726

d) $6a^2 - ab + 38a + 28b - 5b^2 + 12$; -21

e) $p^5 - p^4q^2 + p^4q - p^3q^3 + pq^4 + p^3q^2 + p^2q^3 - p^2q^4 + q^5$; -64

f) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$; 0

2. (i) $-x^{15} - x^{12} + 3x^{11} - x^{10} - 4x^9 + 3x^8 - x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 4x^4 + 3x^3 + 12$

(ii) $8a^{10} - 12a^8b^2 + 4a^6b^4 - 18a^4b^{10} + 27a^2b^{12} - 9b^{14}$

(iii) $a^6x^6 - b^6y^6$ **(iv)** $a^3 - b^3 - c^3 + 2abc - ac^2 - ab^2 + a^2c + a^2b + c^2b + b^2c$

(iv) $\frac{4p^4}{q^4} - \frac{25q^4}{p^4}$ **(vi)** $2 + \frac{x^4}{y^2z^2} + \frac{z^4}{x^2y^2} + \frac{z^2x^2}{y^4} + \frac{y^4}{z^2x^2} + \frac{y^2x^2}{z^4} + \frac{y^2z^2}{x^4}$

3. (i) $2x^3$ **(ii)** 0 **4. (i)** 0 **(ii)** $y(\ell^2 + m^2 + n^2 + \ell m + mn + n\ell) + 2x(\ell m + \ell n + mn) + m^2 + n^2 + \ell^2 + \ell m + \ell n + mn$

নিজে করি — 4.1

1. (a) $x - 2$ **(b)** $a - 3$ **(c)** $2a - 1$ **(d)** $2a - 3b$

2. ভাগফল = x ভাগশেষ = x

কষে দেখি — 4.2

1. $x + 2$ **2.** $(3x - 7y)$ সেমি. **3.** ভাগফল = $x^2 + y^2$, ভাগশেষ 0

4. (a) $m + 7$ **(b)** $2c - 1$ **(c)** $a^2 - a + 1$; ভাগশেষ = $a + 2$ **(d)** $m^2 - m - 2$

5. (a) $3a - 2x + 4x^2$ **(b)** $\frac{25}{8}y^4$ **(c)** $\frac{27}{2}\frac{a^8}{y^4}$ **(d)** $r^3 - pq^3 + p^3q$

6. $x^3 - 12x - 13$; **7.** $5a^3 - 4a^2 + 2a - 3$ **8. (i)** ভাগফল = $x + 5$, ভাগশেষ = -3

(ii) ভাগফল = $27x^3 + 9x^2 + 3x + 1$; ভাগশেষ = 3 **(iii)** ভাগফল = 7; ভাগশেষ = $-19x - 55$

(iv) ভাগফল = $x - 4$; ভাগশেষ = $x - 1$

নিজে করি — 5.1

1. $125 = 5^3$, $64 = 4^3$, 7^3, $729 = 9^3$

কষে দেখি — 5.1

1. 125টি 1 সেমি. বাহু বিশিষ্ট ঘনক **2. (v)** $3375 = 15^3$ সবচেয়ে বড়ো ঘনক

3. (iii) 1024 **(iv)** 324 **(v)** 1744 **(vi)** 1372 **4.** 48 টি **5. (i)** 5 **(ii)** 5 **(iii)** 2 **(iv)** 11 **(v)** 35

6. (i) 7 **(ii)** 2 **(iii)** 2 **(iv)** 2 **(v)** 25 **7. (i)** 8 **(ii)** 12 **(iii)** 18 **(iv)** 25 **(v)** 22

কষে দেখি — 5.2

1. (i) $p^6 + 3p^4q^2 + 3p^2q^4 + q^6$ **(ii)** $\frac{x^3}{27} + \frac{4x^2}{3y} + \frac{16x}{y^2} + \frac{64}{y^3}$ **(iii)** $x^6y^3 - 3x^4y^2z^2 + 3x^2yz^4 - z^6$

(iv) $\ell^3 + b^3 - 8c^3 + 3\ell^2b + 3\ell b^2 - 6c\ell^2 - 12\ell bc - 6b^2c + 12c^2\ell + 12c^2b$

(v) 125 **(vi)** $8m^3$ **(vii)** $8b^3$

(viii) $8x^3 - 27y^3 - 64z^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 48x^2z + 144xyz - 108y^2z + 96xyz^2 - 144yz^2$

(ix) $(x^2 - 5)^3$, **(x)** $(x + 10)^3$

2. (a) 8 **(c)** 2 **(d)** 14 **(e)** 110 **(f)** 0 **(i)** $\frac{3}{8}$ **(j)** 0 **(k)** 455

কষে দেখি — 5.3

1. (i) $x^3 + 729$ **(ii)** $4a^2 + 2a + 1$ **(iii)** $(9 + 15c + 25c^2)$ **(iv)** $(a + b)^3 + c^3$
(v) $27x^3$ **(vi)** $\frac{x^3}{y^3} + 1$ **(vii)** $64a^3 - 125b^3$ **(viii)** $(ab - cd)$
(ix) $(1 + 4y + 16y^2)$ **(x)** $\{(2p - 6)^2 - 14(p - 3) + 49\}$
(xi) $\{(m + n)^3 - (n + p)^3\}$ **(xii)** $(3a - 2b)^3 + (2a - 3b)^3$

2. (i) $a^6 - b^6$ **(ii)** $a^6 - 64b^6$ **(iii)** $64a^6 - 729$ **(iv)** 0 **(v)** $8x^3 + 1$

4. 0 **5.** 0 **6. (i)** $(10a + 3b^2)(100a^2 - 30ab^2 + 9b^4)$ **(ii)** $(1 - 6z)(1 + 6z + 36z^2)$
(iii) $m(m-1)(m^2+m+1)$ **(iv)** $3(4a+1)(16a^2-4a+1)$ **(v)** $2a(2ax+3y)(4a^2x^2-6axy+9y^2)$
(vi) $(9abc - 5)(81a^2b^2c^2 + 45abc + 25)$
(vii) $(\frac{3}{a} - \frac{1}{3b})(\frac{9}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{9b^2})$ **(viii)** $(\frac{x}{4} - \frac{4}{x})(\frac{x}{4} + \frac{4}{x} + 1)(\frac{x}{4} + \frac{4}{x} - 1)$
(ix) $(x + 2y)(x^2 + xy + y^2)$ **(x)** $(1 + 4x)(1 + 5x + 7x^2)$
(xi) $(x - 3y)(x^2 + 3y^2)$ **(xii)** $(2 - a + b)(a^2 - 2ab + 2a - 2b + b^2 + 4)$
(xiii) $(x^2 + b^2 + ab)\{x^4 + 2x^2b^2 + b^4 - ab(x^2 + b^2) + a^2b^2\}$
(xiv) $(x^2 + 3)(x^4 - 3x^2 + 9)$ **(xv)** $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
(xvi) $(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)(x^4 - x^2y^2 + y^4)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ **(xvii)** $mn(m - n)$

নিজে করি — 6.1

1. সম্পূরক, পূরক, পূরক, সম্পূরক, কোনোটিই নয়, পূরক

কষে দেখি — 6

1. (a) হ্যাঁ, **(b)** না **(c)** না, না, **(d)** না **(e)** হ্যাঁ **(f)** হ্যাঁ **(g)** হ্যাঁ **(h)** হ্যাঁ **2.** পূরক কোণ $(45^\circ, 45^\circ)$, $(42^\circ, 48^\circ)$; সম্পূরক কোণ $(70^\circ, 110^\circ)$, $(85^\circ, 95^\circ)$ **3.** $(31^\circ, 59^\circ)$; $(47^\circ, 43^\circ)$; $(26^\circ, 64^\circ)$;

4. $(47^\circ, 133^\circ)$; $(75^\circ, 105^\circ)$; $(58^\circ, 122^\circ)$; **9.** 25, **10.** $\angle BOP = 20^\circ$, $\angle AOP = 160^\circ$

11. একই সরলরেখায়, **12.** একই সরলরেখায়।

কষে দেখি — 7.1

2. (a) $\angle 2 = 145^\circ$, $\angle 3 = 35^\circ$, $\angle 4 = 145^\circ$ **(b)** $\angle POT = 40^\circ$, $\angle ROP = 120^\circ$, $\angle QOS = 120^\circ$

4. (i) $\angle AOM$ ও $\angle MOD$ **(ii)** $\angle AOC$, $\angle BOC$ বা, $\angle AOM$, $\angle BOM$ বা, ...

(iii) $\angle AOC$, $\angle BOD$ বা $\angle AOD$, $\angle BOC$

6. $\angle BOD = 60^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$, $\angle AOC = 60^\circ$

7. $\angle POS = 125^\circ$, $\angle QOS = 55^\circ$, $\angle QOR = 125^\circ$, $\angle POR = 55^\circ$

কষে দেখি — 8

2. অনুরূপ কোণ : $\angle 1$ ও $\angle 5$; $\angle 4$ ও $\angle 8$; $\angle 2$ ও $\angle 6$ এবং $\angle 3$ ও $\angle 7$
একান্তর কোণ : $\angle 4$ ও $\angle 6$ এবং $\angle 3$ ও $\angle 5$
একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ : $\angle 4$ ও $\angle 5$; $\angle 3$ ও $\angle 6$
3. (a) $x = 55^\circ$, $y = 125^\circ$ (b) $x = 112^\circ$ (c) $x = 80^\circ$
4. $\angle 1 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 6 = 130^\circ$, $\angle 2 = \angle 5 = \angle 7 = 50^\circ$
5. (i) নং AB এবং CD সমান্তরাল নয়, (ii) নং AB এবং CD সমান্তরাল,
(iii) নং AB এবং CD সমান্তরাল নয়
6. $\angle AGE = 130^\circ$, $\angle AGH = 50^\circ$, $\angle BGH = 130^\circ$, $\angle GHC = 130^\circ$, $\angle GHD = 50^\circ$,
$\angle GHC = 130^\circ$, $\angle GHD = 50^\circ$, $\angle CHF = 50^\circ$, $\angle DHF = 130^\circ$,
7. $\angle PQR = 70^\circ$ **8.** $\angle APR = 25^\circ$, $\angle PAR = 110^\circ$, $\angle PRA = 45^\circ$

কষে দেখি — 9

1. AB=BC , PQ=QR , XY=YZ
2. $\angle BAC = \angle BCA$, $\angle PQR = \angle PRQ$

কষে দেখি — 10.1

1. 442 টাকা **2.** 60 মিটার **3.** 18 দিন **4.** 4 ঘণ্টা **5.** 8 দিন **6.** 28 দিন **7.** 24 জন

কষে দেখি — 10.2

1. 5 দিনে **2.** 70 পৃষ্ঠা **3.** 2টি **4.** 15 দিন **5.** 10 ঘণ্টা **6.** 15 একক **7.** 10 জন **8.** 80 জন **9.** 16 টি **10.** 15 জন **11.** 720 গ্রাম **12.** 210 মিটার **13.** 30 দিনে **14.** **(a)** 15 ইউনিট **(b)** 24 বিঘা

কষে দেখি — 11

1. 6 টাকা **2.** 6,60,000 টাকা **3.** **(i)** 12 টাকা **(ii)** 25.8 টাকা **(iii)** 41.58 মিটার **(iv)** 960 গ্রাম **4.** **(i)** 45 **(ii)** 0.5 **(iii)** 3.125 **6.** হাইড্রোজেন আছে $66\frac{2}{3}\%$ ও অক্সিজেন আছে $33\frac{1}{3}\%$ **7.** 13% **8.** নাইট্রোজেন = 18.9 লিটার, অক্সিজেন = 5.76 লিটার ও কার্বন ডাই-অক্সাইড = 0.34 লিটার **9.** 171 টাকা **10.** 21 **11.** 360 টাকা **12.** $16\frac{2}{3}$ **13.** $9\frac{1}{11}$ **14.** 1170টাকা আয় বাড়বে **15.** 52 **16.** **(i)** 78 জন **(ii)** 24 জন **(iii)** 6 জন **(iv)** 12 জন **17.** 4% হ্রাস পেল, **18.** $2\frac{1}{4}\%$ হ্রাস পেল। **19.** 21% **20.** 507 জন

কষে দেখি — 12

1. 4 লিটার **2.** 3:1 **3.** 6 লিটার **4.** 1.5 কিগ্রা. **5.** 2 কিগ্রা. **6.** 4/7 অংশ **7.** 7:17 **8.** 31:17 **9.** 5:2 **10.** 1:2 **11.** $\frac{3}{10}$ অংশ **12.** 26:19, 5:2, 4:3, 5:9, 1:1 **13.** প্রথম প্রকার তরল 440 লিটার এবং দ্বিতীয় প্রকার তরল 260 লিটার **14.** 2.2 লিটার **15.** 1:2

কষে দেখি — 13

15. (i) $x = -\frac{9}{2}$ (ii) $x = 6\frac{10}{13}$ (iii) $x = 3$ (iv) $x = -1$ (v) $x = 7$ (vi) $x = 3$ (vii) $x = 6$ (viii) $x = 9$ (ix) $x = 20\frac{2}{13}$ (x) $x = -1\frac{4}{19}$ (xi) $x = 100$ (xii) $t = -5\frac{3}{10}$ (xiii) $x = 51$

নিজে করি — 13.1

(i) $(x+3)(x+2)$ **(ii)** $(x+3)(x-2)$ **(iii)** $(x-3)(x+2)$ **(iv)** $(y+17)(y+6)$ **(v)** $(a+12)(a-11)$ **(vi)** $(p+6)(p-3)$

কষে দেখি — 13.1

1. $p = 3, q = -43, (x+3)(x-43)$; $p = 15, q = 4, (m+15)(m+4)$; $p = -3, q = 2, (x-3)(x+2)$; $p = -6, q = 2, (a+b-6)(a+b+2)$; $p = -2, q = 1, (x-y-2)(x-y+1)$

2. (i) $(a+b-6)(a+b+1)$ **(ii)** $(x^2-2x+9)(x^2-2x-4)$ **(iii)** $(p^2-3q^2-9)(p^2-3q^2-7)$ **(iv)** $(a^2+5)(a+1)(a-1)$ **(v)** $(xy+35)(xy-12)$ **(vi)** $(x+2)(x-2)(x^2-3)$ **(vii)** $(a+4b)(a-3b)$ **(viii)** $(p+27q)(p+4q)$ **(ix)** $(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)(a^3-5b^3)$ **(x)** $(x^2-3x-16)(x^2-3x-6)$

(xi) $(x^2+10x+18)(x+8)(x+2)$ **(xii)** $(x+7)(x+2)(x^2+9x+4)$ **(xiii)** $(x-a-b)(x-a+b)$

(xiv) $(x-a-3b)(x+a+2b)$ **(xv)** $(a+b-3)(a+b-2)$ **(xvi)** $(x+a^2+2ab+b^2)(x-a^2+2ab-b^2)$

(xvii) $(x-a)(x-\frac{1}{a})$ **(xviii)** $(xy-2)(x^2y^2+2xy+4)(xy-1)(x^2y^2+xy+1)$

নিজে করি — 13.2

1) $(a-9)(a+8)$, $(x-1)(2x+1)$

কষে দেখি—13.2

1. (i) $(a+2)(2a+1)$ **(ii)** $(x+4)(3x+2)$ **(iii)** $(m+2)(2m+3)$ **(iv)** $(3x-5)(2x+3)$

(v) $(r+1)(9r-8)$ **(vi)** $(2m-5n)(3m+2n)$ **(vii)** $(x+7y)(7x-y)$ **(viii)** $(4+3x)(3-2x)$

(ix) $(2+3a)(3-2a)$ **(x)** $(2x-3)(3x-2)$ **(xi)** $(9a-11b)(11a-9b)$ **(xii)** $(a-2)(a^2+2a+4)(2a^3+3)$

(xiii) $(2a^2+5)(2a+3)(2a-3)$ **(xiv)** $(3x-3y-5)(2x-2y+3)$ **(xv)** $(a+b-2)(3a+3b+4)$

(xvi) $(5a-b)(a+5b)$

2. (i) $(x-3)(x+1)$ **(ii)** $(x+3)(x+2)$ **(iii)** $(x-3)(3x+2)$ **(iv)** $(3a-5)(a+1)$

3. (i) $(x+a)(ax+1)$ **(ii)** $(x+a+b)(x+a-b)$ **(iii)** $(x-a)(ax-1)$ **(iv)** $(x+a)(ax-1)$ **(v)** $(x-a)(ax+2)$ **(vi)** $(a+\frac{3}{a})(a-\frac{2}{a})$

কষে দেখি—14

1. **(i)** $4ab^2$ **(ii)** $5p^2 q^2$ **(iii)** 7 **(iv)** $3a^2b^2$

2. **(i)** $10 x^3y^3$ **(ii)** $210 p^3q^4$ **(iii)** $75 a^5b^2c^2$ **(iv)** $165 a^2b^2c^2$

3. **(i)** $x (x+y)$ **(ii)** $x–3y$ **(iii)** $2ax (a–x)^2$ **(iv)** $x–1$ **(v)** $a–1$ **(vi)** 1 **(vii)** $x+y$ **(viii)** $4(x+2)$ **(ix)** 1 **(x)** $x (x+4)$ **(xi)** $2x–1$ **(xii)** $x (x+2)$ **(xiii)** $3x–2a$

4. **(i)** $(p–q) (p+q)^2$ **(ii)** $x^2 (y+1) (y–1)^2$ **(iii)** $(p+q) (p+r) (q+r)$
(iv) $a^2b^2 (b–2) (b+2) (b^2–2b+4) (b^2+2b+4)$ **(v)** $x^3y (x+y) (x–y)^3 (x^2–xy +y^2) (x^2 + xy +y^2)$
(vi) $p^2 (p+2) (2p–1) (2p–7)$ **(vii)** $(y+z) (x+y–z) (x–z–y) (x–y+z)$ **(viii)** $(x+y) (x–2y) (2x–y)$
(ix) $12 (x–2) (x–3) (x+4) (x+5)$ **(x)** $a^2 (a+2)^2 (2a–1) (2a–7)$
(xi) $a^2(a–3b)(3a+4b)^2(a^2+3ab+9b^2)$

5. **(i)** $x–2$, $x(x–2) (x+4) (x+5) (x^2 +2x+4)$ **(ii)** 1, $12 (y–2) (y–3) (y+4) (y+5)$
(iii) $a–2$, $a (a–2)^2 (a+3) (a^2+2a+4)$ **(iv)** $a+b+c$, $(a+b+c) (a+b–c) (c+a–b) (b+c–a)$
(v) $x–2$, $4x (x–2)^2 (x+2) (x–3)$

নিজে করি — 15.1

1. **(i)** $\frac{4cx–3b^2}{6abc}$ **(ii)** $\frac{4xy–myz}{3mn}$ **(iii)** $\frac{a}{(a+b)^2}$ **(iv)** $\frac{x–y–x^2–xy}{x^2–y^2}$

নিজে করি — 15.2

$\frac{a^2}{b^2}$

নিজে করি — 15.3

(i) $\frac{a^3}{bcd}$ **(ii)** y **(iii)** $px – py + qx – qy$

কষে দেখি — 15

1. **(i)** সত্য **(ii)** মিথ্যা **(iii)** সত্য **(iv)** মিথ্যা

2. **(i)** $\frac{9a^3}{11b}$ **(ii)** $\frac{6b^3c^2}{7a^3}$ **(iii)** $\frac{x–2}{x+1}$ **(iv)** $\frac{a+1}{a}$ **(v)** $\frac{p^2–pq+q^2}{p+q}$ **(vi)** $\frac{x^2+3x+2}{x^2–2x+1}$ **(vii)** $\frac{a–b}{a^2+ab}$

3. **(i)** $\frac{a+b+c}{abc}$ **(ii)** 2 **(iii)** $\frac{x^3+a^2x+bx–ab–ax^4}{abx}$ **(iv)** $\frac{a}{2b^2}$ **(v)** $\frac{3}{x^2–4x+3}$ **(vi)** $\frac{8x^7}{x^8–1}$
(vii) a **(viii)** 0 **(ix)** 0 **(x)** x **(xi)** 1 **(xii)** 6 **(xiii)** 0

নিজে করি — 16.1

1. (i) $x = 80$ **(ii)** 85 **(iii)** 90 **2.** $\angle PRS = \angle QPR + \angle PQR$

নিজে করি — 16.2

1. (i) $x = 85^\circ$ **(ii)** $x = 120^\circ$ **(iii)** $x = 60^\circ$

কষে দেখি — 16.1

1. (i) $x = 120^\circ$ **(ii)** $x = 140^\circ$ **(iii)** $x = 65^\circ$ **2.** $\angle EHG = 70^\circ$, $\angle HEG = 50^\circ$ **3.** 360°

4. $\angle ABC=68^\circ$, $\angle ACB=68^\circ$ ও $\angle BAC=44^\circ$

5. $\angle ABC=50^\circ$ ও $\angle BCA=50^\circ$

6. $\angle ACB=70^\circ$ ও $\angle BAC=40^\circ$

7. $\angle ABC = 130^\circ$, $\angle BAC=25^\circ$ ও $\angle ACB=25^\circ$

15. 36°, 72°, ও 72°

নিজে করি — 16.3

1. (i) $\angle R$ **(ii)** $\angle Z$ **(iii)** $\angle B$

নিজে করি — 16.4

1. (i) > **(ii)** XY **(iii)** PR>PQ

নিজে করি — 17.1

1. 6 দিন, ব্যস্ত

কষে দেখি — 17.1

1. 504 টি **2.** 475 টি, সরল **3.** 27 একক **4.** 5 দিন **5.** 42 বিঘা **6.** 14 জন **7.** 48 টি **8.** 36 জন **9.** 15 জন **10.** 24 দিন

কষে দেখি — 17.2

1. $5\frac{5}{11}$ ঘণ্টা **2.** 2 দিন **3.** 30 দিন **4.** 2 ঘণ্টা **5. (a)** $6\frac{66}{73}$ ঘণ্টা **(b)** $9\frac{9}{13}$ ঘণ্টা **(c)** $11\frac{1}{5}$ ঘণ্টা **6.** 3 ঘণ্টা 20 মিনিট **7.** 12 দিন, রোহিত 30 দিনে, রমা 60 দিনে, সাব্বা 30 দিনে **8.** $1\frac{1}{2}$ দিন **9.** $4\frac{2}{7}$ দিন **10. (a)** বিকেল 3 টা 56 মিনিট **(b)** $\frac{67}{150}$ অংশ **(c)** $\frac{11}{15}$ অংশ

নিজে করি — 19

1. ধরি, আমার মার্বেলের সংখ্যা x টি, মুরাদ পাবে = $(\frac{7x}{3} - 2)$ টি
অর্থাৎ 5টি, 12টি, 19টি ....
শিবানী দিয়েছে = 18 টি

কষে দেখি — 19

1. $2x + 2 = 3x - 5$, 7 **2.** $x+x+1+x+2 - 5 = 2(x - 1)+11$; 15, 16, 17
3. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 1$, 12 **4.** $\frac{x+3}{x+2-3} = \frac{7}{3}$, $\frac{4}{6}$ **5.** $\frac{x+2}{x+3-1} \times \frac{x+2}{x+3+2} = \frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$ **6.** $10(x)+3x = 10(3x)+x-36$, 62
7. $x - (89 - x) = 15$, [যেখানে, $x > 89 - x$], 52, 37 **8.** $\frac{x \times 30}{100} = \frac{(830-x)40}{100} + 4$; 480, 350
9. $3x = \frac{56-x}{3} + 48$; 20, 36 **10.** $x - (\frac{x}{5} + \frac{3x}{5}) = 5$, 25 মিটার **11.** $7x+10=3(x+10)$; আমার বর্তমান বয়স = 5 বয়স এবং বাবার বয়স = 35 বছর **12.** $10x+5(137-x) = 1000$, 74টি
13. $\frac{x}{2} \times \frac{5}{100} + 3450 = \frac{x}{2} \times \frac{8}{100}$, 1,15,000 টাকা, 2,30,000 টাকা **14.** $\frac{(20-7)x}{x+100} = 11$, 550 জন
15. **(i)** $x = -4\frac{1}{2}$ **(ii)** $x = 7$ **(iii)** $x = 3$ **(iv)** $x = 12$ **(v)** $x = 7$ **(vi)** $x = 3$ **(vii)** $x = 6$
(viii) $x = 9\frac{15}{19}$ **(ix)** $x = 4$ **(x)** $x = -1\frac{4}{19}$ **(xi)** $x = 9\frac{1}{11}$ **(xii)** $t = -5\frac{3}{10}$ **(xiii)** $x = 15$
(xiv) $x = 2$ **(xv)** $y = 5$ **(xvi)** $x = 2$ **(xvii)** $x = 4$ **(xviii)** $y = 6$

নিজে করি — 20.1

(i) 3 ও 9

নিজে করি — 20.2

2. (a) ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব (d) ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব

নিজে করি — 20.3

2. 1080° **3.** 36°, 144° **4.** 6 টি

কষে দেখি — 20.2

1. **(i)** 540° **(ii)** 720° **(iii)** 900° **(iv)** 1080° **(v)** 1440° **(vi)** 1800° **2.** 118° **3.** 138° **4.** হ্যাঁ **5.** না
6. **(i)** 108°, 72° **(ii)** 120°, 60° **(iii)** 135°, 45° **(iv)** 140°, 40° **(v)** 144°, 36° **(vi)** 160°, 20°
7. **(i)** হতে পারে **(ii)** হতে পারে **(iii)** হতে পারে না **(iv)** হতে পারে **(v)** না **8.** **(i)** না **(ii)** না **(iii)** হ্যাঁ **(iv)** হ্যাঁ **(v)** না **(vi)** হ্যাঁ **9.** 6 টি **10.** 8 টি **11.** 5 টি **12.** 12 টি **13.** 21 টি **16.** 120^0

গণিতের পরিভাষান্তর

অখণ্ড সংখ্যা - Whole Number

অকুব্জ বহুভুজ - Concave Polygon

অভেদ - Identity

অঙ্ক - Digit

অঙ্কন - Construction

অন্তঃস্থ কোণ - Interior Angle

অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ - Interior Opposite Angle

অন্তঃসমদ্বিখন্তক - Internal Bisector

অনুপাত - Ratio

অনুভূমিক - Horizontal

অনুরূপ কোণ - Corresponding Angle

অতিভুজ - Hypotenuse

অসংখ্য - Infinite

অসংজ্ঞাত - Undefined

আয়তক্ষেত্র - Rectangular region

আয়তাকার চিত্র - Rectangle

উচ্চতা - Height

উৎপাদক - Factor

উৎপাদকে বিশ্লেষণ - Factorisation

উর্ধ্বক্রম - Ascending Order

উপপাদ্য - Theorem

উল্লম্ব - Vertical

ঋণাত্মক - Negative

একান্তর কোণ - Alternate Angle

একপদী সংখ্যামালা - Monomial Expression

ঐকিক নিয়ম - Unitary Method

কর্ণ - Diagonal

কোণ - Angle

কোটি - Ordinate

কুব্জ বহুভুজ - Convex Polygon

কেন্দ্রীয় কোণ - Central Angle

ক্ষুদ্রতর - Smaller

গুণ - Multiplication

গুণ্য - Multiplicand

গুণক - Multiplier

গুণফল - Product

গ.সা.গু.-গরিষ্ঠ সাধারণ গুণণীয়ক - Highest Common Factor or,Greatest Common Divisor (H.C.F. or G.C.D.)

ঘাত - Power

ঘনক - Cube

ঘনফল - Volume

ঘনমূল - Cube Root

চাঁদা - Protractor

চারপদী সংখ্যামালা - Tetranomial Expression

ছাড় - Discount

ছেদক - Transversal

ছেদবিন্দু - Point of Intersection

তথ্য - Data

ত্রিভুজ - Triangle

ত্রিপদী সংখ্যামালা - Trinomial Expression

ত্রৈরাশিক - Rule of Three

দৈর্ঘ্য - Length

দ্বিপদী সংখ্যামালা - Binomial Expression

ধনাত্মক - Positive

নিম্নক্রম - Decreasing Order

প্রস্থ - Breadth

প্রমাণ - Proof

পাইচিত্র/বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্র - Pie chart

পূর্ণবর্গ - Perfect Square

পূর্ণসংখ্যা - Integer

পূর্ণঘনসংখ্যা - Perfect Cube

পূরক কোণ - Complementary Angle

বাহু - Side

বহিঃসমদ্বিখণ্ডক - External Bisector

বর্গ - Square

বর্গক্ষেত্র - Square Region

বর্গাকার চিত্র - Square

বৃত্ত - Circle

বৃত্তাকার - Circular

বৃত্তকলা - Sector

বীজ - Root

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা - Algebraic Expression

বিয়োগ - Subtraction

বিয়োগফল (অন্তর) - Difference

বিনিময় নিয়ম - Commutative Law

বিচ্ছেদ নিয়ম - Distributive Law

বহুপদী সংখ্যামালা - Polynomial Expression

বিপ্রতীপ কোণ - Vertically Opposite Angle

বহিস্থ কোণ - Exterior Angle

ব্যস্ত সমানুপাতী - Inversely Proportional

বিষমবাহু ত্রিভুজ - Scalene Triangle

বৃহত্তর - Greater

বহুভুজ - Polygon

ভূমি - Base

ভুজ - Abscissa

ভাগ - Division

ভাজ্য - Dividend

ভাজক - Divisor

ভাগফল - Quotient

ভাগশেষ - Remainder

ভগ্নাংশ - Fraction

মিশ্রণ - Mixture

মূলদ সংখ্যা - Rational Number

মূলবিন্দু - Origin

মৌলিক সংখ্যা - Prime Number

মৌলিক উৎপাদক - Prime factor

যোগ - Addition

যোগফল - Sum

রশ্মি - Ray

রম্বস - Rhombus

লেখচিত্র - Graph

লম্ব - Perpendicular

লব - Numerator

ল.সা.গু.-লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক - Least Common Multiple (L.C.M.)

হর - Denominator

সংখ্যা - Number

সংখ্যামালা - Expression

সাধারণ বাহু - Common Side

সাধারণ উৎপাদক - Common Factor

সংযোগ নিয়ম - Associative Law

সূত্র - Formula
সমরেখ - Collinear
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ - Isosceles Triangle
সমবাহু ত্রিভুজ - Equilateral Triangle
সমদ্বিখণ্ডিত করা - Bisect
সমদ্বিখণ্ডক - Bisector
সমান্তরাল সরলরেখা - Parallel Line
সমীকরণ - Equation
সমাধান - Solution
সমানুপাত - Proportion
সমাধান করা - Solve
সামান্তরিক - Parallelogram
সমকোণ - Right Angle
সম্পূরক কোণ - Supplementary Angle
সন্নিহিত কোণ - Adjacent Angle
সূক্ষ্মকোণ - Acute Angle
স্থূলকোণ - Obtuse Angle
সরল করা - Simplify
সরল রেখা - Straight Line
সরলরেখাংশ - Straightline Segment
সরল সমানুপাতী - Directly Proportional
স্বতঃসিদ্ধ - Axiom
স্তম্ভচিত্র - Bar graph
স্থানাঙ্ক - Coordinates
স্বীকার্য - Postulate
সর্বসমতা/সর্বসম - Congruence / Congruents
সুষম বহুভুজ - Regular Polygon
প্রমাণিত - Proved
শীর্ষবিন্দু - Vertex
শীর্ষকোণ - Vertical Angle
শতকরা - Percentage
ক্ষেত্রফল - Area
X-অক্ষ - X-axis
Y-অক্ষ - Y-axis

আমার পাতা

এই বই তোমার কেমন লেগেছে? লিখে, এঁকে বুঝিয়ে দাও :

আমার পাতা

এই বই তোমার কেমন লেগেছে? লিখে, এঁকে বুঝিয়ে দাও :

শিখন পরামর্শ

- জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখা (NCF) - 2005-এর পরামর্শ এই যে শিক্ষার্থী যেন তার বিদ্যালয় জীবন ও বিদ্যালয়ের বাইরের জীবনের সঙ্গে সর্বদা সংযোগ ঘটাতে পারে। এই নথি নির্দেশ করে যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন কেবলমাত্র বই থেকে না হয়। শুধুমাত্র বই থেকে শিক্ষা হলে শিক্ষার্থীর শিক্ষায় বিদ্যালয়, বাড়ি এবং সমাজ থেকে শিক্ষার ভেতর একটি ফাঁকের সৃষ্টি হয়। জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখার এই মূল নথির উপর ভিত্তি করেই বর্তমান পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি ও পাঠ্যবই তৈরি করা হয়। এই নথি আরও পরামর্শ দেয় যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন বিষয়কেন্দ্রিক না হয়। বিভিন্ন বিষয়ের মধ্যে যতটা সম্ভব সে যেন সম্পর্ক খুঁজে পায়।
- আশা করা যায়, শিক্ষক/শিক্ষিকারা যখন এই পাঠ্যবইটি ব্যবহার করবেন যতটা সম্ভব এই নীতি ও নীচের পরামর্শ অনুধাবন করবেন।
- বর্তমানে শিক্ষা শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক। শিক্ষক/শিক্ষিকা সহায়ক মাত্র। অর্থাৎ শিক্ষার্থী যে জন্মের পর থেকেই বাড়ি, পরিবেশ, সমাজ থেকে অনেক কিছুই শিখে ফেলে সেটা শিক্ষক/শিক্ষিকারা খেয়াল রাখবেন। কোনো বিষয় জানানোর আগে সেই বিষয়ে শিক্ষার্থীর পূর্বে অর্জিত জ্ঞানের দিকে খেয়াল রেখে সহায়তা করবেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা বা যুক্তি কোনোভাবে যাতে আটকে না যায়, সে যেন মুক্ত চিন্তায় যেতে পারে সেদিকে সর্বদা খেয়াল রাখবেন।
- পাঠ্যবই শিক্ষার্থীর শিক্ষার একটি সহায়ক মাত্র। একমাত্র সহায়ক নয়। শিক্ষার্থীর শিক্ষা যাতে আনন্দদায়ক হয়ে ওঠে তার জন্য বিভিন্ন শিখন সম্ভারের সাহায্য নেওয়া প্রয়োজন।
- গণিত শিক্ষায়, শিক্ষার্থীর যেন মূর্ত বস্তুর ধারণা থেকে বিমূর্তের ধারণা জন্মায়। তা না হলে শিক্ষার্থীর কাছে গণিত বিষয় একটি ভয়ের কারণ হয়ে ওঠে।
- শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন শিক্ষার্থীর পরিচিত পরিবেশ থেকে কিছু বাস্তব সমস্যা তৈরি করে গণিতের কোনো অধ্যায় শুরু করেন। তারপর সম্ভব হলে সক্রিয়তাভিত্তিক কাজের (Activity) মাধ্যমে সেই অধ্যায় সম্পর্কে শিক্ষার্থীর মনে যুক্তিপূর্ণ ধারণার জন্ম দেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা ও যুক্তির স্বচ্ছতা আসার পরেই যেন সে বিমূর্ত বিষয় নিয়ে কাজ করে।
- শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন লক্ষ রাখেন শিক্ষার্থী বইটি থেকে নিজে নিজেই কতদূর পর্যন্ত কোনো একটি অধ্যায় শিখতে পারে। যখন সে ওই অধ্যায়ের কোনো একটি অংশ শিখতে বাধাপ্রাপ্ত হয় তখনই তাঁরা যেন ধীরে ধীরে সহায়তা করেন, যাতে সে সমস্যাটির সমাধানের পথ নিজেই খুঁজে পায়।
- শিক্ষিক/শিক্ষিকা কোনো অধ্যায় সম্পর্কে প্রথমে শিক্ষার্থীর কাছে এমনভাবে গল্প বলবেন যাতে শিক্ষার্থী প্রথমে কিছু বুঝতে না পারে যে তাকে কিছু শেখানো হচ্ছে।
- দলগত শিক্ষণ শিক্ষার্থীর পক্ষে শিখনে যথেষ্ট সহায়ক হয়। শিক্ষক/শিক্ষিকা শ্রেণিকক্ষে সেদিকটি খেয়াল রাখবেন।

- বর্তমান শিক্ষায় শিক্ষার্থীকে পাঠদান বা কিছু তথ্য জানানো নয়, শিক্ষার্থী যাতে জ্ঞান গঠন করতে পারে সেদিকে শিক্ষক/শিক্ষিকারা লক্ষ রাখবেন। শিক্ষার্থী জ্ঞান গঠন করতে পারলেই সে ধীরে ধীরে অনেক বিষয়ের মধ্যে গণিত খুঁজতে চাইবে এবং গণিত বিষয়টি তার কাছে আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে।

- শিক্ষার্থী যাতে মনে মনে তাড়াতাড়ি কোনো অঙ্ক করতে পারে (মানসাঙ্ক) সেদিকে শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন। গণিতের প্রতিটি অধ্যায় থেকেই শিক্ষার্থী যদি মানসাঙ্ক করতে শেখে তাহলে শিক্ষার্থীর চিন্তা, যুক্তি ও গণনা করার ক্ষমতা তাড়াতাড়ি তৈরি হয়।

- শিক্ষার্থী গণিতের কোনো অধ্যায় শেখার সময় শিক্ষক/শিক্ষিকারা ওই অধ্যায়ের উপর এমনভাবে যদি একটি তালিকা তৈরি করেন যাতে ওই অধ্যায় থেকে শিক্ষার্থীর শিখনের যতগুলি সম্ভাবনা থাকে সবগুলিই সে শেখে। যেমন, গুণিতকের ক্ষেত্রে—

  1) একটি সংখ্যার শূন্য ছাড়া গুণিতকের ধারণা।
  2) বাস্তবে গুণিতকের প্রয়োগের ধারণা।
  3) একটি সংখ্যার কতগুলি গুণিতক হতে পারে তার ধারণা।
  4) দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতকের ধারণা।
  5) দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতক কতগুলি হতে পারে তার ধারণা ।
  6) লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের ধারণা।
  7) বাস্তবে সাধারণ গুণিতক ও লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের প্রয়োগের ধারণা।
  8) একটি সংখ্যার কোনো গুণিতক থেকে কী কী গুণনীয়ক পাওয়া যাবে তার ধারণা।
  9) বীজগাণিতিক সংখ্যামালার ধারণা।
  10) বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মৌলিক উৎপাদকের ধারণা।
  11) বীজগাণিতিক সংখ্যামালার লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের ধারণা।

- যে-কোনো অধ্যায়ের কিছু Open ended প্রশ্ন থাকা প্রয়োজন।
  a) যেমন দুটি সামান্য ভগ্নাংশের মধ্যে চারটি মূলদসংখ্যা লেখো।
  b) একটি বীজগাণিতিক দ্বিপদী সংখ্যামালা লিখে তার ঘন নির্ণয় করো।
  c) দুটি সম্পর্ক লেখো যারা পরস্পর ব্যস্তসমানুপাতী।
  d) তিনটি সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য লেখো যাদের দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

- এরকম সম্ভাবনা শিক্ষক /শিক্ষিকারা নিজেরা আরও তৈরি করলে তাঁদের পক্ষে শিক্ষার্থীর সার্বিক নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়নে (CCE) সুবিধা হবে।

- শিক্ষার্থীর কাছে কোনো গাণিতিক পরিভাষা বা চিহ্ন নির্দেশ আকারে প্রথম থেকে না আনাই ভালো যেটা শিক্ষার্থীর শিখনে প্রথমে প্রতিবন্ধকতার সৃষ্টি করে। যেমন শিক্ষার্থীকে প্রথমেই $\ngtr$ চিহ্ন না জানিয়ে যদি শিক্ষক/শিক্ষিকারা কতকগুলি গল্পের মধ্যে দিয়ে বেশি নয়ের ধারণা দেন, যেমন - রূপার বাক্সের পেনসিলের সংখ্যা ও নাসিমার বাক্সের পেনসিলের সংখ্যা 5-এর থেকে বেশি নয়, তাহলে শিক্ষার্থীর শিখন ভালো হয়। এরকম আরও বেশি নয়ের গল্প বলে তারপর এই বেশি নয় কথাটিকে যদি তাঁরা গাণিতিক চিহ্নে রূপান্তরিত করেন তাহলে শিক্ষার্থীর পক্ষে বুঝতে সুবিধে হয়।

- গণিতের কোনো প্রক্রিয়া শিক্ষার্থী যেন না বুঝে মুখস্থ করে না নেয়। প্রত্যেকটি প্রক্রিয়া যেন সে যুক্তি দিয়ে বুঝতে পারে কেন হয়। শিক্ষক/শিক্ষিকারা সেদিকে যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন। যেমন যোগ, বিয়োগ, গুণের ক্ষেত্রে কাজ শুরু ডানদিক থেকে কিন্তু ভাগের ক্ষেত্রে শুরু হয় বাঁদিক থেকে। শিক্ষার্থী যেন সক্রিয়তাভিত্তিক কাজের ভিতর দিয়ে এরকম কেন হয় সেটা যুক্তি সহকারে বুঝতে পারে।

- শ্রেণিকক্ষে শিক্ষক/শিক্ষিকার দেওয়া কোনো অঙ্ক কোনো শিক্ষার্থী তাড়াতাড়ি সমাধান করে যেন চুপ করে বসে না থাকে। যে শিক্ষার্থী তাড়াতাড়ি অধ্যায়টি বুঝে এগিয়ে যাচ্ছে শিক্ষক/শিক্ষিকারা তাকে আরও কঠিন থেকে কঠিনতর যুক্তি নির্ভর অঙ্ক দিয়ে এগিয়ে দেবেন আর যে ধীরে ধীরে এগোচ্ছে তাকে ধীরে ধীরে যুক্তির বিকাশ ঘটিয়ে ওই অধ্যায়ের যে সামর্থ্য কাম্য সেটায় পৌঁছোতে সাহায্য করবেন।

- উচ্চ-প্রাথমিক শিক্ষায় শিক্ষার্থীরা গণিতের বিভিন্ন শাখার যেমন পাটীগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি ও রাশিবিজ্ঞানের ধারণা করতে শুরু করে। এই শাখাগুলি যে আলাদা নয় তাদের মধ্যে যে অনেক মিল আছে শিক্ষার্থীরা যাতে সেই ধারণা করতে পারে। যেমন, বীজগণিত, পাটীগণিতের সাধারণ রূপ। জ্যামিতিতে একটি সরলরেখার উপর x একটি বিন্দু বললে x-এর মান অসংখ্য হতে পারে, অর্থাৎ জ্যামিতির সাথে বীজগণিতের সম্পর্ক। এইসব ধারণার মধ্যে দিয়ে তারা গণিতের সব শাখাগুলির চর্চা করবে এবং শাখাগুলিকে আলাদা করে দেখবে না। তখন গণিত বিষয়টি তাদের কাছে আরও আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে।

- শ্রেণিকক্ষের ও বাস্তবের সমস্যা বুঝে শিক্ষক/শিক্ষিকারা নিজেরাই শিক্ষার্থীর যুক্তিপূর্ণ আনন্দদায়ক শিক্ষার জন্য পাঠ্যবইটিকে কেমন করে আরও ভালোভাবে ব্যবহার করা যাবে সেটিরও পরামর্শ জানাবেন।

পাঠ পরিকল্পনা

মাস	বিষয়
January	1. পূর্বপাঠের পুনরালোচনা
February	2. পাই চিত্র 3. মূলদ সংখ্যার ধারণা 4. বহুপদী সংখ্যামালার গুণ ও ভাগ
March	5. ঘনফল নির্ণয় 6. পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ ও সন্নিহিত কোণ
April	7. বিপ্রতীপ কোণের ধারণা 8. সমান্তরাল সরলরেখা ও ছেদকের ধর্ম 9. ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের বিপরীত কোণের সম্পর্ক
May	10. ত্রৈরাশিক 11. শতকরা
June	12. মিশ্রণ 13. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার উৎপাদকে বিশ্লেষণ
July	14. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. 15. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার সরলীকরণ
August	16. ত্রিভুজের কোণ ও বাহুর মধ্যে সম্পর্কের যাচাই 17. সময় ও কার্য
September	18. লেখচিত্র 19. সমীকরণ গঠন ও সমাধান 20. জ্যামিতিক প্রমাণ
October	21. ত্রিভুজ অঙ্কন 22. সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন
November	23. প্রদত্ত সরলরেখাংশকে সমান তিনটি, পাঁচটি ভাগে বিভক্ত করা
December	24. মজার অঙ্ক